

ग्रंथसंपादक व ग्रंथप्रसाकर मंडळींची ग्रंथमाला.

ग्रंथ ५८ वा.



भारतीय ज्योतिर्गणित.

लेखक

लेखक
दामोदर सांवळाराम आणि मंडळी
देणगीदाखल दिलेले पुस्तक

8 AUG 1955

श्रीपाद कृष्ण कोल्हकर.

बी. ए., एल् एल्. बी.

प्रकाशक

दामोदर सांवळाराम आणि मंडळी,

जनरल प्रिंटेर्स, पब्लिशर्स व एजंटस्, इत्यादि ठाकुरद्वाररोड-मुंबई

सन १९१३ इ०

किंमत २ रुपये.

10/1/55

1988 31

Bees

30531

हे पुस्तक घर नंबर ४३४ ठाकुरद्वाररोड मुंबई, येथे 'इंदुप्रकाश'
छापखान्यांत रा० रा० दामोदर सांवळाराम यंदे, यांनी
छापून प्रसिद्ध केले.

या पुस्तकासंबंधाने सर्व हक्क ग्रंथकाराने आपणाकडे ठेविले आहेत.

31



प्रस्तावना.

एका बाजूने काव्यासारख्या ललितकलेशी व दुसऱ्या बाजूने धर्मा-
सारख्या गंभीर विषयाशी सादृश्य पावणारे जर एखादे शास्त्र असेल तर ते
ज्योतिःशास्त्र होय. या शास्त्राने सृष्टीतील सकृद्दर्शनी स्वतंत्र व स्वेच्छा-
चारी वाटणारे असंख्य, विशाल व तेजस्वी गोल क्षुद्र परमाणूइतकेच
नियमबद्ध आहेत हे मनास पटून त्यांत अनुरूपतेची भावना उत्पन्न होते; व
अपारिमित विशालत्वाचे आकलन करण्याची संवय लागून कल्पनाशक्तीचे
पोषण होते. त्याबरोबरच सृष्टीचे अनंतत्व व स्वतःचे क्षुद्रत्व लक्षांत येऊन
अंगी लीनता व धर्मप्रवणता उत्पन्न होते. सुमारे ९॥ कोटी मैल हे जे
सूर्यापासून पृथ्वीचे अंतर ते ज्या शास्त्रातील दिक्परिमाण व ४३२००००००००
वर्षे हे ज्यातील कालपरिमाण, त्याच्या अध्ययनाने असे अद्भुत चमत्कार
घडून आले तर नवल नाही.

या शास्त्राने कल्पना व श्रद्धा यांचेच पोषण होते असे नाही, तर विचार-
शक्तीचेही समाधान होते. मनुष्यमात्राच्या मनांत जिज्ञासा ही एक
अत्यंत प्रबल वासना आहे. आज जगांत ज्या आश्चर्यकारक शास्त्रीय
सुधारणा दिसत आहेत, त्या सर्व याच वासनेचे फल होत. या वासनेच्या
तृप्तीस्तव शोधकलोक प्राणांची पर्वा न करितां समुद्राचा ठाव पाहतात,
नभोमंडलांत संचार करतात, भूगर्भगत मार्गांनी प्रवास करतात,
हिमालयासारख्या नगराचा सुकुटावर आरोहण करतात, व पृथ्वीच्या
अज्ञात अंताचा अंत लावितात. जो जो हिचा विषय दुर्ज्ञेय त्या मानाने
हिचा जोरही अधिक असतो. हीच वासना परिणामी अदृश्य परमाणूना
दृश्य करिते, चंद्रासारख्या दूरस्थ गोलास हांकेच्या अंतरावर आणून

टेविते, विशाल अंतरांनी वियुक्त अशा भिन्न भिन्न स्थानांपासून पाहिल्या-
सही ज्यांच्या दिशेंत बालाग्र अंतर दिसून येत नाही अशा ज्योतींचीं
अंतरें, वजनें व घटकावयव हुडकून काढिते. ज्योतिःशास्त्र हें या वासनेचें
अत्यंत आवडतें शास्त्र आहे; कारण सृष्टीचीं अज्ञेयात्मक दोन टोंकें बगळलीं
म्हणजे उरलेल्या चमत्कारांत या शास्त्रांतील चमत्कारांइतके दुर्ज्ञेय चमत्कार
सांपडणें कठिण. या वासनेला बळी पडून अनेक ज्योतिष्यांनीं आजपर्यंत
जलसमाधि घेतली आहे व अनेकांनीं असह्य छळ सोसून अखेर अर्गांत
उड्या घेतल्या आहेत. या वासनेच्या तृतीयापासून अननुभूत आनंद व्हावा
यात कांहीं नवल नाही. सृष्टचमत्कारविषयक अज्ञानामुळे मनाला जी
तळमळ लागून राहते, ती ज्योतिःशास्त्राच्या अध्ययनानें पुष्कळ अंशी दूर
होऊन त्यास स्थैर्य व समाधान उत्पन्न होतें. इतर शास्त्रांच्या अध्ययनानें
विचारशक्तीची वाढ होऊन तिला व्यवस्थित वळण मिळतें तसें
या शास्त्राच्या अध्ययनापासूनही मिळतें, हें येथें निराळें सांगण्याची
कांहीं जरूर नाही.

या शास्त्राच्या अध्ययनापासून वर सांगितलेल्या मानसिक परिणामां-
शिवाय दुसरे कोणतेही परिणाम झाले नसते, तरी त्याची योग्यता कोण-
त्याही तऱ्हेनें कमी झाली नसती. कारण मनुष्याचें जीवित भावनामय
असून ज्यायोगें त्याच्या उच्च भावनांस पोषण व समाधान मिळतें त्याचीं
केंवळ विषयसुखोत्पादि वस्तूपेक्षां श्रेष्ठता निर्विवाद आहे. इंद्रियद्वारा
प्रत्यक्षपणें प्राप्त होणारें ज्ञान व सुख हीं मानसिक संपदेचें बाह्य कवच
मात्र होत. त्यांच्याकडून गूढतर ज्ञानाची व आनंदाची कधींही बरोबरी
होणार नाही. तथापि ज्योतिःशास्त्रापासून मनुष्याच्या बाह्य सुखांतही भर
पडली आहे. ज्याप्रमाणें रसायनशास्त्रानें किमयेचा खोटेपणा जगाच्या
निदर्शनास आणून विचारशक्तीचा अस्थानीं होणारा व्यय थांबविला,
त्याप्रमाणें ज्योतिःशास्त्रानें ग्रहणविषयक व इतर भ्रामक समजुतींचें निरसन
करून विचारांचा ओघ अयोग्य दिशेकडून योग्य दिशेकडे वळविला आहे.
या शास्त्राच्या परिशीलनापासून दिशा, काल, ऋतु, भरती, ओहोटी, इत्या-
दिकांचें ज्ञान होऊन त्या ज्ञानाचा व्यवहारांत पदोपदीं उपयोग होतो.
कोलंबसानें एकदां चंद्रग्रहणप्रसंगीं रानटी लोकांपासून उद्भवलेलें अरिष्ट
टोळून उलट त्यांवर हिकमतीनें छाप बसविली, ती याच शास्त्राच्या जोरा-

धरः शिवाय दुर्बोध वाक्यांतील एकाही अज्ञात शब्दाचा अर्थ कळला म्हणजे इतर शब्दांचे अर्थ निश्चित करण्यास जशी मदत होते, त्याप्रमाणे एका शास्त्रांतील नियमांच्या ज्ञानाने इतर शास्त्रांतील नियमांवर प्रकाश पडून त्यांचे नीट आकलन करितां येते. दर्शनानुशासनशास्त्राची जशी ज्योतिःशास्त्रास मदत झाली, तशी ज्योतिःशास्त्राचीही त्यास झाली आहे. गुरुत्वाकर्षणाच्या सिद्धांताची उत्पत्ति ज्योतिःशास्त्रविषयक उपपत्ति लावण्याकरितां झाली खरी; पण याने गतिशास्त्र व यंत्रशास्त्र जन्मास येऊन त्या शास्त्रांनीं विमाने, उल्हाटयंत्रे इत्यादिकांच्या द्वारे मनुष्यजातीच्या सुखदुःखांत बरीच भर टाकिली आहे. त्या सिद्धांताने अलीकडे धरणीकंप, भूपृष्ठांत होणारे विकार या गूढ चमत्कारांचाही बराच चांगला उलगडा केला आहे.

पाश्चात्यांचे ज्योतिःशास्त्र कोपर्निकसच्या काळापर्यंत आपल्या ज्योतिःशास्त्राइतकच प्रौढावस्थेस आले होते. तेव्हांपासून विद्येचे पुनरुज्जीवन (renaissance), नवीन प्रदेशांचे शोध, धर्मसुधारणा इत्यादि कारणांमुळे इतर शास्त्रांप्रमाणे याही शास्त्राची प्रगति होत गेली. ही प्रगति विशेष झपाट्याची होण्यास दुर्बिणीची युक्ति आणि पृथक्करणात्मक भूमिति व शून्यलाब्धि या गणितशाखांतील व गुरुत्वाकर्षणाच्या नियमांचा शोध हीं प्रत्यक्ष कारणे झालीं. गुरुत्वाकर्षणाच्या नियमांच्या बलावर धूमकेतूंच्या कक्षांचीं स्वरूपे व गुरु, शनि, चंद्र या ग्रहांस द्यावयाचे विशेष संस्कार काढितां आले. इतकेंच नाही, तर त्याच्या गणितांने नेपच्युन या ग्रहान्ना शोधही लागला. पाश्चात्य ज्योतिषांत ग्रहांच्या मंदफलाची जी सामान्य सारणी शंकुच्छेदगणित, गुरुत्वाकर्षणाचा नियम व लग्नांज्वा सिद्धांत यांच्या आधारांने तयार केली आहे, तिचा एकटीचा जरी विचार केला तरी मनुष्याच्या कल्पकतेबद्दल आदर वाटल्यावाचून राहत नाहीं.

यापुढे उपोद्घातांत भारतीय ज्योतिषाचा संक्षिप्त इतिहास दिला आहे, त्यावरून दिसून येईल कीं, आपले ज्योतिःशास्त्र पाश्चात्य ज्योतिःशास्त्रास आधारभूत झालेल्या खालिडयन, ग्रीक व इजिप्शियन ज्योतिषांशीं समकालीन असून वर्षमान, उन्नपातस्थाने, मध्यम चंद्रगति इत्यादि अनेक बाबतींत ते त्यांच्याही पुढे गेले होते. त्याच्या एका शाखेचा पुरस्कर्ता आर्यभट याने तर पृथ्वीची दैनंदिनगति मानण्यापर्यंत देखील मजल नेली होती.

फार काय, पण गुरुत्वाकर्षणाचा नियमही भारतीय सिद्धांतग्रंथांत बौद्ध-पानें सांपडतो. प्रचलित भारतीय ज्योतिषाचें बहुतांशी पूर्ण स्वरूप ज्यांत सामग्र्यानें पहावयास मिळतें, असा भास्कराचार्यकृत सिद्धांतशिरोमणि हा ग्रंथ होय. हल्लीं आपणांमध्ये अत्यंत प्रचारांत असलेला ग्रहलाघव हा करणग्रंथ याच ग्रंथाच्या आधारानें रचलेला आहे.

भारतीय ज्योतिषाचें सोपपत्तिक अध्ययन करणें हें पाश्चात्य ज्योतिषाच्या अध्ययनापेक्षां वरेंच सोपें आहे. असें असतां सूर्यसिद्धांत, सिद्धांतशिरोमणि, यांसारख्या ग्रंथांचें तर राहोच, पण ग्रहलाघवासारख्या ग्रंथांचेही आपणांकडे सोपपत्तिक अध्ययन होऊं नये ही मोठ्या खेदाची गोष्ट आहे.

ज्या विद्वानांनीं विश्वविद्यालयांत पाश्चात्य ज्योतिःशास्त्र हा ऐच्छिक विषय घेऊन त्याचें उत्तम परिशीलन केलें असतें, त्यांचें साहाय्यक भारतीय ज्योतिषाकडे दुर्लक्ष्य असतें. याचें एक कारण तें ज्योतिष हल्लींच्या प्रौढावस्थेस पोहोचलेल्या ज्योतिषाच्या मानानें कमी योग्यतेचें आहे हें, व दुसरें कारण त्यांतील परिभाषेचें अज्ञान, हें होय. भारतीय ज्योतिषाचा अभ्यास आधुनिक विद्वानांस ज्ञानदृष्ट्या उपयुक्त जरी झाला नाही तरी इतिहासदृष्ट्या मनोरंजक व अभिमानजनक आहे. अशा विद्वानांनीं मनावर घेतल्यास त्या ज्योतिषाचें अध्ययन त्यांना फारच सोपें जाईल. कारण ज्योतिषविषयक बऱ्याच गोष्टी भारतीय व पाश्चात्य ज्योतिषांस साधारण असल्यामुळें त्या त्यांच्या अवलोकनांत आलेल्याच असतात. जेथें दोर्हीमध्ये भेद असतो तेथें पूर्वोक्त ज्योतिषांतील प्रकार त्यांच्या जोडीच्या उत्तरोक्त ज्योतिषांतील प्रकारापेक्षां फार सोपे असतात परिभाषेची अडचण फारच थोड्या श्रमानें दूर होण्यासारखी आहे, हा लेखकाचा स्वतःचा अनुभव आहे.

या दोन प्रकारच्या ज्योतिषांस अनेक गोष्टी साधारण असल्यामुळें केवळ भारतीय ज्योतिषाचें ज्ञान झाल्यानेंही पाश्चात्य ज्योतिषांतील बऱ्याच भागांचें आपोआप ज्ञान होतें. जेथें दोहोंत अंतर असेल तेथें तें अंतर कळल्यास भारतीय ज्योतिषाच्या बरोबर पाश्चात्य ज्योतिषाचेंही अध्ययन होतें. अशा प्रकारें तुलनात्मक अभ्यास केल्यास साधारण बुद्धीच्या प्रवेश-परीक्षेच्या विद्यार्थ्यांस एक वर्षापेक्षां अधिक वेळ लागणार नाही अशी खात्री वाटते.

प्रस्तुत निबंधाच्या लेखकास ज्योतिष हा विषय पूर्वीपासून अत्यंत प्रिय असे. परंतु त्याची गाणिततांत मुळांच गति नसल्यामुळे त्याजकडून बरेच दिवस ज्योतिर्गणिताचा अभ्यास झाला नाही. यामुळे त्याची त्या विषया-संबंधाने जिज्ञासा वाढत मात्र गेली. शेवटी असमर्थतेवर इच्छेचा पगडा बसून त्याने ज्योतिर्गणिताचा अभ्यास करण्याचा संकल्प केला व गुरुचा अभाव, योग्य पुस्तकांची उणीव ही प्रतिकूल कारणे असतांही त्याने तो तडीस नेला. मात्र त्यास या साधनांची व कुशाग्रबुद्धीची जोड असती तर कार्यसिद्धीसाठी जितका वेळ लागला असता त्याच्या दसपट वेळ लागला. याप्रमाणे त्यास अत्यंत श्रम पडले खरे; पण त्याबरोबर त्यास एका दृष्टीने लाभही झाला. कारण विषय कितीही दुर्बोध असो, त्याचे अनेकदा व एकाग्रतेने अवलोकन केले असता बुद्धिमंदासही त्याचे ज्ञान करून घेतां येते, हे तत्त्व त्यास स्वानुभवाने कळून आले. हे अध्ययन चालू असतांना त्यास अनिर्वाच्य आनंदाचा अनेकदा अनुभव आला, हेही येथे नमूद केले पाहिजे. हे अध्ययन करितांना मेन व गॉडफ्रे यांचे ज्योतिर्गणितविषयक ग्रंथ, केरोपंती ग्रहसाधनाची कोष्टके व रा. केतकरांचे ज्योतिर्गणित, या ग्रंथांचा त्यास फार उपयोग झाला.

पाश्चात्य ज्योतिर्गणिताचा अभ्यास सुरू करण्याचे संधीस निबंधलेखकाच्या दृष्टीस ग्रहलाघव हा ग्रंथ पडून त्याच्या उपपत्तीकडे त्याचे लक्ष्य वेधले. त्या ग्रंथावरील मह्यारिकृत टीकेत पदोपदी सिद्धांतशिरोमणीतील वाक्यांचा दाखला दिलेला असल्यामुळे त्या ग्रंथाचे अवलोकन करणे त्यास भाग पडले. साधनांच्या अभावामुळे हा मार्गही त्यास पहिल्याप्रथम अडखळत व चांचपडत आक्रमावा लागला. कांहीं दिवसांनी पांडित बापूदेव-शास्त्री यांचे सूर्यसिद्धांताचे इंग्रजी भाषांतर व गोलाध्यायाच्या भाषांतरास त्यांनी जोडलेल्या टीपा पहाण्यांत आल्या व त्यांच्या साहाय्याने भारतीय ज्योतिष विशद होत गेले.

पाश्चात्य व भारतीय ज्योतिषांचे अध्ययन करण्याची इच्छा होण्यास व ती पार पाडण्यास कै. वा. शंकर बाळकृष्ण दीक्षित यांच्या ' भारतीय ज्योतिःशास्त्र ' या सर्वोत्कृष्ट ग्रंथाचे फार साहाय्य झाले. हा ग्रंथ तुलनात्मक आहे, परंतु यांत ज्योतिर्गणित आलेले नाही. ज्योतिर्गणितावर तुलनात्मक निबंध मराठीत किंवा इंग्रजीत लिहिलेला प्रस्तुत लेखकास

माहित नाही. अशा निबंधाची आवश्यकता त्यास स्वानुभवाने तीव्रपणे भासत असल्यामुळे त्याने १९०६ साली प्रस्तुत निबंध लिहिण्याचा विचार केला, व तो लवकरच अमलांतही आणिला. या निबंधाची अनेक स्थित्यंतरे होत होत त्यास पांच वर्षांत सांप्रतचे स्वरूप प्राप्त झाले. हा निबंध दोषरहित करण्याचा लेखकांने आपणांकडून शक्य तितका प्रयत्न केला आहे. परंतु लेखकाच्या अल्प सामर्थ्यामुळे यांत अजूनही अनेक दोषस्थले राहिली असतील ही भीति प्रांजलपणे प्रकट केल्यावांचून राहवत नाही.

या निबंधास प्रथम 'हिंदूंचे ज्योतिर्गणित' हें नांव दिलें होतें. 'हिंदु' हा शब्द 'सिंधु' या शब्दापासून निघाला असावा असें दिसते. सिंधुनद एके काळीं समुद्राप्रमाणें विशाल होता, असें विद्वानांचें मत आहे. त्याच्या पूर्वेकडील प्रदेशास 'सिंधुस्थान' हें नांव पडणें स्वाभाविक आहे. यांतील 'सिंधु' या शब्दाचा अपभ्रंश होऊन 'हिंदुस्थान' हें देशवाचक व 'हिंदु' हें जनवाचक नाम निघालें असावे. परंतु हल्लीं हिंदु या शब्दाचा 'काला मनुष्य' असा अर्थ रूढ असल्यामुळे या निबंधाचें पूर्वीचें नांव बदलून 'भारतीय ज्योतिर्गणित' हें नांव ठेवण्यांत आलें. या निबंधास ज्या ग्रंथांचा विशेषकरून उपयोग झाला त्यांत 'भारतीय ज्योतिःशास्त्र' व 'ज्योतिर्गणित' हे प्रमुख होत. यांच्या अपत्याचें नांव त्यांच्या नामांशांनीं घटित असल्यास तें अनुरूपच म्हटलें पाहिजे.

वर भारतीय व पाश्चात्य ज्योतिषांवरील ज्या ग्रंथांचा निर्देश केला आहे, त्यांची योग्यता समजण्यास या निबंधाची जर किंचितही मदत झाली तर त्या ग्रंथांच्या ऋणांतून अंशतः तरी उतराई झाल्यासारखें लेखकास वाटे. याच्या वाचनानें थोड्या वाचकांस का होईना, ज्योतिषाविषयी जिज्ञासा उत्पन्न झाली किंवा यत्किंचित् ज्ञानाचा किंवा आनंदाचा लाभ झाला तरी आपल्या श्रमांचें सार्थक झालें असें तो समजेल. फार काय, पण याहून अधिक योग्यतेचा ग्रंथ लिहिण्याची एखाद्यास प्रेरणा होण्यास यांतील दोष जरी कारण झाले, तरी या निबंधाचें जन्म सफल झालें असें समजून लेखक समाधानच मानील.

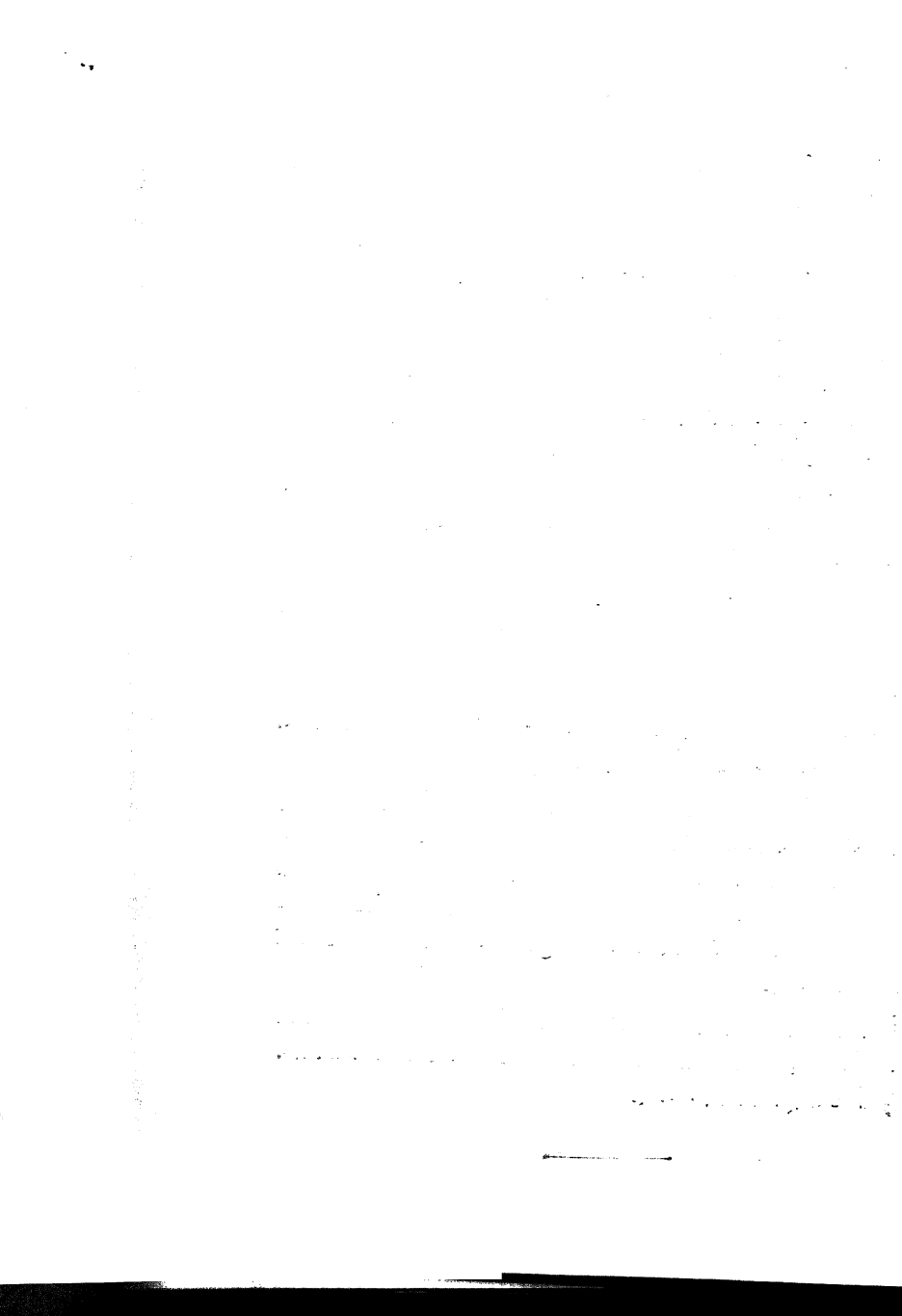
हा निबंध छापतांना शक्य तितकी खबरदारी घेऊनही त्यांत लेखकाच्या विशिष्ट परिस्थितीमुळे कांहीं मुद्रणाचे व इतर दोष राहिले. एके ठिकाणीं तर एका कंसांतर्गत घातचिन्हानें उड्डाण मारून व कंसाचा वध

करून त्याच्या मस्तकावर आरोहण केलें ! हे सर्व दोष शुद्धिपत्रांत दुरुस्ती-सह दिले आहेत. तथापि या निबंधाच्या मुद्रणासंबंधानें आलेल्या विलक्षण अनुभवावरून यांत शुद्धिपत्रांतील दोष वर्ज्य करून एकही मुद्रणदोष राहिला नाहीं अशी खात्री देववत नाहीं.

भारतीय ज्योतिषाचा अभ्यास करितांना लेखकास अनेक शंका आल्या. त्यांचें प्रिन्सिपॉल रघुनाथ पुरुषोत्तम परांजपे, नागपूर येथील प्रोफेसर गोपाळ केशव गर्दे, अकोल्याचे रा. रा. रामचंद्र विनायक धर्माधिकारी यांनी आपला अमोल वेळ खर्च करून निरसन केलें, व वे. शा. सं. विनायक पांडुरंग खानापूरकर यांनी गोलाध्यायाच्या आपल्या मराठी भाषांतराच्या हस्तलिखित प्रतींतील प्रश्नाध्यायाचा भाग मला पाहूं दिला व या रीतीनें पर्यायानें या निबंधास साहाय्य केलें, याबद्दल लेखक त्यांचा अत्यंत ऋणी आहे. या निबंधाची शुद्ध प्रत व त्यांतील आकृति तयार करण्याचे कार्मी रा. रा. धुंडिराज रंगनाथ शेंबेंकर, रा. रा. महादेव नारायण पारसनीस व रा. रा. अनंत नारायण मोहोळकर यांनी जी मदत केली, तिजबद्दल त्यांचे मनःपूर्वक आभार मानिले पाहिजेत. रा. रा. शंकर पांडुरंग जोशी यांनी लेखकाच्या इतर लेखांप्रमाणें या निबंधाच्याही एका मोठ्या भागाची शुद्ध व सुंदर प्रत करून व इतर प्रकारेही जें अमोल साहाय्य केलें त्याचाही येथें कृतज्ञतापूर्वक निर्देश केला पाहिजे.

सरतेशेवटीं गणितासारख्या विषयावर लिहिलेल्या निबंधाचें मुद्रण हें बऱ्याच श्रमाचें व धिमेपणाचें काम असतां व लेखकास अनेकदां मोठे व घोंटाळ्याचे फेरफार करावे लागल्यामुळें तें काम पुष्कळपटीनें अधिक बिकट झालें असतां तें अत्यंत समाधानकारक रीतीनें पार पाडल्याबद्दल शेट दामोदर सांवळाराम यंदे व त्यांचे हुशार मदतनीस यांचे उपकार मानणें जरूर आहे.

लेखकास व्यक्तिविषयक असें जें सांगावयाचें होतें, तें या प्रस्तावनेंत प्रकट केलें आहे. निबंधाच्या विषयासंबंधानें त्यास जें स्पष्टीकरण करावयाचें आहे, तें उपोद्धातांत दिलें आहे.



विषयानुक्रमणिका.

उपोद्घात. पृष्ठ १—३४

भाग पहिला.

स्थानकालगणना.

(पृष्ठ १ ते ७५)

सामान्यः—(१)

स्थानगणनाः—विषुववृत्त, याम्योत्तरवृत्त, क्रांतिवृत्त १-५

तीन पक्षः—सायन, चैत्रनिरयन व रैवतनिरयन—त्यांमधील
भेद ५-११

भोगशर व विषुवांशक्रांतिः—सूर्याच्या भोगापासून विषु-
वांशांचें साधन—उदयांतर—सूर्याच्या विषुवांशांपासून
सायन भोगाचें साधन—सूर्याच्या सायन भोगापासून
त्याच्या क्रांतीचें साधन—इतर ग्रहांसंबंधानें साधनें—आयन
दृक्कर्म ११-२८

खगोलीय मापनप्रकारः—उन्नतांशदिगंश, समवृत्तीयनतांश-
भुज, नतकालांशक्रांति—दिक्साधन—अक्षक्षेत्रे ... २८-३५

चरसाधनः— ३५-३६

क्षितिजस्थ रवींचे नतकालांशः—सशर ग्रहांचें चर—आक्ष
दृक्कर्म—सूर्योत्तर क्षितिजस्थ ग्रहांचे नतकालांश ... ३६-५०

उन्नतनतांशसाधनः—सूर्याच्या उन्नतनतकालांशांवरून त्याचे
नतोन्नतांश आणि छाया व छायाकर्ण यांचें साधन ... ५०-५२

दिग्गंशासाधनः—सूर्याच्या छायेवरून म्हणजे पर्यायानें नतांशां- वरून त्याच्या दिग्गंशांचें साधन ५३-५५
दिग्गंशांवरून रविनतोन्नतांशः—व सशर प्रहांसंबंधानें साधनें ५५-६१
स्थानमापनाचें परिमाणः— ६१-६३
कालमापनः— ६३-६४
कालपरिमाणः— ६४-६५
महा अहर्गणः— ६५-६८
लघु अहर्गणः— ६८-७५

भाग दुसरा.

ज्योतींच्या क्रांतिवृत्तीय गतिस्थिति.

(पृष्ठ ७६ ते १२४)

सामान्यः— ७६-७७
मध्यम ग्रहस्थितिः— ७७-८०
पाश्चात्य ग्रहस्पष्टीकरणः— ८०-८६
भारतीय ग्रहस्पष्टीकरणः—प्रतिवृत्तप्रकार—नीचोच्चवृत्तप्रकार ८६-१०४
स्पष्टकालिक स्पष्ट ग्रहः— १०५
तात्कालिक मध्यम व स्पष्ट ग्रहः— १०५
नक्षत्रेः— १०५-६
ग्रहगतिः— १०६-११२
योगः— ११२
शरः—मध्यमशरसाधन-स्पष्टशरसाधन-तारकांचे कृतायनदृक्- र्मक भोग व शर ११२-११९
लंबनः—दृग्मंडलस्थ लंबन-मध्यम लंबन-स्पष्ट लंबन-नति ... ११९-१२४

भाग तिसरा.

अंतरिक्षांतील चमत्कार.

(पृष्ठ १२५ ते १६६)

सामान्यः—	१२५-१२६
तिथि व करणैः—	१२६-१२७
ग्रहयुतिः—	१२७-१२९
भग्रहयुतिः—	१२९
ग्रहणैः—	१२९
चंद्रग्रहणः—	रविचंद्र व भूभा यांचीं बिंबे—ग्रहणसंभव—ग्रहण- मध्य स्पर्श व मोक्ष—मध्यकालीन ग्रास—संमीलन व उन्मी- लन—इष्टकालिक मानें—स्पर्शमोक्षदिशा	१२९-१४१
सूर्यग्रहणः—	ग्रहणसंभव—ग्रहणमध्यकाल—स्पर्शमोक्षकाल—संमी- लनकाल व उन्मीलनकाल—इष्टकालिक मानें—स्पर्शमोक्षदिशा	१४१-१४७
दर्शनादर्शनैः—	स्थूल दर्शनलोप—सूक्ष्म दर्शनलोप—तान्यांचीं दर्शनादर्शनै	१४७-१५३
उदयास्तः—	१५४
महापातः—	महापातसंभव—अस्फुटमहापातकाल—स्फुट महा- पातकाल—पातादिकाल—पातांतकाल	१५४-१६३
शंगोन्नतिः—	१६३-१६६

भाग चवथा.

भारतीय ज्योतिषास लागणारें गणित.

(पृष्ठ १६७ ते २१०)

सामान्यः—	१६७
अंकगणित व बीजगणितः—	१६७-१६९

कुट्टकः—	१६९-१८४
वर्गप्रकृतिः—	१८४-१८८
भूमितिः—	१८८-१८९
सरलरेखीय त्रिकोणमितिः—	१८९-२०४
गोलीय भूमिति व त्रिकोणमितिः—	२०४-२०५
शून्यलब्धिः—	२०५-२०९
विपरीत राशिः—	२०९-२१०

परिशिष्टे.

(पृष्ठ २११ ते २३७).

परिशिष्ट १ लेंः—देशांतर...	२११
परिशिष्ट २ रेंः—पलात्मक चर.	२१२
परिशिष्ट ३ रेंः—द्वादश भाव.	२१३-२१७
परिशिष्ट ४ थेंः—ग्रहांच्या स्पष्ट गति.	२१८-२२१
परिशिष्ट ५ वेंः—राहु व केतु	२२१-२२२
परिशिष्ट ६ वेंः—पारिभाषिक शब्दांचे इंग्रजी पर्याय.	२२२-२२७
वर्णानुक्रमे सूचिः—	२२८-२३५
शुद्धिपत्र.	२३७

उपोद्घात.

या निबंधांत भारतीय ज्योतिषाची बहुधा एका विशिष्ट काळाचीच स्थिति दिली आहे. हा काळ भास्कराचार्यकृत सिद्धांतशिरोमणीचा होय. हा काळ भारतीय ज्योतिषाच्या अत्यंत पूर्णावस्थेचा होता. त्या ज्योतिषाच्या परिणत अवस्थेत त्याच्या विविध अंगांबद्दल जी प्रचलित प्रमेये होती, तीं सर्व त्यांच्या उपपत्तीसह सिद्धांतशिरोमणींत पहावयास सांपडतात. त्या प्रमेयांहून भिन्न व वस्तुस्थितीशी अविसंवादि अशीं प्रमेये त्यापूर्वीच्या व नंतरच्या काळांत आढळून येतात; नाही असें नाही. उदाहरणार्थ, भास्कराचार्यापूर्वी झालेल्या आर्यभटाच्या सिद्धांतांत पृथ्वीची दैनंदिनगति मानिली आहे व त्याच्यानंतर झालेल्या ग्रंथांत चंद्राचे फलसंस्काराशिवाय आणखी कांहीं संस्कार मानिले आहेत. या गोष्टी अर्थात्च अपवादरूप असून, पाश्चात्यांशी परिचय होण्यापूर्वी आपणांकडे प्रचलित असलेल्या सिद्धांतांस परक्याच होत असें म्हटल्यास चालेल. तथापि ज्याअर्थी या निबंधांत भारतीयांच्या प्रमेयांची व सारण्यांची पाश्चात्यांच्यांशी तुलना केली आहे, त्याअर्थी त्यास मुख्यत्वेकरून आधारभूत असलेल्या ग्रंथाच्या पूर्व व उत्तर कालांतलि भारतीय ज्योतिःशास्त्राच्या स्थितीची माहितीही देणे अवश्य आहे. शिवाय कोणत्याही विषयाचा प्रगतिपर (dynamical) विचार केल्याने त्याच्या विशिष्टकालीन स्थितीवर चांगला प्रकाश पडतो हे तत्त्व विद्वन्मान्य आहे, व या तत्त्वास अनुसरून या निबंधांत प्रतिपादिलेल्या विषयांचा पूर्वेतिहास देणे आवश्यक आहे. या इतिहासांत प्रमुख गोष्टींचाच समावेश केला असून, त्यास मुख्यत्वेकरून कै. रा. रा. शंकर बाळकृष्ण दीक्षित यांच्या ' भारतीय ज्योतिःशास्त्रा'चा आधार आहे. त्यावरून सिद्धांतशिरोमणीची

सापेक्ष योग्यता कळण्यास मदत होईल, व ज्या भारतीय ज्योतिःशास्त्राच्या सौर, आर्य व ब्राह्म या शाखांस धीवृद्धिदत्तंत्र, सिद्धांत-शिरोमणि, ग्रहलाघव, इत्यादि सुंदर फळें आलीं, त्याच्या कांहीं मुख्या वेदकालीन ऋषींच्या पर्णकुटिकांपर्यंत, कांहीं कौरवपांडवांच्या समरभूमीपर्यंत व कांहीं ग्रीक ज्योतिष्यांच्या व्यासपीठांपर्यंत कशा पोहोचलेल्या आहेत हें वाचकांस दिसून त्यांच्या कल्पनेस बरीच चमत्कृतिही वाटेल अशी खात्री आहे.

राविचंद्रांचे उदयास्त व ग्रहणें, नक्षत्रांचे उदयास्त, ऋतूंचे आरंभ व अंत, इ० चमत्कारांकडे मनुष्याचें लक्ष्य फार पुरातन काळापासून लागणें साहजिक आहे. रात्रीचे वेळीं आकाशातील तारकांच्या स्थितांवरून दिशा व काळ ओळखणें सोपें जातें; चंद्राच्या स्थितीवरून भरतीओहोटी काढितां येते; व सूर्याच्या स्थितीवरून ऋतु ओळखतां येतात. याप्रमाणें या चमत्कारांच्या ज्ञानाचा उपयोग करून घेतां येतो. या चमत्कारापैकीं कांहींचा म्हणजे ग्रहणें, धूमकेतुदर्शन, उदयास्त सूर्यस्थिति किंवा चंद्रस्थिति, युति यांचा ईश्वरी क्षोभ, पिकें, विवाह, युद्धें, व्यक्तिविषयक सुखदुःखें इत्यादिकांशींही साहजिकच संबंध जोडण्यांत आला. आकाशातील स्थिति किंवा चमत्कार विनचूक काढणें यास गणित म्हणतात. त्या स्थितीचे किंवा चमत्कारांचे जन्मकालनिरपेक्ष परिणाम संहिता या ज्योतिःशास्त्रस्कंधावरून काढितां येतात. व्यक्तीच्या जन्मकालावरून त्याच्या आयुष्यावरील परिणाम काढणाऱ्या ज्योतिःशास्त्रस्कंधास होरा किंवा जातक म्हणतात. याचे दोन प्रकार आहेत. सर्व जन्माचा विचार जातकावरून होतो, व एखाद्या विशिष्ट वर्षाचा ताजिकावरून होतो.

गणितस्कंधाच्या ग्रंथांत सिद्धांत, तंत्र व करण असे तीन प्रकार आहेत. ज्यांत कल्पापासून ग्रहगणिताचा विचार असतो तो

सिद्धांत, ज्यांत महायुगापासून असतो तें तंत्र, व ज्यांत एखाद्या शकवर्षापासून असतो तें करण. या तिन्ही प्रकारच्या ग्रंथांत खालील नांवांचीं प्रकरणें असून त्यांत निरनिराळ्या विषयांसंबंधानें विवेचन असतें:—१ मध्यमाधिकार, २ स्पष्टाधिकार, ३ त्रिप्रश्नाधिकार, ४ चंद्रग्रहण, ५ सूर्यग्रहण, ६ छायाधिकार, ७ उदयास्ताधिकार, ८ शृंगोन्नत्यधिकार, ९ ग्रहयुत्यधिकार, १० भग्रहयुत्यधिकार, ११ महापाताधिकार. सिद्धांतगणितांत यांशिवाय सृष्टि-रचना, गोल, यंत्रें इत्यादि विषयही असतात.

उपलब्ध ज्योतिषग्रंथांत अतिप्राचीन ग्रंथ वेदांगज्योतिष हा होय. वेदांचा हा भाग ज्योतिषास वाहिलेला आहे. वेदांच्या इतर भागांत ज्योतिर्विषयक अशा ज्या कांहीं विशेष नमूद करण्यासारख्या कल्पना आहेत, त्यांपैकी कांहीं देतो.—

१ चंद्र हा सूर्याहून उंच अशा चंद्रमंडलात संचार करितो. (याच्या विरुद्ध विधानही वेदांत आहे.) २ शुलोकाच्या मानानें पृथ्वी फार लहान आहे. ३ सकल भुवनांस सूर्य हा आधार आहे. ४ तोच ऋतूस उत्पन्न करितो. ५ वायूसही कारण तोच होय. ६ उषा नित्य नवी नवी प्रकाशते, व म्हणून उषा अनेक आहेत. (याच्या विरुद्ध विधानही वेदांत आहे.) ७ पृथ्वी गोल व निराधार आहे. ८ पांच वर्षे मिळून एक युग होतें. (याहून मोठेही युग नांवाचें एक कालपरिमाण माहित होतें. या युगांची संख्या चार आहे. कृत, त्रेता, द्वापार व कलि हीं नांवां देवतांचीं होती. कालपरिमाणाचीं होती, हें निश्चयात्मक नाही.) ९ वर्ष सौर, चांद्र व सावन या तिन्ही प्रकारचें असून त्याचीं नांवां शरद, हेमंत इत्यादि असत. महिने सावन व चांद्र असून त्यांची संख्या १२ होती, व त्यांचीं नांवां मधु, माधव इत्यादि किंवा अरुण, अरुणरज इत्यादि होती. नक्षत्रमूलक चैत्रादि नांवां

नव्हती. हीं नांवे ब्राह्मणकालाच्या उत्तरभागी, म्हणजे शकापूर्वी २००० पासून १५०० वर्षांपर्यंत प्रचारांत आलीं. सौर व चांद्र मासांचा मेळ घालण्याकरितां अधिक मास कल्पीत. चांद्र दिन सावनदिनापेक्षां लहान आहे, ही कल्पना होती. १० सूर्य विषुववृत्ताच्या उत्तरेस असला म्हणजे उत्तरायण व दक्षिणेस असला म्हणजे दक्षिणायन असें मानीत. ११ ऋतूंची संख्या कधीं तीन, कधीं पांच व कधीं सहा मानीत. पांच मानीत तेव्हां हेमंत व शिशिर मिळून एकच ऋतु धरीत. पहिला ऋतु वसंतासच मानीत. १२ महिना पौर्णिमेवर किंवा अमावास्येवर पूर्ण होत असे. पण पूर्णिमांत मानाविषयीच विशेष ऋटाक्ष असे. शुक्ल व कृष्ण हेच महिन्यांतील पूर्व व अपर पक्ष असत. १३ तिथि या शब्दाचा अर्थ चंद्राच्या एका उदयापासून दुसऱ्या उदयापर्यंतचा काळ असा असे. चांद्र मासाचा ३० वा हिस्सा या अर्थी त्याचा उपयोग फारसा प्रचलित दिसत नाही. १४ चंद्रकलांची वृद्धि व क्षय हीं सूर्यावर अवलंबून असतात असें मानीत. १५ चंद्रास सूर्यापासून प्रकाश मिळतो. १६ अमावास्येस सूर्यचंद्र एके ठिकाणीं असतात. १७ सूर्यामुळे दिवस कमीअधिक होतो. विषुवान् हा सांवत्सरिक किंवा इतर सत्राचा मध्यदिवस होय. १८ वारांचीं नांवे वेदांत कोठें नाहींत. १९ सूर्योदयापासून सूर्यास्तापर्यंतच्या दिवसाचे २, ३, ४, ५, १५ असे विभाग आढळतात. घटिका, पळें हे दिनविभाग आढळत नाहींत. २० नक्षत्रें सांप्रतच्या किंवा भिन्न नांवांनीं आढळतात. पहिलें नक्षत्र कृत्तिका मानिलें आहे. शतपथब्राह्मणांत कृत्तिका पूर्वेस उगवतात असेंही वर्णन आहे, यावरून तो काल शकापूर्वी ३००० वर्षे असावा असें निघते. काहीं नक्षत्रांचीं नांवे त्यांची तेजस्विता, आकृति, शुभाशुभकारित्व इत्यादिकांवरून

पडलीं असून कांहींसंबंधानें आख्यायिका प्रसिद्ध आहेत. नक्षत्रांतील तारांची संख्या एक, दोन, तीन, चार किंवा अधिक असे. कृत्तिकांची संख्या २७ असे. नक्षत्रांशिवाय ऋक्ष (ह्यणजे आस्वल, सप्तर्षीचें प्राचीन नांव. पाश्चात्यांमध्ये हेंच नांव आहे.), श्वान (ह्यणजे त्याच अर्थाच्या नांवाचा पाश्चात्य ज्योतिषांतील तारकापुंज.), नौका (ह्यणजे याच अर्थाच्या नांवाचा पाश्चात्य ज्योतिषांतील तारकापुंज.), या तारांचीही नांवे आलीं आहेत. २१ सूर्यग्रहण लागतें तें स्वर्भानूनें सूर्यास तमानें वेधिल्यामुळें लागतें असें मानित. २२ भौमादि पंच ग्रहांबद्दल स्पष्ट उल्लेख वेदांत आढळत नाहीं. परंतु त्यांचें ज्ञान त्या काळीं असावें असें अनुमान करण्यास जागा आहे. अश्वी हें नांव गुरु व शुक्र या द्वयास असावें. वेन (Venus) हा शब्द शुक्रास व मंथी हा शब्द चंद्रास किंवा शनीस लावीत असावेत. गुरुपुष्ययोगाकडे त्या काळीं लक्ष्य गेलें असावें. अथर्वसंहिताकाळीं कांहीं आकाशस्थ पदार्थास ग्रह हा शब्द लावूं लागले. त्या काळीं उल्काचें व धूमकेतूचेंही ज्ञान होतें. २३ वर्षारंभ वसंतारंभी व मधुमासारंभी होत असे. २४ ' संवत्सर हा देवांचा एक दिवस होय. ' या अर्थाच्या एका वाक्यावरून देवांच्या वासस्थानीं म्हणजे ध्रुवस्थानीं सहा सहा महिने दिवसरात्र असते ही गोष्ट माहित असावीशी दिसते.

वेदांगज्योतिष ऋग्वेद, यजुर्वेद व अथर्ववेद यापैकी प्रत्येकाचें निराळें होतें. पहिल्या दोहोंत बरेंच साम्य आहे. ऋग्वेदज्योतिषाचा आचार्य लगध हा होय. ऋग्वेदज्योतिष व यजुर्वेदज्योतिष यांचा रचनाकाल इ० स० पूर्वी २००० वर्षे असावा, व त्यांचें स्थल ३४°४६' किंवा ३४°५५' या अक्षांशांवर असावें. अथर्ववेदज्योतिष त्यापेक्षां अर्वाचीन आहे.

पूर्वोक्त दोन ज्योतिषमन्त्र्ये पाच सौर वर्षांचें एक युग मानिलें असून त्या युगांत चंद्राचे नक्षत्रमंडलांतील ६७ फेरे, १२० अर्ध सौर मास, १२४ पर्वे (म्हणजे अर्ध चांद्र मास), ६२ चांद्र मास अथवा १८६० तिथि, ६० सौर मास अथवा १८०० सौर दिन व ६१ सावन मास अथवा १८३० सावन दिवस असतात, व त्या काळांत सूर्याचे १८३० उदय, नक्षत्रांचे १८२५ उदय व चंद्राचे १७६८ उदय होतात, असें मानिलें आहे. या मानानें ३० चांद्र मासांनीं एक अधिक महिना येतो, व प्रत्येक युगाचा आरंभ माघ शु० १ या दिवशीं होऊन त्या वेळीं सूर्य व चंद्र धनिष्ठा नक्षत्रीं असतात, व त्याच वेळीं उत्तरायण सुरूं होतें. नक्षत्राचा व उत्तरायणाचा याप्रमाणें मेळ असल्यामुळें त्या काळीं अयनगतीचें ज्ञान नव्हतें हें उघड आहे. या युगपद्धतीनें प्रत्येक युगांत श्रावण व माघ हे दोन अधिक महिने येतात. एका दिवसांत ३० मुहूर्त व एका मुहूर्तांत दोन नाडिका मानिल्या असून एका नाडिकेंत १० $\frac{1}{2}$ कला किंवा १५ $\frac{1}{2}$ प्रस्थ अथवा ६१ कुडव अथवा पर्यायानें १९० $\frac{1}{2}$ पळें व एका दिवसांत ६०३ कला मानिल्या आहेत. उत्तरायणांत एक प्रस्थ दिवस वाढतो व रात्र लहान होते, दक्षिणायनांत याच्या उलट प्रकार होतो, व ही क्षयवृद्धि रोज सारखी असते, असें मानिलें आहे. येंथे वेद-कालापेक्षां उत्तरायण व दक्षिणायन या शब्दांचे अर्थ निराळे आहेत. युगांतील पर्वसंख्येस अनुसरून प्रत्येक नक्षत्राचे १२४ भाग केले आहेत, व यापैकी ९ भाग सूर्य प्रत्येक तिथीस आक्रमितो असें मानिलें आहे. या मानानें सूर्य प्रत्येक पर्वास एक नक्षत्र व ११ भाग व प्रत्येक महिन्यास दोन नक्षत्रें व २२ भाग आक्रमितो. महिन्याच्या आरंभी पूर्णभुक्त नक्षत्रें जाऊन चांद्र नक्षत्रांपैकी जे भाग सूर्यानें भोगिले असतात त्यांस २७ नें भागून जी

चाकी उरते तिच्या अनुक्रमाने नक्षत्रांचीं नांवे यजुःपाठांत दिली आहेत. तीं अर्थात् ५-५ च्या अंतराने आहेत; व त्यांत पहिले नक्षत्र अश्विनी आहे. एक नक्षत्र क्रमण्यास चंद्रास ६१० कला ह्यणजे १ दिवस व ७ कला इतका वेळ लागतो. वेदांगज्योतिषाचे युगसावनदिवस १८३० हे त्या अवकाशातील वास्तविक सावन दिवसापेक्षां सुमारे ४ ने अधिक आहेत; परंतु तिथींत फारसें अंतर नाही. गति चंद्रसूर्याच्याच दिल्या असून त्या मध्यम आहेत. मास अमान्त आहेत. नक्षत्रांची गणना धनिष्ठादि व क्वचित् कृत्तिकादि आहे. मेषादि राशी मुळींच माहित नव्हत्या. वेदांगज्योतिषकाली पूर्णांक व अपूर्णांक यांचे परिकर्मचतुष्टय (वेरीज, वजावार्की, गुणाकार व भागाकार), संक्षेप व त्रैराशिक यांची चांगली माहिती होती.

अथर्वज्योतिषासंबंधाने लक्ष्यांत ठेवण्यासारख्या गोष्टी या होतः—१ कालपरिमाणांत मुहूर्त नांवाचे अहोरात्राच्या $\frac{1}{3}$ इतके परिमाण असून प्रत्येक मुहूर्ताचे प्रमाण द्वादशांगुल शंकूच्या छाया-दैर्घ्यावरून ठरविले आहे. २ तिथि, नक्षत्र, करण, मुहूर्त यांचा विचार आला आहे; परंतु योगांचा विचार नाही. ३ वारांची व ग्रहांची नांवे आली आहेत. ४ वारांची नांवे आहेत, तरी राशींची नांवे नाहीत.

कल्पसूत्रेः—आश्वलायनसूत्रांत नक्षत्रयुक्त माससंज्ञा आल्या आहेत; वर्षारंभ वसंतापासून आहे; तिथि शब्द नाही तरी तिथि-वाचक शब्द आहेत. अयन, विषुव यांचा उल्लेख आहे; तारांत ध्रुव, सप्तर्षि व अरुंधती या आल्या आहेत. आश्वलायनसूत्रा-पेक्षां पारस्करसूत्र अर्वाचीन आहे. त्यांत नक्षत्राचे ४ अंश मानिले आहेत, यावरून त्या काळीं क्रांतिवृत्ताचे बारा भाग पडले असावे असे दिसते. या दोन्ही सूत्रांत अधिमास, तिथि,

नक्षत्र, क्षयवृद्धि, सात वार, मेषादि राशी, योग, करणें, हीं आलीं नाहींत. हिरण्यकेशी व आपस्तंभ या सूत्रांतही मेषादि संज्ञा व वारांचीं नांवां नाहींत. वरील सर्व सूत्रांत चैत्र-वैशाख अथवा मधुमाघत्र हे वसंताचे मास अशी परिभाषा दिसून येते. बौधायनसूत्रांत मेषादि राशी आहेत, व मैत्रेयसूत्रांत राशि-संक्रमणाचा उल्लेख व राशि हा शब्दही आहे.

निरुक्तांत सप्तर्षि, दिवस, रात्रि, शुक्लकृष्णपक्ष व उत्तरदक्षिणा-यनें आलीं आहेत. त्यांत सहस्र युगें मिळून ब्रह्मदेवाचा दिवस व तितर्काच युगें मिळून त्याची रात्र असेंही वर्णन आहे. 'कल्प' हा शब्द नाहीं, व युगाचें मान दिलें नाहीं. इतर प्रकार मनुस्मृत्यादि ग्रंथांतील युगपद्धतीशीं जुळतात.

पाणिनीच्या व्याकरणांत चैत्रादि नक्षत्रयुक्त माससंज्ञा आणि दिवस विभागांपैकीं मुहूर्त व नाडी हे शब्द आले आहेत.

स्मृति, महाभारत इत्यादि.

स्मृति.

मनुस्मृतींतील युगपद्धति व सूर्यसिद्धांतादि ज्योतिषग्रंथांतील युगपद्धति एकच आहे. कारण मनुस्मृतीप्रमाणें कलियुगाची वर्षसंख्या १०००, त्याच्या दुप्पट द्वापारयुगाची, तिप्पट त्रेता-युगाची व चौपट कृतयुगाची असून प्रत्येकांत आरंभीच्या संधी-बद्दल $\frac{1}{4}$ व अंतीच्या संधीबद्दल $\frac{1}{4}$ वर्षे घातलीं असतां बेरीज १२००० ही चतुर्युगाची वर्षसंख्या येते. हिला दैवयुग म्हटलें आहे. अशी १००० दैवयुगें मिळून ब्रह्मदेवाचा १ दिवस होतो. युगाचें विशेषण दैव हेंच वर्षाचेंही समजणें सयुक्तिक होईल, व मनुष्यांचा ३६० दिवसांचा संवत्सर म्हणजे देवांचा एक दिवस अशी त्या काळीं कल्पना होती; म्हणून मनुष्यांचीं ३६० × १२०००

अर्थात् ४३२०००० वर्षे म्हणजे देवांचें युग व अशीं १००० युगे म्हणजे ब्रह्मदेवाचा दिवस हें परिमाण मनूच्याच वेळचें आहे. या वर्षसंख्येस कल्प ही संज्ञा मात्र नाही. मन्वंतराचें परिमाणही सूर्यसिद्धांतादिकांतल्याप्रमाणेंच आहे. मनुस्मृतींत ग्रह आणि मेषादि राशी आढळत नाहीत.

याज्ञवल्क्यस्मृतींत ग्रहांचीं नांवे आलीं आहेत. तीं वारांच्याच अनुक्रमानें आलीं असल्यामुळें त्या काळीं सात वार प्रचारांत आले असावेत असें वाटतें. राहु व केतु यांचींही नांवे इतर ग्रहां-बरोबर आलीं आहेत. युगपद्धतीचा निर्देश आहे. नक्षत्रांचा उल्लेख कृत्तिकादि आहे; त्याअर्थीं मेषादिराशिपद्धति त्या काळीं-ही प्रचारांत नव्हती. परंतु क्रांतिवृत्ताचे बारा भाग होते. मेषादि-संज्ञापूर्वींच सात वार प्रचारांत आले होते. व्यतीपात, ग्रहयुति यांचेही त्या काळीं ज्ञान होतें. सप्तर्षि, अगस्त्य, या तारांचाही उल्लेख आहे.

महाभारत.

महाभारत पांडवांच्या काळीं किंवा त्यानंतर लवकरच लिहिलें असावें. पांडवांचा काल शकापूर्वीं १५०० पासून ३००० पर्यंत कौणता तरी असावा. त्याहून प्राचीन नाही.

भारतांत युगमानें मनुस्मृतींतल्याप्रमाणेंच आहेत. कृतादि युगांचीं नांवे व कल्प हें कालमानही आलें आहे. त्याचप्रमाणें वेदांग-ज्योतिषांतिल पंचसंवत्सरात्मक युगपद्धतीचा उल्लेखही आला आहे; व त्या ज्योतिषांतिल पांच वर्षांनीं ३ अधिक मास होतो हाही नियम आहे. उत्तरायण श्रवणारंभी होत असल्याचा व श्रवणादि नक्षत्रगणना होत असल्याचा दाखला आहे. ऋतु, अयनें, मध्वादिमास, तिथि यांचाही अनेक स्थलीं उल्लेख आला आहे. वर्षारंभ उत्तरायणीं व

शिशिर ऋतूंत होत असावा. संपात कृत्तिकानक्षत्री असल्यामुळे कृत्तिकादि गणना शकापूर्वी ३००० वर्षे या काली प्रचारांत आली, हे पूर्वी आलेच आहे. त्या काली महिने चांद्र व पूर्णिमांत होते; म्हणून कृत्तिकानक्षत्रावर चंद्र पूर्ण झाल्यावर दुसऱ्याच दिवशी म्हणजे मार्गशीर्षमासारंभी वर्ष सुरू होत असे. वर्षारंभ वसंत ऋतूंतही होत असल्याबद्दल उल्लेख आहे. शुक्लादि व कृष्णादि अशा दोन्ही प्रकारच्या मासांचा उल्लेख आहे. दिवसाच्या विभागांपैकी काष्ठा, कला, मुहूर्त, लव व क्षण हे आले आहेत. सात वार कोठेंच आले नाहींत; परंतु दिवस या अर्था ' वार ' हा शब्द आला आहे; यावरून सात वार प्रचारांत येण्यापूर्वी वार हा शब्द दिवसास लावीत असे दिसते. नक्षत्रांची कृत्तिकादि गणना आहे. मेषादि संज्ञा कोठें नाहींत. योग आणि करणें हीं नाहींत. ग्रहांची स्थिति क्रांतिवृत्ताच्या द्वादश विभागांसंबंधानें कोठेंही दिली नाहीं. परंतु त्या वृत्ताचे द्वादश विभाग सूर्यस्थितीसंबंधानें तरी झाले असावे असे दिसते. ग्रहणांचे व ग्रहणकालांचे अनेक उल्लेख आहेत. एके स्थळीं १३ दिवसांचा पक्ष आला आहे; व असा पक्ष स्पष्ट मानानें मात्र संभवतो, यावरून व पक्षमास यांचा क्षय आला आहे, त्यावरून भारतकाली चंद्र-सूर्याच्या स्पष्ट गतिस्थितीचें ज्ञान होतें असे दिसते. सात ग्रहांचीं नांवें आली आहेत; व त्यांत राहुकेतूंचाही अंतर्भाव होत असल्यामुळे ग्रहणांच्या उपपत्तीचें ज्ञान त्या काली असलें पाहिजे. ग्रहांचीं नांवें संस्कृतच आहेत; परभाषांतील नांवांशीं सदृश नाहींत. ग्रहांच्या वक्रगतिबद्दल वर्णन आहे; तसेंच त्यांच्या युतीबद्दलही आहे. धूमकेतु, उल्कापात यांचें वर्णन पुष्कळ ठिकाणीं आलें आहे. कांहीं स्थळीं भरतीओहोटीचा चंद्राशी संबंध आला

आहे, व चंद्राचें पृष्ठ कधीं दिसत नाहीं असेंही वर्णन आहे. पृथ्वीच्या गोलत्वाचाही उल्लेख आहे.

रामायणांत चैत्रादि संज्ञा आहेत; यावरून रामायणाचा कांहीं भाग तरी भारतापेक्षां अर्वाचीन आहे असें सिद्ध होतें.

वैदिक कालाची पूर्वमर्यादा शकापूर्वीं सुमारे ६००० वर्षे याहून अर्वाचीन नाहीं. उत्तर मर्यादा शकापूर्वीं १५०० वर्षे ही होय. ऋक्संहितेच्या कांहीं भागाचा काळ शकापूर्वीं ४००० वर्षे आहे. तैत्तिरीय संहितेच्या कांहीं भागाचा काळ श० पूर्वीं सुमारे ३००० वर्षे आहे. ब्राह्मणें श० पूर्वीं ३००० पासून १५०० या काळांतील होत. त्यांत ज्या भागांत चैत्रादि संज्ञा आहेत व वर्ष अर्थात् नाक्षत्रसौर अथवा निरयन आहे ते श० पूर्वीं २००० च्या पुढचे, आणि बाकीचे म्हणजे ज्यांत वर्ष आर्तिव अथवा सायनसौर आहे ते पूर्वींचे आहेत. बरेच उपनिषद्ग्रंथ श० पूर्वीं २००० पासून १५०० या काळांतले होत. श० पू० १५०० वर्षे ही वेदांगकालाची पूर्वमर्यादा होय. तोंपर्यंत सात-वार व मेषादि बारा राशी आमच्या देशांत माहित नव्हत्या. वार आपल्याकडे खाल्डिया देशच्या लोकांकडून श. पू. १००० च्या सुमारास आले असावे. मेषादिराशिचक्रांचा आरंभ अश्विनी-नक्षत्रापासून आहे. मेषारंभ इतर नक्षत्रां असल्याचा उल्लेख कोठेही नाहीं, व महाभारतांत श्रवणादि गणना असून राशी नाहीत, यावरून वसंतसंपात अश्विनीच्या आरंभी होता त्यानंतर केव्हां तरी म्हणजे शकापूर्वीं ५०० च्या सुमारास राशिसंज्ञा प्रचारांत आल्या हें उघड होतें. त्या संज्ञांस आपल्या ग्रंथांत क्रिय, तावुरि इत्यादि ज्या प्रतिसंज्ञा दिल्या आहेत त्या ग्रीक राशिवाचक शब्दांशीं मिळतात, राशिसंबंधीं कथानकें ग्रीक लोकांत आहेत त्याप्रमाणें आमच्या ग्रंथांत नाहीत, व आपल्या ग्रंथांत दिलेल्या

राशिलक्षणास आधार आर्यग्रंथांचा दिला नसून यवन-ग्रंथांचा दिला आहे, या गोष्टींवरून आपणांकडे राशी ग्रीस देशांतून आल्या असाव्यात असें वाटते. वेदांगकालाची उत्तर मर्यादा शकापूर्वी २०० वर्षे याहून अर्वाचीन नाही. वेदांग-कालाची उत्तर मर्यादा तीच ज्योतिषसिद्धांतकालाची पूर्वमर्यादा होय. सिद्धांतग्रंथांत जी युगपद्धति वर्णिली आहे, तिच्याप्रमाणें कल्पारंभी किंवा कलियुगाच्या व इतर युगांच्या आरंभी सर्व ग्रह एकत्र येतात. वास्तविक पहातां कलियुगारंभी सर्व ग्रहांच्या एकत्र स्थितीचा अनुभव तत्कालीन लोकांस आला होता, असें त्या काळचें गणित केल्यानें दिसत नाही. यावरून सिद्धांतग्रंथ-काळची गति घेऊन ग्रहांची एकत्र स्थिति गणितानें ज्या काली आली तो कलियुगारंभ, असें मागाहूनच ठरविलें असलें पाहिजे. सिद्धांतकालीन ग्रंथांत असून पूर्वकालीन ग्रंथांत नाही, असें दुसरें-ही एक वर्णन आहे. तें वर्णन म्हणजे शनि व मंगळ यांजकडून रोहिणीशकटभेद हें होय. परंतु हें वर्णन काल्पनिक नसून पूर्वकालीन अनुभवाचा अवशेष असावा, असें दिसते. कारण शकापूर्वी ५३०० वर्षे या सुमारास शनि व त्याच्या अगोदर वऱ्याच काळापूर्वी मंगळ रोहिणीशकटाचा भेद करीत होता असें गणितानें येते.

या काळानंतर ज्योतिःसिद्धांतकाल येतो. त्या काळीं ज्योतिः-शास्त्र बरेच प्रौढावस्थेस आलेलें दिसते. या दोन काळांच्या दरम्यान बरेच ग्रंथ झाले असावेत; पण ते सांप्रत उपलब्ध नाहीत.

ज्योतिःसिद्धांतकाल.

या काळचे पहिले ग्रंथ म्हणजे सूर्यसिद्धांतादि पांच सिद्धांत होत. यांचें वर्णन वराहमिहिराच्या पंचसिद्धांतिकेत दिलें आहे. परंतु ते स्वतंत्रपणें उपलब्ध नाहीत. त्याच नांवांचे दुसरे पांच

सिद्धांत हल्लीं उपलब्ध आहेत, त्यांहून ते निराळे होते असें दोहों-
तील मानांची तुलना केली असतां दिसते. संदिग्धता टाळण्या-
करितां त्यांस अनुक्रमें प्राचीन व वर्तमान सिद्धांतपंचक म्हटल्यास
चालेल. प्राचीन सिद्धांतपंचकांतील वासिष्ठ व पैतामह हे सर्वांत
प्राचीन असून वराहमिहिराच्या काळीं दृक्प्रत्ययाशीं मुळांच
मिळत नसत. पौलिश व रोमक बरेच मिळत असत, व सूर्य-
सिद्धांत इतर सर्वांहून अधिक मिळे. या तिहींत पुलिश प्राचीन
असावा, त्यानंतरचा सौर व त्या मागाहूनचा रोमक असावा.

पितामहसिद्धांतांत धनिष्ठादि गणना, पंचवार्षिक युग व अह-
र्गण व दिनमान साधण्याच्या पद्धती, वेदांगज्योतिषांतल्याप्रमाणेंच
आहेत. अहर्गणसाधन शकवर्षापासून सांगितलें आहे, तें मुळांत
नसून वराहमिहिराचें पदरचें असावें. वेदांगज्योतिषांत ३०
मासांनीं अधिमास व ६२ दिवसांनीं क्षयदिवस धरिला आहे.
पितामहसिद्धांतांत ते अनुक्रमें ३२ मासांनीं व ६३ दिवसांनीं धरिले
आहेत. या मानानें वर्षाचें मान ३६५ दिवस २१^६/_{६०} घटिका हें येतें.
पंचसिद्धांतिकोक्त पितामहसिद्धांतांत वेदांगज्योतिषांतल्याप्रमाणेंच
रविचंद्रांचें मात्र गणित आहे; इतर ग्रहांचें नाहीं. पण तें मुळांत
असावें असें अनुमान करण्यास आधार आहे.

वासिष्ठसिद्धांतांतही रविचंद्रांखेरीज इतर ग्रहांचें गणित नाहीं,
तिथि व नक्षत्रें काढण्याची रीत सांप्रतच्या पद्धतीहून निराळी
दिली आहे, राश्यंशकला हीं मानें दिली आहेत, व छायेचा विचार
बराच केला आहे; दिनमानाविषयींही कांहीं सांगितलें आहे; व
लग्न हा शब्द कांहींसा हल्लींच्या सारख्याच अर्थी आला आहे.
द्वादश राशीविषयीं उल्लेख याच ग्रंथांत प्रथम आढळतो.

रोमकसिद्धांतांतील युगाचें मान इतर सिद्धांतांतील नाहीं.
त्याचें वर्षमान ३६५ दिवस १४ घटिका ४८ पळें इतकें आहे.

हैं इ. स. पूर्वी १५० च्या सुमारास झालेल्या हिपार्कस या ग्रीक ज्योतिष्याच्या वर्षमानाशी जुळते. रोमक हे नांवही पाश्चात्य दिसते. यावरून हा सिद्धांत हिपार्कसच्या ग्रंथांस अनुसरून केलेला दिसतो. यांतील क्षेपक शके ४२७ या वर्षाचे आहेत. पण ते ब्राह्मिहिराचे असावेत. या सिद्धांताचा काळ इ. स. पूर्वी १५० च्या नंतर व टॉलमीच्या म्हणजे इ. स. १५० च्या पूर्वी केव्हां तरी असावा. या सिद्धांताचे वर्षमान कोणत्याही ग्रंथांत अनुसरिले नसल्यामुळे व त्यास पूज्यत्व असल्याचे इतर गोष्टी-वरूनही दिसत नसल्यामुळे तो पुलिश् व सूर्यसिद्धांतापेक्षा अर्वाचीन असावा असे दिसते. पंचसिद्धांतिकेचा बराच भाग या सिद्धांताने व्यापिला आहे. तिच्यांत त्या सिद्धांतांतील अहर्गण, अधिमास, तिथिक्षय, सूर्यचंद्रसाधन, त्यांचे स्पष्टीकरण आणि चंद्र-सूर्यग्रहणसाधन आहे.

पुलिश्सिद्धांत हा पौलस ग्रीक याने केला, असे अलविरुणी या मुसलमान प्रवादयाने लिहिले आहे. पण या विधानाच्या सत्यत्वा-बद्दल बराच संशय आहे. या सिद्धांतानेही पंचसिद्धांतिकेचा बराच भाग व्यापिला आहे. याचा अहर्गण रोमकसिद्धांतांतील अहर्गणाच्या जवळ जवळ आहे, असे वर्णन आहे. पंचसिद्धांतिकां ग्रंथांत यांतील सूर्यादिसाधन, चंद्रसूर्यग्रहण, ग्रहांचे वक्रमार्गत्व व उदयास्त या गोष्टी आहेत. यांतील वर्षमान ३६५ दिवस १५ घटिका ३० पळे हे आहे. ते व राहुभगणकाल इतर सिद्धांतांतल्यापेक्षा निराळा आहे. यांशिवाय रविचंद्रांचे स्पष्टीकरण, पलभे-वरून चरखंडांचे व त्यांवरून दिनमानाचे साधन, देशांतर, हल्ली-च्याप्रमाणे तिथिनक्षत्रसाधन, करणे, महापात, ग्रहणे, यांचाही विचार आहे. फलसंस्कार केंद्रानुसारी असतो, हे तत्व प्रथमतः याच सिद्धांतांत दिसते. ते बहुधा ग्रीक लोकांकडून इकडे आले

असावें. ग्रहस्पष्टीकरणार्थं भुज्ज्यांचा उपयोगही याच सिद्धांतांत प्रथम दिसून येतो.

प्राचीन व वर्तमान यांशिवाय आणखी एक पुलिशसिद्धांत होता असें दिसतें. त्यांतील मानें उत्पलाच्या टीकेंत सांपडतात. त्याचें वर्षमान ३६९ दिवस १५ घटिका ३१ पळें व ३० विपळें हें आहे. त्यांतील भगणादिमानें पंचसिद्धांतिकोक्त सूर्यसिद्धांतांतील किंवा पहिल्या आर्यभटाच्या मानांशीं जुळतात; व त्यांत सृष्टि-संस्थेचें वर्णन, ग्रहयुति हे भागही आहेत.

सूर्यसिद्धांताचेही क्षेपक श. व. ४२७ चे आहेत. यांतील कांहीं मानें उत्पलोक्त पुलिशसिद्धांतांतील व कांहीं पहिल्या आर्यभटाच्या सिद्धांतांतील मानांशीं मिळतात. यांत युगपद्धति असून युगारंभ मध्यरात्री आहे. वर्षमान ३६५ दिवस १५ घटिका ३१ पळें ३० विपळें आहे. पंचसिद्धांतिकेंत या सिद्धांतांतील अधिमासादिक सूर्यचंद्रानयन, ग्रहणें, मध्यम ग्रह, त्यांचें स्पष्टीकरण, वक्रमार्गित्व, अस्तोदय हे विषय दिले आहेत. पंचसिद्धांतिकेंत इतर चार सिद्धांतांतील रविचंद्रानयन मात्र दिलें असून इतर ग्रह सूर्यसिद्धांतांतील मात्र दिले आहेत, यावरून या सिद्धांताचें वराहमिहिराचे काळी असलेलें महत्त्व दिसून येतें; तें दृक्प्रत्ययामुळें आलें असावें. पंचसिद्धांतिकोक्त सिद्धांतांचे काळीं अयनगतीचें ज्ञान नव्हतें, व चंद्राशिवाय इतर ग्रहांच्या उच्चपातांस गति आहे ही गोष्टही माहित नव्हती असें दिसतें. परंतु भारतीय ज्योतिष-पद्धतीला बहुतांशी पूर्ण स्वरूप पंचसिद्धांतिकोक्त सूर्यसिद्धांताचेच काळीं म्हणजे शकारंभाच्या सुमारासच आलें होतें.

वर्तमान सिद्धांतपंचक.

पंचसिद्धांतिकोक्त सिद्धांतांच्या जोडीचे वर्तमान पांच सिद्धांत आहेत असें पूर्वी सांगितलें. ते सूर्यसिद्धांत, सोमसिद्धांत, वासिष्ठसिद्धांत, रोमशसिद्धांत व शाकल्यसंहितोक्त ब्रह्मसिद्धांत हे होत. या सर्व सिद्धांतांची भगणादि मानें एकच आहेत. व तीं महायुगांतील दिलेली आहेत. या सिद्धांतांच्या मते सृष्टि उत्पन्न होण्यास कल्पारंभानंतर १७०६४००० म्हणजे ३९^१ कलियुगांतर्फी वर्षे लागली, व तिची उत्पत्ति पूर्ण झाली तेव्हां सर्व ग्रह, उच्चें, पात हीं एकत्र होतीं. ब्रह्मगुप्तादि कांहीं ग्रंथकारांच्या मते कल्पारंभीच तीं एकत्र होती.

सांप्रतचा सूर्यसिद्धांत लाटकृत असावा, किंवा लाटकृत ग्रंथ व मूळ सूर्यसिद्धांत यांच्या आधारें लिहिलेला असावा. हा सिद्धांत शकाच्या पांचव्या शतकापेक्षां प्राचीन आहे. लाटाचा जो सूर्यसिद्धांताशीं संबंध तोच विष्णुचंद्राचा (शके ९००) वसिष्ठसिद्धांताशीं व श्रीषेणाचा रोमशसिद्धांताशीं दिसतो. विष्णुचंद्रास संपाताच्या गतीचें ज्ञान असून तो त्याचें पूर्ण भ्रमण मानीत असावा असें दिसते. शाकल्योक्त ब्रह्मसिद्धांताचा काल शके ७४३ नंतरचा आहे. इतर कोणत्याही सिद्धांतांत सप्तर्षींचे शरभोग दिलेले नाहींत, ते या सिद्धांतांत दिलेले आहेत.

या पांच सिद्धांतांचें वर्षमान ३६५-१५-३१-३१-२४ आहे. या मानावरून आपणामधील तीन पक्षांपैकीं सौर पक्ष निघालेला आहे. या निवंधांत दुसऱ्या भागांत भगणादि मानें दिली आहेत, तीं कल्पांतील असून ब्रह्मगुप्ताच्या ब्रह्मसिद्धांतांतील आहेत. त्या मानांवरून महायुगाचीं मानें काढिल्यास त्यांच्या मानानें वर्तमान सिद्धांतपंचकांतील मानें किती कमी किंवा अधिक आहेत, हें खालीं

दिलें आहे. चंद्राशिवाय इतर ग्रहांच्या उच्चपातांस गति आहे हें या सिद्धांतांच्या काळीं माहित होतें.

नक्षत्रभ्रम	+ १३७८	मंगळ	+ ३ $\frac{४७८}{१००००}$	चांद्रमास	+ ३६
सावनदिवस	+ १३७८	बुध	+ ६१ $\frac{१६}{१००००}$	तिथि	+ १०८०
चंद्रभगण	+ ३६	गुरु	- ६ $\frac{४५५}{१००००}$	अधिमास	+ ३६
चंद्रोच्च	+ ९७ $\frac{१००००}{१००००}$	शुक्र	- १३ $\frac{४९२}{१००००}$	क्षयदिन	- २९८
चंद्रपात	- ७३ $\frac{१६८}{१००००}$	शनि	+ $\frac{१००००}{१००००}$		

उच्चपातांचीं कल्पांतील मानें काढिल्यास वर्तमान सिद्धांतपंचकातील मानें ब्रह्मगुप्ताच्या मानापेक्षां किती कमी किंवा अधिक आहेत हें खाली दिलें आहे.

ग्रह	उच्च	पात	ग्रह	उच्च	पात
रवि	-९३		गुरु	+ ४९	+ १११
मंगळ	-८८	-५३	शुक्र	-११८	+ १०
बुध	+३६	-३३	शनि	- २	-५२४

सामान्यतः वर्तमान सिद्धांतपंचकांत संपाताचें आंदोलन मानिलें असून त्याची वर्षगति ५४ विकला व परम अयनांश २७ मानिले आहेत.

प्राचीन व वर्तमान सिद्धांतांपैकीं बहुतेक अपौरुष मानिलेले आहेत. अशा ग्रंथांत साहजिकच वेधपरंपरा लिहिलेली नाहीं. ही गोष्ट व हे ग्रंथ पूर्ण आहेत अशी कल्पना व तिजमुळें त्यां-

विषयी असलेली पूज्यबुद्धि ज्योतिषशास्त्राच्या प्रगतीस फार विघातक झाली.

पहिला आर्यभट.

हा अत्यंत कल्पक ज्योतिषी शके ३९८ या वर्षी जन्मला. यानें अक्षरांनीं संख्या दर्शविण्याची त्रोटक पद्धति काढिली. याची युगपद्धति इतर ग्रंथकारापेक्षां निराळी आहे. यानें एका मनुचीं ७२ युगें मानिलीं असून प्रत्येक मन्वंतरारंभीं संधि सांगितलेला नाही. यानें महायुगाचे कृतादि चारी पाद सारख्या प्रमाणाचे मानिले असून, त्याच्या मत्तें सर्व ग्रह कल्पारंभीं व महायुगारंभीं त्याचप्रमाणें पादारंभींही एकत्र येतात. पृथ्वीची दैनंदिन गति मानणारा हा एकच ज्योतिषी आपणांमध्ये होऊन गेला. याच्या ग्रंथांत पुढील सिद्धांतांतील कुड्कासुद्धां सर्व अंकगणित असून भुज्यांचाही उपयोग केला आहे. पाश्चात्यांत नवव्या शतकापर्यंत त्यांचा उपयोग करीत नसत, यानें व्यास व परिधि यांचें गुणोत्तर फार सूक्ष्म दिलें आहे. यानें चंद्राशिवाय इतर ग्रहांचें उच्च, पात, भगण दिले नाहीत. फक्त त्यांचीं स्थानें दिलीं आहेत. शृंगोन्नति, मग्रहयुति हे विषय दिले नाहीत. योगतारांचे भोगशर व अयन-गति दिली नाही. याच्या ग्रंथावरून पूर्वींच्या सर्व ग्रंथांहून जास्त दृक्प्रत्यय येत असावा असें दिसतें. ह्यानें स्वतः वेध घेऊन सारासारविचारानें ग्रहस्पष्टीकरणांत सुधारणा केली.

आर्यभटाचें वर्षमान ३६५-१५-३१-१५ हें आहे; व यावरून प्रचलित तीन पक्षांपैकीं आर्यपक्ष उत्पन्न झाला. आर्यभटानें भगणादिमानें महायुगांतीलच दिलीं आहेत. तीं ब्रह्मगुप्ताच्या

महायुगांतील मानापेक्षां किती कमी किंवा अधिक आहेत, हें खाली दाखविलें आहे.

भूअम ह्यणजे ब्रह्म- गुप्ताचा नक्षत्रभ्रमच	+ १०५०	गुरुभगण	- २ $\frac{४५५}{३०००}$
सावन दिवस	+ १०५०	शुक्रभगण	- १ $\frac{४५५}{३०००}$
चंद्रभगण	+ ३६	शनिभगण	- ३ $\frac{४५५}{३०००}$
चंद्रोच्चभगण	+ ११३ $\frac{३४८}{३०००}$	अधिमास	+ ३६
चंद्रपातभगण	- ८५ $\frac{३६८}{३०००}$	चांद्रमास	+ ३६
मंगळभगण	- ४ $\frac{५२५}{३०००}$	तिथि	+ १०८०
बुधभगण	+ २१ $\frac{३६८}{३०००}$	क्षयदिन	+ ३०

वराहमिहिर.

हा नामांकित ज्योतिषी शके ४२७ च्या सुमारास झाला. यानेच पंचसिद्धांतिका ग्रंथ लिहिला. त्या ग्रंथांत त्यानें मूलसिद्धांत-पंचकांतील भाग दिले आहेत. पण त्या ग्रंथांत त्याचे स्वतःचेही कांहीं भाग आहेत. उदाहरणार्थ त्यानें मध्यम ग्रहांस द्यावयाचा एक बीजसंस्कार दिला आहे. असे आणखीही कांहीं भाग असावेत.

ब्रह्मगुप्त.

हा प्रसिद्ध ज्योतिषी शके ५२० या वर्षी जन्मला. याच्या सिद्धांतावरून आपणांमधील तीन पक्षांपैकी ब्राह्म पक्ष निघाला आहे. याचेंच वर्षमान व भगणादिमानें या निबंधांतील पहिल्या व दुसऱ्या भागांत दिली आहेत. चंद्राशिवाय इतर ग्रहांच्या उच्च-पातांस गति आहे, ही गोष्ट यासही माहित होती. याचें वर्षमान ३६५-१५-३०-२२-३० हें आहे. हें पंचसिद्धांतिकोक्त पुलिश्च व रोमक यांखेरीज कोणत्याही भारतीय सिद्धांतापेक्षां कमी आहे.

तें मूलमूर्यसिद्धातापेक्षां ६७ $\frac{१}{२}$ विपलांनीं, वर्तमान सिद्धांतपंचक्रोपेक्षां ६८ विपले व ९४ प्रतिविपले एवढ्यानें व प्रथमार्यसिद्धातापेक्षां ५२ $\frac{१}{२}$ विपलांनीं कमी आहे. याचें कारण असें दिसतें कीं, त्याच्या काळीं सायन मेषसंक्रमण प्रथमार्यभट्टीय मेषसंक्रमणापूर्वीं सुमारे ९४ घटिका झालें, व कलियुगारंभीं मेषसंक्रमण होतें असा त्याचा पूर्व संप्रदायावरून समज असल्यामुळे व त्यास अयनगति माहित नसल्यामुळे त्यानें सायन तेंच निरयन मेषसंक्रमण समजून, ती ९४ घटिकांची चूक कलियुगारंभापासून आपल्या सिद्धांताच्या काळापर्यंत लोटिलेल्या ३७३० वर्षांवर विभागून टाकिली. वेधानें ग्रहस्थितींत दिसणारी चूक कलियुगारंभापासून सांचत आली असली पाहिजे या कल्पनेमुळे आपल्या ज्योतिषशास्त्रास वेधांचा तादृश उपयोग झाला नाही. आर्यभट्ट हा स्वतः वेध घेऊन स्वतंत्र शोध करीत असे, असें दिसतें. याचे वेळीं विष्कंभादि योग नव्हते, असें एक अनुमान निघतें. याच्या पूर्वाच्या ग्रंथांत कोठेंही बीजगणित आढळत नाही, तें याच्या ग्रंथांत आढळतें. याच्या त्रिप्रश्नाधिकारांत पूर्व ग्रंथकारापेक्षां अधिक कौशल्य दिसून येतें. तुरीययंत्राचा उत्पादक हाच असावा.

लल्ल.

हा ज्योतिषी शके ९६०च्या सुमारास झाला. यानें धीवृद्धिदंतत्र नांवाचा ग्रंथ केला आहे. याचीं भगणादि मानें पहिल्या आर्यभट्टाचीं असून त्यानें त्यांस बीजसंस्कार मात्र सांगितला आहे. या बीजसंस्कारानें आर्यपक्षतिथि २-३ घटिका उशीरानें येते. याच्याही ग्रंथांत अयनगतीचा विचार नाही. हा ज्योतिषीही शोधक व स्वतंत्र वेध घेणारा होता.

मुंजाल.

हा ज्योतिषी शकवर्ष ८९४ च्या सुमारास झाला. यानें वार्षिक अयनगति १ कला मानिली असून शकवर्ष ४४४ हें शून्यायनाशवर्ष मानिलें आहे; व संपाताचें पूर्ण भ्रमण मानिलें आहे. अयनगतीचा स्पष्ट उल्लेख त्याच्या पूर्वीच्या कोणत्याही पौरुष ग्रंथांत नाहीं. यांत इतर ग्रंथांत नसणारा स्पष्ट चंद्राचा च्युतिसंस्कारासारखा एक संस्कार व पाक्षिक संस्कार सांगितला आहे.

द्वितीय आर्यभट.

हा ज्योतिषी शके ८७९ च्या सुमारास झाला. पौरुष ग्रंथकारां-पैकी याच्याच सिद्धांतांत प्रथमतः अयनगति दिसून येते. यानें अयनग्रहाचे भगण सांगितले असून त्या भगणांवरून इष्ट कालीं अयनग्रहाचा जो मुज येईल त्यापासून जी क्रांति निघेल तितकेच अयनांश असतात, असें त्यांचें साधन दिलें आहे. अर्थात् अयनांशांचें परम मान २४ अंश मानिलें असून अयनगति क्रांतीप्रमाणेंच विषम मानिली आहे. यानेही पहिल्या आर्यभटाप्रमाणेंच पण त्याच्या पद्धतीहून भिन्न अशी अक्षरसंज्ञापद्धति योजिली आहे. यानें सप्तर्षिस गति मानून त्यांचे कल्पभगण दिले आहेत. याचें वर्षमान ३६५-१५-३१-१७.६ हें आहे. याची भगणादिमानें पहिल्या आर्यभटाच्या मानांच्या जवळजवळ आहेत.

राजमृगांक.

हा ब्रह्मपक्षाचा करणग्रंथ असून याचा कर्ता भोजराजा असल्याबद्दल यांत उल्लेख आहे. याचा काल शके ९६४ हा होय. यांत अयनगति दर वर्षास? कला याप्रमाणें नियमित धरिली आहे; व शकवर्ष ४४५ मध्ये अयनांश शून्य मानिले आहेत.

करणकमलमार्तंड.

हा करणग्रंथही ब्रह्मपक्षाचा असून एका राजाने केला आहे. या ग्रंथांत इतर मोठमोठ्या करणग्रंथांतल्याप्रमाणे अहर्गणावरून मध्यम ग्रह न साधतां वर्षगणावरून साधले आहेत. या ग्रंथांतही अयनगति वर्षास एक कला मानिली असून शके ४४४ मध्ये शून्य अयनांश मानिले आहेत.

भास्वतीकरण.

हा करणग्रंथ शकवर्ष १०२१ चा असून याचा कर्ता शतानंद होय. यांतही मध्यमग्रहसाधन अहर्गणावरून नसून वर्षगणावरून आहे; व आरंभ इतर ग्रंथांतल्याप्रमाणे मध्यम मेषसंक्रमणापासून नसून स्पष्ट मेषसंक्रमणापासून आहे. यांतिले क्षेत्रक व ग्रहगतीचे गुणकभाजक शतांशपद्धतीने दिले आहेत. याने अयनगति वर्षास १ कलाच मानिली असून शके ४५० मध्ये अयनांश शून्य मानिले आहेत.

×

×

×

×

भास्कराचार्य.

हा प्रसिद्ध ज्योतिषी शके १०३६ मध्ये जन्मला. याने वयाच्या ३३ व्या वर्षी सिद्धांतशिरोमणि हा ग्रंथ लिहिला. या ग्रंथाचे चार खंड असून पहिले दोन खंड लीलावती व बीजगणित हे अनुक्रमे अंकगणितास व बीजगणितास वाहिलेले आहेत, व गणिताध्याय व गौलाध्याय या उरलेले खंडांत ज्योतिःशास्त्राचा विचार आहे. भगणादिमाने व परिध्यंशमाने भास्कराचार्यानं ब्रह्मसिद्धांतांतील घेतली आहेत. याने सिद्धांतशिरोमणीत प्रत्येक साधनाची विशद उपपत्ति दिलेली आहे.

यास गोलार्धे फारच उत्तम ज्ञान होते. यानें त्रिप्रश्नाधिकारांत अनेक नवीन रीति दिल्या आहेत. यानें पूर्वग्रंथांत नाहीं असें इष्टदिक-छायासाधन दिलें आहे, व पूर्वींचें पातसाधन सुधारलें आहे. शर हा क्रांतिवृत्तावर लंब असतो, हें यानें स्पष्ट केलें आहे. उदयांतर संस्कार हा याचा स्वतःचा शोध आहे. याच्या गोलाध्यायाचें इंग्रजींत भाषांतर पंडित वापूदेव यांनीं केलें आहे.

या कालानंतर मुसलमानांच्या स्वाच्या सुरू झाल्यामुळें देशांतली स्वस्थता मोडली. यामुळें ज्योतिःशास्त्राच्या वृद्धीस मोठा प्रतिबंध झाला.

केशव दैवज्ञ.

हा ज्योतिषी शके १४१८ च्या सुमारास झाला. यानें स्वतः वेध घेऊन तदनुसार ग्रहांचे क्षेपक व वर्षगति ठरविल्या. यानें आपण घेतलेल्या वेधांची हकीकत जशी दिली आहे, तशी इतर कोणत्याही ज्योतिष्यानें दिली नाहीं.

गणेश दैवज्ञ.

हा केशव दैवज्ञाचा मुलगा. याचा प्रसिद्ध ग्रंथ ग्रहलाघव हा होय. याच आरंभवर्ष शके १४४२ हें आहे. यानें अहर्गण वाढूं न देण्याकरितां ११ वर्षांचें एक चक्र कल्पिलें आहे; आणि या काळांतल्या चक्रशुद्ध ग्रहमध्यमगतीस ध्रुव ही संज्ञा दिली आहे. ती क्षेपकांत वजा केली व अहर्गणावरून आलेली गति मिळविली म्हणजे मध्यम ग्रह येतो. ग्रहलाघवांत सिद्धांतोक्त सर्व गणित ज्या व चाप यांच्या साहाय्यावांचूनच करितां येतें. यानें स्वतंत्र वेध घेऊन ग्रहशुद्धि केली. ग्रहलाघवाची उपपत्ति मळारि दैवज्ञानें त्यावरील टीकेत दिली आहे.

कमलाकर.

हा सुमारें शकवर्ष १५३० च्या सुमारास झाला. यानें सिद्धांततत्त्वविवेक नांवाचा ग्रंथ केला आहे. पूर्वसिद्धांतांत नाहींत अशा पुष्कळ गोष्टी त्या ग्रंथांत आहेत. त्या अशाः—संपातगतीमुळें ध्रुवास चलन आहे, तसेंच सांप्रत जी ध्रुवतारा दिसते ती बरोबर ध्रुवस्थानीं नाहीं; पूर्वरात्री व उत्तररात्री ती पाहिली असतां तिचें स्थान बदलतें. सांप्रत ज्यांस रेखांश म्हणतात त्यांस त्यांनें तुलांश असें नांव दिलें आहे; व वीस नगरांचे तुलांश दिले आहेत. त्रिप्रभाधिकार, ग्रहणाधिकार यांत त्यांनें बरेच नवीन प्रकार सांगितले आहेत. सूर्यग्रहणाच्या वेळीं चंद्रबिंबस्थास पृथ्वीस ग्रहण लागलेलें दिसेल, असें त्यांनें लिहिलें आहे. मेघ, गारा, भूकंप, उल्कापात यांचीं त्यांनें सांगितलेलीं कारणें खऱ्यांच्या बरींच जवळ आहेत. इतर ग्रंथांत ३४३८ त्रिज्या मानून ३॥—३॥ अंशांच्या भुजज्या दिल्या असतात. यान ६० त्रिज्या मानून प्रत्येक अंशाची भुजज्या दिली आहे. यानें ग्रहभोगावरून विषुवांश काढण्याची सारणी दिली आहे. पृथ्वीचा बहुतेक पृष्ठभाग जलानें व्याप्त आहे असें यवनांचें मत असल्याबद्दल व शुक्रकृत सूर्यबिंबभेद यवनांनीं पाहिल्याबद्दल यानें लिहिलें आहे. या सर्व प्रकारांत त्याचा स्वतःचा भाग किती हें सांगतां येत नाहीं.

नित्यानंदकृत सिद्धांतराज.

हा ग्रंथ शके १५६१ चा आहे. हा सायन पक्षाचा आहे. याचें वर्षमान ३६९-१४-३३-७-४०४४८ आहे. याची

कल्पगतभगणादि मानें ब्रह्मगुप्ताच्या मानापेक्षां किती कमी किंवा अधिक आहेत, हें खाली दिलें आहे.

ग्रह	भगणांतील अंतर	ग्रह	भगणांतील अंतर
रव्युच्च	+ १७१४६९	गुरु	+ १३०२४३
चंद्र	- २३३१०३९	शुक्र	- २०८९९४
चंद्रोच्च	+ २२१२४५	शनि	+ २६८६८३
मंगळ	+ १४०११७		
बुध	+ ३५३९१३०		
सावनदिवास	- ६८७०१८९९	तिथि	- ६९९३१०९०
अधिमास	- २३३१०३९	क्षयाह	- १२२९१९१
चांद्रमास	- २३३१०३५		

यांत शुक्राचे भगण चुकीचे दिसतात.

या ज्योतिष्यानें स्वतः वेध घेऊन शिवाय दिव्हीदरवारांतलि मुसलमान ज्योतिष्यांजवळ असलेल्या ज्योतिषग्रंथांचेही अध्ययन केले असावे असें दिसते. स्पष्ट चंद्रास धावयाचा पाक्षिक संस्कार व पातसंस्कार यांने सांगितले आहेत.

जयसिंह.

हा जयपुरचा रजपुत राजा होता. यानें नव्या वेधशाला स्थापून व नवी वेधयंत्रें निर्मून चांगल्या ज्योतिष्यांकडून या देशांत व परदेशीं वेध घेवविले, व जगन्नाथनामक पंडिताकडून शके १६९० त सिद्धांतसम्राट् नांवाचा संस्कृत ग्रंथ लिहविला. त्यांतील ग्रहगत्यादिमानें त्यानें स्वतःच्या वेधांची उल्लुगवेग इत्यादिकांच्या प्राचीन वेधांशी तुलना करून ठरविली. यूरोपांत त्या काळी गति-

स्थिति जितकी सूक्ष्म काढितां येत होती, तिजपेक्षांशी अधिक सूक्ष्मता जयसिंहाने साधिली. त्याने आपल्या ग्रंथांत वर्षमान सायन घेतलें असून वर्षातील अयनगति सुमारे ९१-४ विकळा मानिली आहे. कांहीं गोष्टींची उपपत्ति याने स्वतः बसविली.

यानंतर लवकरच इंग्रजांचें राज्य सुरू होऊन पाश्चात्य ज्योतिषाचा अभ्यास चालू झाला. त्यामुळें साहजिकच भारतीय ज्योतिष मार्ग पडलें. या काळांतील प्रमुख ज्योतिषी खाली दिले आहेत.

नृसिंह उर्फ बापूदेव (जन्मशक १७४३)

हे प्रसिद्ध ज्योतिषी भारतीय व यूरोपीय अशा दोन्ही प्रकारच्या ज्योतिःशास्त्रांत निपुण होते. यांनीं अनेक संस्कृत व इंग्रजी ग्रंथ लिहिले. त्यांपैकीं सूर्यसिद्धांताचें इंग्रजी भाषांतर होय. यांनीं विल्किन्सनसाहेबांनीं केलेल्या गोलाध्यायाच्या भाषांतरास इंग्रजी टीपा जोडिल्या आहेत.

विनायक उर्फ केरो लक्ष्मण छत्रे. (जन्मशक १७४६)

यांनीं फ्रेंच व इंग्रजी ज्योतिषग्रंथांच्या आधारें 'ग्रहसाधनाचीं क्रोष्टकें' या नांवाचा मराठी ग्रंथ लिहिला. यांत वर्षमान सूर्यसिद्धांतांतलें घेतलें असून ग्रहगतिस्थिति सायन घेतल्या आहेत. रेवतीयोगतारा क्षिटा पिशियम ही मानिली असून (या निबंधांतही त्याच तारेस रेवतीयोगतारा म्हटलें आहे.) ती भेषसंपाती होती तेव्हांचें म्हणजे शके ४९६ चे अयनांश शून्य मानिले आहेत, व वर्षातील अयनगति ५०-१ विकला घेतली आहे. यांत निरयन वर्षमान शुद्ध म्हणजे ३६९-१५-२१ घेतल्यासारखें होतें. या ग्रंथाप्रमाणें ग्रह काढण्यास त्रिकोणमितीचें व लाग्रथमचें ज्ञान पाहिजे. हे पटवर्धनी पंचांग काढीत असत.

विसाजी रघुनाथ लेले.

हे बुद्धिमान् ज्योतिषी शके १७४९ मध्ये जन्मले. हे सायन पंचांग काढीत असत; परंतु तें पंचांग ज्यावरून तयार करितां येईल असा यांनीं ग्रंथ केला नाहीं.

चिंतामणि रघुनाथ आचार्य (जन्मशक १७९०)

यांनीं नवीन दोन रूपविकारी तारा इ.स. १८६७ व १८७८ मध्ये शोधून काढिल्या.

कृष्णशास्त्री राजवाडे (जन्मशक १७९३)

यांनीं ग्रहलाघवावरील विश्वनाथी टीकेचें मराठी भाषांतर प्रसिद्ध केलें आहे. 'वेदांचें प्राचीनत्व' या नांवाचा एक निबंधही यांनीं लिहिला आहे. त्यांत 'मासानां मार्गशीर्षोऽहं' या गीतावाक्यावरून मार्गशीर्षांत वसंत येत असे असें घेऊन वेदकाल ३० हजार वर्षांहून प्राचीन, असें सिद्ध करण्याचा प्रयत्न केला आहे.

वेंकटेश बापूजी केतकर (जन्मशक १७७९)

यांनीं पाश्चात्य ग्रंथांच्या आधारें 'ज्योतिर्गणित' या नांवाचा एक उत्तम करणग्रंथ केला आहे. त्यावरून त्रिकोणमितीचें किंवा लाग्रथमचें ज्ञान नसतांही गणित करितां येतें, व ग्रहस्थानें फार झालें तर एका कलेच्या फरकानें येतात. हें साधण्याकरितां ग्रंथकर्त्यानें स्वतःच्या कल्पनेनें नव्या युक्त्या बसविल्या आहेत. या ग्रंथावरून रैवत व चैत्र अशा दोन्ही पक्षांचें गणित करितां येतें. यांत वर्ष शुद्ध नाक्षत्र व अयनगति वास्तव घेतली आहे. प्रत्येक प्रकरणाच्या शेवटीं कोष्टकांची त्रोटक उपपत्तिही दिली आहे.

बाळ गंगाधर टिळक (जन्मशक १७७८)

यांनी Orion व Arctic home in the Vedas हे दोन ग्रंथ इंद्रजीत लिहिले असून पहिल्यांत ऋग्वेदाच्या सूक्तांची रचना वसंतसंपात मृगनक्षत्री असतेवेळीं म्हणजे शकापूर्वी ४००० वर्षे झाली असें सिद्ध केले आहे, व दुसऱ्यांत वेदरचनाकाली आपले पूर्वज उत्तरध्रुवाच्या जवळपास होते असें सिद्ध करण्याचा प्रयत्न केला आहे.

विनायक पांडुरंग खानापूरकर (जन्मशक १७८०)

यांनी संस्कृतांत सिद्धांतसार या नांवाचा ग्रंथ केला असून त्यांतील विवेचन आधुनिक मतास अनुसरून केले आहे. यांनी सिद्धांतशिरोमणीचें मराठी भाषांतर केले असून त्याचा गोलाध्याय हा पाद नुक्ताच प्रसिद्ध झाला आहे.

सुधाकर द्विवेदी (जन्मशक १७८२)

यांनी पाश्चात्य ज्योतिःशास्त्रास अनुसरून अनेक संस्कृत ग्रंथ लिहिले आहेत, व ' गणकतरंगिणी ' हा भारतीय गणकांचा इतिहास लिहिला आहे. उत्तरोक्त ग्रंथाचें रा. शंकर बाळकृष्ण दीक्षित यांस ' भारतीय ज्योतिःशास्त्र ' लिहितांना बराच उपयोग झालेला दिसतो.

शंकर बाळकृष्ण दीक्षित (जन्मशक १७७५)

यांनी ' भारतीय ज्योतिःशास्त्र ' हा ग्रंथ लिहिला. त्यावरूनच बहुतांशी वरील माहिती दिली आहे. आजपर्यंत या योग्यतेचा व विस्तृत ग्रंथ ज्योतिःशास्त्राच्या इतिहासावर झाला नव्हता. हा ग्रंथ भारतीयांच्या दृष्टीने लिहिला आहे, हा त्यांतील विशेष आहे. ग्रीक व भारतीय ग्रहगतिस्थिति अगदीं भिन्न असल्यामुळे

भारतीयानीं ग्रीकांपासून ज्योतिःशास्त्राची मूलतत्त्वे घेणें अशक्य आहे, हें ग्रंथकर्त्यानीं सप्रमाण दाखविलें आहे. भारतीय ज्योतिषी स्वतः वेध घेत असत व त्यांचीं अनेक मानें ग्रीक ज्योतिष्यांच्या मानांपेक्षां सूक्ष्म आहेत, हेंही त्यांनीं चांगल्या रीतीनें सिद्ध केले आहे. पाश्चात्यांनीं पुष्कळदां इकडच्या इतर ग्रंथकारांप्रमाणें ज्योतिष-ग्रंथकारांचेही काळ विनाकारण अलीकडे ओढिले आहेत; त्यांचे काळ वास्तविक किती प्राचीन आहेत हेंही रा. दीक्षित यांनीं सयुक्तिक रीतीनें दाखविलें आहे. तथापि फाजील पक्षाभिमानास न पेटतां, राशी व वार आपण पाश्चात्यांपासून घेतले, गत्यनुसारी ग्रहक्रमाचें ज्ञान आपल्यापूर्वी परदेशांत झालें होतें, फलसंस्कार केंद्रानुसारी असतो हें ज्ञान आपणांस ग्रीकांकडून मिळालें, अशा तऱ्हेची कबुली त्यांनीं प्रसंगविशेषीं प्रांजलपणें दिली आहे. त्यांनीं काढिलेल्या काहीं अनुमानांबद्दल मतभेद होणें स्वाभाविक आहे. उदाहरणार्थ, शनिमंगळकृत रोहिणीशकटभेदाच्या उल्लेखावरून त्या ग्रहांचें ज्ञान शकापूर्वी ५००० वर्षे झालें असल्याचें रा. दीक्षित यांनीं सिद्ध वरिलें आहे; परंतु त्या ग्रहांच्या व रोहिणीतील तारांच्या शरांवरून शकानंतरच्या ज्योतिष्यांनीं भेदाचें अनुमान केले असल्याचा संभव आहे असें कोणास वाटल्यास तें अगदीं चुकीचेंच म्हणतां येणार नाही. याप्रमाणें आणखीही काहीं स्थळें दाखवितां येतील. या ग्रंथांत अमुक विधान किंवा प्रमाण अमुक स्थळांचे निश्चयानें सांपडेल अशी व्यवस्था झालेली नाही; एखाद्या विषयासंबंधीं माहिती इतर विषयांच्या विवेचनप्रसंगींही सुचेल तशी दिली आहे. पण हाही दोष महत्त्वाचा नाही. उलट इष्ट माहिती शोधितांना ग्रंथांतील अनेक सुंदर स्थळें अवलोकनांत येऊन वाचकास त्या शोधापासून कंटाळा न येतां आनंद होतो. या ग्रंथातील तेरा दिवसांच्या

पक्षाविषयींचे विवेचन, भारतीय ग्रहस्थितीबद्दलच्या रा. लेले यांच्या विधानांचे खंडन, बॅटलीच्या ज्योतिषसिद्धांतकालनिर्णयाच्या रीतीवरील दोषारोप, भारतीय सिद्धांतकारांनी उच्चपातादींची स्थिति स्वतंत्रपणे काढिल्याबद्दलची चर्चा, ग्रहलाघवावरील दोषारोपांचा विचार, सायनपद्धतीच्या ग्राह्यत्वाविषयीचे विचार, उपसंहार हे भाग अत्यंत मनोवोधक झाले आहेत.

या निबंधांत भारतीय ज्योतिषांतील म्हणून जे भाग दिले आहेत ते सिद्धांतशिरोमणीतील आहेत, हे वर सांगितलेच आहे. काहीं भाग सूर्यसिद्धांत, ग्रहलाघव इत्यादि इतर ग्रंथांतूनही घेतलेले आढळतील. सिद्धांतग्रंथांत यावयाचे सर्व विषय सिद्धांतशिरोमणीच्या गणिताध्यायांत त्याच क्रमाने दिलेले आहेत; पण या निबंधांत ते विषय भिन्न क्रमाने दिले आहेत. पहिल्या भागांत स्थान व काल मोजण्याची भारतीय परिमाणे व त्यांचे गणित दिले आहे. दुसऱ्या भागांत ज्योतींच्यः क्रांतिवृत्तीय गतिस्थितींचे साधन दिले आहे. तिसऱ्या भागांत अंतरिक्षांत दिसणारे चमत्कार आणि पहिल्या व दुसऱ्या भागांतील साधनांच्या साहाय्याने त्यांचे गणित यांचा विचार आहे. चवथ्या भागांत भारतीय ज्योतिषी ज्योतिषविषयक प्रश्न सोडविण्याकरितां ज्या गणिताचा उपयोग करतात ते दिले असून अखेरीस या निबंधांतील काहीं भाग समजण्यास आवश्यक असे पाश्चात्य गणित दिले आहे. निबंधवाचनास आरंभ करण्यापूर्वी वाचकांनी चवथा भाग प्रस्तावनेदाखल वाचल्यास त्यांस पहिल्या तीन भागांतील विवेचन समजण्यास वरिच मदत होईल असा भरंवसा आहे. पहिल्या व तिसऱ्या भागांतील विषयांचे वर्गीकरण भगोल व खगोल या गोलप्रकारांवर उभारलेले आहे; व विषयांची मांडणी त्याच्या घोरणाने केली असल्यामुळे मूळ ग्रंथांतील व या निबंधांतील विषयक्रमांतही

वर लिहिल्याप्रमाणें अंतर उत्पन्न झालें आहे. उदाहरणार्थ, गणि-
ताध्यायामध्ये अहर्गणसाधन मध्यमाधिकारांत, चर व क्रांति यांचें
साधन ग्रहस्पष्टीकरणप्रसंगी, आयन व आक्ष वलनें व दृक्कर्में यांचा
विचार ग्रहणच्छायास्तोदयाधिकारांत आलेला आहे, तो या निबंधांत
पाहिल्या भागांत आणिला आहे. गणिताध्यायामध्ये लंबनविचार
सूर्यग्रहणसाधनांत व शर, पात यांचा विचार युत्यधिकारांत आलेला
आहे, तो या निबंधाच्या दुसऱ्या भागांत आणिला आहे. चंद्र-
सूर्यग्रहणें, युति, दर्शनादर्शनें, अस्तोदय, शृंगोन्नति, महापात हे
भिन्न भिन्न अधिकारांचे विषय या निबंधाच्या तिसऱ्या भागांत
विवेचिले आहेत; ज्यासाधन गणिताध्यायामध्ये ग्रहस्पष्टीकरण-
प्रसंगी व गोलाध्यायाचे अखेरीस स्वतंत्रपणें दिलेले आहे, तें व
लीलावतीबीजगणितांत दिलेले कुट्टकवर्गप्रकृतिगणित या निबंधा-
च्या चवथ्या भागांत दिलें आहे. मूळांत प्रयोजनानुरोधानें
आलेले विषय या निबंधांत वर्गीकरणानुरोधानें दिलेले आहेत, हा
या निबंधाचा एक विशेष होय. ही योजना विषयाचें ग्रहण व
स्मरण अशा दुहेरी दृष्टीनें वाचकांस मान्य होईल, अशी
आशा आहे.

या निबंधांत वर्गीकरणचें जें धोरण स्वीकारिलें असल्याचें वर
सांगितलें, तें तर्कशास्त्रदृष्ट्या तंतोतंत अमलांत आणिलें नाहीं हें
येथें कबूल केलें पाहिजे. उदाहरणार्थ, ग्रहणें सामान्यतः भोगांतलिल
व शरांतील अंतरांवर अवलंबून असल्यामुळें भगोलसंबंधी चम-
त्कारांखालीं दिली आहेत. सूर्यग्रहणांत लंबनाचा विचार
कर्तव्य असल्यामुळें तो चमत्कार वास्तविकपणें मिश्र या
निराळ्या सदराखालीच घातला पाहिजे, तसें न करितां त्याचा
विचार सोईसाठीं चंद्रग्रहणानंतर केला आहे. दर्शनादर्शनें
भारतीय ज्योतिषाच्या मते ग्रहांच्या विषुवांशांमधील अंत-

रावर अवलंबून असतात, म्हणून त्यांचा अंतर्भाव भगोलीय चमत्कारांत केला आहे, व तो करितांना ग्रह या शब्दांत दृग्ग्रहाचा समावेश केला जाहे. परंतु दृग्ग्रहाचा संबंध ग्रहाच्या उदयाशी म्हणजे खगोलीय स्थितीशी असल्यामुळे दर्शनादर्शनविचारही मिश्र सदराखालीच करावयास पाहिजे होता, तसा तो केला नाही.

या निबंधांत आपल्याकडील ज्योतिःशास्त्रीय नियमांची व सारण्यांची उपपत्ति दिलेली असून त्यांची पाश्चात्य नियमांशी व सारण्यांशी तुलनाही केली आहे. अहर्गण, त्रिप्रश्नाधिकारांतर्गत साधनें, आक्ष वलन व दृक्कर्म, महापात इत्यादिकांची उपपत्ति किती अवघड आहे, हें तज्ज्ञांस सांगावयास नकोच. ही उपपत्ति शक्य तितक्या सोप्या रीतीने या निबंधांत देण्याचा प्रयत्न केला आहे. रा. व्यंकटेश बापूजी केतकर यांच्या ज्योतिर्गणितांतील व पंचांगांतील आणि कैरोपती ग्रहसाधनाच्या कोष्टकांतील व्याच साधनांची उपपत्तिही मुख्य निबंधांत किंवा परिशिष्टांत आढळून येईल. भारतीय ज्योतिषास उतरती कळा लागण्याचें एक मोठें कारण उपपत्तिबद्दलची उदासीनता होय, ही गोष्ट लक्ष्यंत बाळगल्यास या निबंधांतील या अंगाचें महत्त्व वाचकांस कळून येईल. भारतीय सारण्यांहून भिन्न अशा पाश्चात्य सारण्यांची उपपत्ति या निबंधांत देणें शक्य नसल्यामुळे दिली नाही.

पहिल्या व दुसऱ्या भागांतील नियमांची उपपत्ति तिसऱ्या भागांतल्यापेक्षां विशेष विस्तारानें दिली आहे. या दोन भागांतील विषयांचें मार्मिक ज्ञान झालें म्हणजे तिसऱ्या भागांतील विषयांची उपपत्ति मुळींच कठिण जात नाही, सबब ती बरीच संक्षिप्त दिली आहे; व कांहीं स्थळीं ती मुळींच दिली नाही. उदाहरणार्थ, सूर्यग्रहणसंभवाचा विचार करितांना सूर्यभुज मेषादि षट्कांत असल्यास तो उत्तर समजावा, अन्यथा दक्षिण समजावा, हा नियम.

भुजानुसारी शराच्या दिशेवरून दिला आहे; पण ही गोष्ट स्पष्ट केली नाही. तसेच पाश्चात्य व भारतीय ग्रहस्थितींमध्ये भेद असल्यास ग्रहस्थितीवर अवलंबून असणाऱ्या चमत्कारांतही भेद असावयाचेच; हे भेदही तिसऱ्या भागांत विस्तारभयास्तव दिले नाहीत. उपपत्ति देतांना अनेकदां पृथ्वीच्या उत्तर गोलार्धापुरताच विचार केलेला आहे. एखादा सिद्धांत भारतीय किंवा पाश्चात्य ज्योतिषांतील आहे हे जेथे पूर्वापरसंदर्भावरून उघड होण्यासारखे आहे, तेथे ते स्पष्ट केले नाही. ज्या विषयांचे सांप्रत काळीं फारसे महत्त्व नाही, त्यांचा विस्तार न करितां तात्पुरताच विचार केला आहे. उदाहरणार्थ, ग्रहांच्या कक्षांची योजनें पृथक्पुणे दिलीं नाहीत; भुवनसंस्थेचे वर्णन ज्योतिःशास्त्रास आवश्यक तितकेंच दिले आहे; यंत्रांच्या प्रकारांचे वर्णन मुळींच दिले नाही.

या निबंधांत जे भारतीय व पाश्चात्य नियम दिले आहेत, ते पाश्चात्य चिन्हांनीं व सकेतांनीं दिले आहेत, जेथे इंग्रजी पारिभाषिक शब्दांस संस्कृत किंवा मराठी योग्य प्रतिशब्द आढळले नाहीत, तेथे नवीन शब्दांची योजना केली आहे. विस्तार, तारतम्य, परंपरित, संकरात्मक व संसृष्टिरूप राशि, असे नवे शब्द या निबंधांत आढळून येतील. त्यांची योजना किती अनुरूप आहे, याचा निर्णय वाचकांवरच सोंपविणे बरे. राशि, ज्योति, तारा अशा कांहीं शब्दांची त्यांच्या मूळ लिंगांहून भिन्न परंतु मराठी संप्रदायास अनुरूप दिसेल अशा लिंगीं योजना केली आहे; तीही वाचकांस मानवेल अशी आशा आहे.

शेवटीं जोडिलेल्या परिशिष्टांपैकीं कांहींत पाश्चात्य ज्योतिषांतील कांहीं मनोरंजक व उपयुक्त साधनें उपपत्तीसह दिलीं आहेत; व एकांत पाश्चात्य ज्योतिषांत प्रविष्ट झालेल्या जिज्ञासूंच्या सोईसाठीं संस्कृत व मराठी पारिभाषिक शब्दांचे इंग्रजी पर्याय दिले आहेत.

इष्ट विवेचन सौकर्यानें सांपडावे म्हणून विषयानुक्रमणिका व वर्णा-
नुक्रमें सूचि दिल्या आहेत.

हा निबंध विश्वविद्यालयाच्या प्रवेशपरीक्षेपर्यंत शिकलेल्या
कोणत्याही विद्यार्थ्यांस समजावा, अशी शक्य तितकी योजना केली
आहे. वाचकांस बीजगणिताचे वर्गसमीकरणापर्यंत ज्ञान असले
तरी चालेल. सरलरेषीय व गोलीय त्रिकोणमितीवरून निघालेल्या
पाश्चात्य सारण्यांची उपपत्ति त्यांच्या जोडीच्या भारतीय सार-
ण्यांच्या उपपत्तीवरून घ्यानांत येईल. विपरीत राशि (Inverse
Functions) व शून्यलब्धि यांचे जें गणित पहिल्या तीन भागांत
केलेले आढलेले ते लक्ष्यांत येण्यासाठी चवथ्या भागांत त्या गणि-
ताचे प्रमुख नियम दिले आहेत. चवथा भाग प्रथम काळजीपूर्वक
वाचून नंतर पहिले तीन भाग वाचल्यास प्रवेशपरीक्षेपर्यंत शिक-
लेल्या कोणत्याही विद्यार्थ्यांस ते कळण्यास अडचण पडणार
नाहीं अशी उमेद आहे.

भारतीय ज्योतिर्गणित.

भाग पहिला

स्थानकालगणना.

ज्योतिश्चक्रांत ज्योतींचें कोणतें स्थान आहे याचा निश्चय करण्याकरितां स्थानकालमापनाचें ज्ञान आवश्यक आहे. स्थान-विचाराखालीं ज्योतींचें स्थान गोलाच्या कोणत्या वर्तुलावर मोजावयाचें, त्या वर्तुलावर आरंभस्थान कोणतें ध्यावयाचें, अंतरें मोजण्यास परिमाण कोणतें ध्यावयाचें, व तीं अंतरें त्या वर्तुलावर उजवीकडे किंवा डावीकडे मोजावयाचीं या गोष्टींचा विचार येतो. कालविचाराखालींही आरंभस्थान, कालविभाग इत्यादि सदृश गोष्टींचा विचार येतो.

स्थानगणना.

गोलाचा पृष्ठभाग अनेक वृत्तांनीं म्हणजे वर्तुलांनीं बनलेला असतो. यांपैकीं कांहीं वृत्तांचे व्यासार्ध गोलाच्या त्रिज्येपेक्षां कमी असतात, व कांहीं वृत्तांचे त्रिज्यातुल्य असतात. उत्तरोक्त वृत्तांस त्रिज्यावृत्ते म्हणतात. त्रिज्यावृत्ताच्या पातळीशीं ९० अंशांचा कोण साधणाऱ्या पातळीच्या सर्व त्रिज्यावृत्तांस त्या त्रिज्यावृत्ताचीं याम्योत्तरवृत्ते म्हणतात. हीं याम्योत्तरवृत्ते परस्परांस ज्या गोलपृष्ठीय दोन बिंदूंत छेदितात त्यांस त्या त्रिज्यावृत्ताचे उत्तर व दक्षिण बिंदु म्हणतात; व त्रिज्यावृत्ताच्या कोणत्याही बिंदू-

पासून सर्व बाजूंनी ९० अंशांवर असणारे याम्योत्तरवृत्त त्या त्रिज्यावृत्तास ज्या दोन बिंदूत छेदिते त्यांस त्या बिंदूचे पूर्व पश्चिम बिंदु म्हणतात.

ज्याप्रमाणें पृथ्वीवरील कोणत्याही स्थानाचे अक्षांश व रेखांश माहित असले म्हणजे ते निश्चित करितां येतें त्याप्रमाणें आकाशस्थ ज्योतींचें स्थान निश्चित करण्यास त्या स्थानामधून जाणारे एखाद्या त्रिज्यावृत्ताचें याम्योत्तरवृत्त त्या त्रिज्यावृत्तास त्या त्रिज्यावृत्तावरील एखाद्या बिंदूपासून किती अंतरावर छेदिते, व त्या त्रिज्यावृत्ताच्या व याम्योत्तरवृत्ताच्या एखाद्या छेदनबिंदूपासून तें स्थान त्या याम्योत्तरवृत्तावर किती अंशांच्या अंतरावर आहे या गोष्टींचें ज्ञान आवश्यक आहे. तन्निमित्त वर निर्दिष्ट केलेल्या इतर वस्तूंचेही ज्ञान जरूर आहे. याचें विशेष विवरण करण्याची आवश्यकता नाही.

आकाशांत असे दोन बिंदु आहेत कीं पृथ्वीच्या दैनिक स्वप्रदक्षिणेमुळे सर्व ज्योतींस वर्तुलाकार गति मिळत असतां हे बिंदु मात्र अचल असतात. त्यांस उत्तर व दक्षिण ध्रुव म्हणतात. हे अचल असण्याचें कारण पृथ्वी ज्या आंसावर फिरते त्याचे हे बिंदु शेवट होत. या दोन बिंदूंस जोडणाऱ्या रेषेतील कोणत्या तरी बिंदूभोंवतीं प्रत्येक आकाशस्थ ज्योति रोज पूर्वेकडून पश्चिमेकडे प्रदक्षिणा करितांना दिसते. उत्तर ध्रुव हा पृथ्वीवरील उत्तर ध्रुवाच्या खस्वस्तिकस्थानीं असतो; व दक्षिणध्रुव हा पृथ्वीवरील दक्षिणध्रुवाचा खस्वस्तिक असतो. खस्वस्तिक म्हणजे क्षितिजावरील दृश्य आकाशाचा मध्यबिंदु.

उत्तर व दक्षिण ध्रुव हे ज्या त्रिज्यावृत्ताचे उत्तर व दक्षिण बिंदु असतात त्या त्रिज्यावृत्तास विषुववृत्त म्हणतात. भूमध्य-रेषा वाढविली असतां आकाशांत जें वृत्त निर्माण करील तेंच विषुववृत्त होय. या वृत्तावरील प्रत्येक बिंदूपासून ध्रुवबिंदु ९० अंशांवर असतात. पृथ्वीच्या उत्तर गोलार्धांत राहणाऱ्या लोकांस उत्तर ध्रुव स्वस्थानाच्या अक्षांशांच्या मानानें क्षितिजाच्या कमी अधिक वर दिसून येतो; व खस्वस्तिकापासून तितक्याच अंतरावर दक्षिणेकडे विषुववृत्तही कललेलें दिसून येतें. विषुववृत्ताच्या दक्षिणेस व उत्तरेस त्याशीं समांतर अशीं जीं त्यापेक्षां लहान गोलार्थ वृत्ते असतात त्यांस बुज्यावृत्ते म्हणतात.

पृथ्वीवरील कोणत्याही स्थानाचें खस्वस्तिक व ध्रुव यांमधून जाणाऱ्या त्रिज्यावृत्तास त्या स्थानाचें याम्योत्तरवृत्त म्हणतात. या वृत्ताचे जे दोन बिंदु अनुक्रमें उत्तर व दक्षिण ध्रुवांच्या जवळ असून क्षितिजस्थ असतात त्यांस समबिंदु म्हणतात. त्यांच्या दिशांस आपण व्यवहारांत अनुक्रमें उत्तर व दक्षिण म्हणतो. पृथ्वीवरील इष्ट स्थलाच्या याम्योत्तरवृत्ताच्या उत्तर व दक्षिण बिंदूस त्या स्थलाचे पूर्व व पश्चिम बिंदु म्हणतात; ते बिंदु व ध्रुव यांमधून जाणाऱ्या त्रिज्यावृत्तास उन्मांडल म्हणतात; व ते बिंदु व खस्वस्तिक यांमधून जाणाऱ्या त्रिज्यावृत्तास समवृत्त म्हणतात. या वृत्तावर ग्रहाचे जे नतांश मोजतात ते याम्योत्तर-वृत्तापासून मोजतात.

विषुववृत्त व समवृत्त यांचा वर लिहिल्याप्रमाणें नित्यसंबंध असतो; व त्यांचे परस्परसापेक्ष अंतर कधीं बदलत नाहीं;

म्हणून हीं वृत्ते व यांशीं तसाच संबंध असलेलीं उन्मंडलक्षिति-ज्याम्योत्तरादि इतर त्रिज्यावृत्ते मिळून खगोल नांवाचा एक गोल कल्पिला आहे. खगोलीय वृत्त म्हणून जेव्हां विषुववृत्ताचा विचार कर्तव्य असतो तेव्हां त्यावरील ग्रहस्थानें याम्योत्तरवृत्तापासून मोजतात. परंतु विषुववृत्त हें दुसऱ्याही एका गोलावरील त्रिज्यावृत्त असतें, त्या गोलास भगोल म्हणजे नक्षत्रगोल म्हणतात. भगोलीय वृत्त म्हणून जेव्हां विषुववृत्ताचा विचार करावयाचा असतो तेव्हां त्यावरील ग्रहस्थानें संपातसंज्ञक बिंदूपासून मोजतात.

विषुववृत्तास दोन बिंदूंत छेदणारें व त्याच्याशीं सुमारें २४ अंशांचा कोण साधणारें त्रिज्यावृत्त हें क्रांतिवृत्त होय. त्याच्या उत्तर दक्षिण बिंदूस कदंब म्हणतात; व त्या छेदनबिंदूस संपात किंवा क्रांतिपात म्हणतात. सूर्याचें वार्षिक भ्रमण याच वृत्तांत झालेलें दिसतें. हे दोन संपातबिंदु एकमेकांपासून १८० अंशांवर असून त्यांचीं नांवे अनुक्रमें वसंत व शरद संपात अशीं आहेत. या संपातांवर सूर्य असतो तेव्हां दिवस व रात्र सारखीं असतात. वसंतसंपात शके ४९६ मध्ये नक्षत्रचक्रांतील रेवती नक्षत्राच्या योगताऱ्यापाशीं (योगतारा म्हणजे ज्या ठळक ताऱ्याशीं चंद्राचा योग होतो तो) होता. परंतु पृथ्वीच्या मध्यरेषेपाशीं जो फुगवटा आहे त्यावर सूर्याचें आकर्षण घडल्यामुळें पृथ्वीला भोंवऱ्यासारखी गति मिळून ध्रुवाची कदंबाभोंवतीं सुमारें २६००० वर्षांत जी एक डुलकी होते तिच्यामुळें संपातासही गति (मुंजालादि अपवाद वर्ज्य करून बाकीचे भारतीय ज्योतिषी या गतीस प्रदक्षिणारूप न समजतां आंदोलनरूप

समजतात.)-मिळून तो प्रतिवर्षास ९० विकल्प या गतीनें नक्षत्र-चक्रांत मागें मागें हटत चालला आहे. ४९६ या शकानंतर ही गति सांचत सांचत हल्लीं संपात रेवतीयोगतारेच्या पश्चिमेस सुमारें १८ अंश गेला आहे. या गतीस अयनचलन म्हणतात.

तीन पक्ष.

सूर्य वर्षांतून एकदां क्रांतिवृत्ताची प्रदक्षिणा करितांना दिसतो; व इतर ग्रह—उपग्रहही त्याच वृत्तांच्या सुमारास वर्तुळाकार भ्रमण करितात. म्हणून सूर्य आणि इतर ग्रह—उपग्रह यांची गति आणि अंतरें काढण्यास हें वृत्त फार उपयोगी पडतें. ग्रहांची गति या वृत्तावर पश्चिमेकडून पूर्वेकडे असते. म्हणून ज्योतींचीं स्थानें या वृत्तावर त्या दिशेनें मोजण्याचा ज्योतिष्यांचा प्रघात आहे. परंतु या वृत्तावरिल कोणत्या बिंदूपासून स्थान मोजावयाचें याबद्दल मात्र त्यांचें मतैक्य नाही. कांहीं ज्योतिष्यांस वसंतसंपात हें आरंभस्थान मानणें सोड्स्कर वाटतें. हे अयनगति हिशेबांत धरीत असल्यामुळें यांस सायनवादी म्हणतात. या पक्षाप्रमाणें संपातच मेषारंभ असल्यामुळें व संपाताचा ऋतूशीं व मेषादि राशींचा महिन्यांशीं संबंध असल्यामुळें विशिष्ट महिन्यांची विशिष्ट ऋतूशीं जी हल्लीं सांगड आहे ती विघडण्याचा कालांतरानेही संभव नसतो. या पक्षाप्रमाणें येणाऱ्या ग्रहस्थानास सायन ग्रह म्हणतात.

अयनगति नसती तर दुसरा पक्ष निघण्यास अवकाश राहिला नसता. परंतु रेवतीयोगतारा व संपात यांचें अनेक वर्षे

साहचर्य राहून नंतर अयनचलनामुळे दोघांचा वियोग होतांच अदृश्य संपातविंदूपेक्षां दृश्य रेवतीताराच आरंभस्थान होण्यास योग्य आहे असा आग्रह धरणारा पक्ष उत्पन्न झाला. या पक्षास निरयनवादी म्हणतात.

निरयनवाद्यांमध्ये दोन तट होण्याचें प्रथम कारण नव्हतें. पण वास्तविक अयनगति ५० विकला असून भारतीय ज्योतिष्यांनी ती ५८ (ही गति वास्तव संपातगति ५० विकला, व भारतीय नाक्षत्र सौर वर्ष वास्तव नाक्षत्र सौर वर्षापेक्षां ८ पळांनी मोठें असल्यामुळे तितक्या अवकाशांत सूर्य रेवतीयोगतारेच्या पुढें ज्या ८ विकला जातो त्या मिळून झाली आहे.) किंवा ६० विकला मानिली असल्यामुळे खरा संपात व या अधिक गतीमुळे येणारा संपात यांमध्ये दर वर्षास ८-१० विकलांचें अंतर पडत जाऊन हळीं तर दोहोंमध्ये जवळ जवळ ४ अंशांचें अंतर पडलें आहे. आतां खऱ्या संपाताचें स्थान अनुभवसिद्ध असल्यामुळे वादग्रस्त असण्याचा मुळीच संभव नाही. तेव्हां खऱ्या संपातस्थानाच्या पूर्वेस अनुक्रमें १८ व २२ अंशांवर नक्षत्रचक्राचें आरंभस्थान मानणारे दोन तट उपस्थित झाले. पहिल्या पक्षाचे अलीकडील अभिमानी कै०केरोपंत छत्रे व दुसऱ्याचे अभिमानी बहुतेक जुने ज्योतिषी व रा. केतकर हे होत. पहिला पक्ष पुरातन आरंभस्थानास महत्त्व देऊन त्याच्या धोरणानें अयनगतीतील चूक सुधारण्यास तयार असतो. दुसरा पक्ष अयनगतीत सांचलेली चूक सोडून देण्यास तयार असून तिजकरितां आरंभस्थान रेवतीयोगतारेच्या पूर्वेस ४ अंश ढकलण्यास सिद्ध असतो. पहिल्या पक्षास रैवत व दुसऱ्यास चैत्र

अशा संज्ञा आहेत. रैवत हा शब्द उघड 'रैवती' या शब्दापासून निघाला आहे, व रैवती तारा आरंभस्थान धरण्याचा आग्रह त्यावरून व्यक्त होतो. चैत्र शब्द पडण्याचें कारण असें की, हल्लींच्या संपातापासून पूर्वेस २२ अंशांवर जें आरंभस्थान या पक्षाकडून मानण्यांत येतें त्याच्यापासून बरोबर १८० अंशांवर चित्रा हें तेजस्वि नक्षत्र असतें.

याप्रमाणें आरंभस्थानासंबंधानें हल्लीं सायन, चैत्र व रैवत असे तीन पक्ष आपणांत पडले आहेत.

निरयनवादी ज्याप्रमाणें आपापल्या आरंभस्थानांपासून ज्योति श्रक्राचे १२ राश्यात्मक व प्रत्येक राशीचे २ $\frac{१}{४}$ याप्रमाणें २७ नक्षत्रात्मक सारखे विभाग करितात त्याचप्रमाणें सायनवादीही संपातापासून आरंभ करून १२ विभागात्मक राशि व २७ विभागात्मक नक्षत्रें असे तुल्य विभाग करितात. सायन व निरयन-रैवतपक्षीय नक्षत्रारंभ किंवा राश्यांरंभ यांमध्ये १८ अंश अंतर असतें; व निरयन-चैत्रपक्षीय व निरयन-रैवतपक्षीय नक्षत्र-राश्यांरंभ यांमध्ये ४ अंशांचें अंतर असतें.

सूर्याचा एखाद्या राशींत प्रवेश झाला म्हणजे त्या प्रवेशास संक्रांत म्हणतात. सूर्याची दिनगति सुमारानें १ अंश असल्यामुळें या तिन्ही पक्षांच्या संक्रांतींतही अनुक्रमें १८ व ४ दिवसांचें अंतर पडतें.

भारतीय महिन्यांचीं नांवें नक्षत्रांवरून पडलीं आहेत. ज्या चांद्र महिन्याच्या पौर्णिमेस चंद्र चित्रा नक्षत्रावर किंवा त्याच्या जवळ

असतो तो चैत्र महिना; ज्या महिन्याच्या पौर्णिमेस तो विशाखा नक्षत्रास किंवा जवळपास असतो त्याचें नांव वैशाख; याप्रमाणें इतर महिन्यांविषयीही समजावें. चंद्र पौर्णिमेस चित्रा किंवा विशाखा नक्षत्रावर असला म्हणजे सूर्यही त्यापासून १८० अंशांवर असणारच; कारण चंद्रसूर्यामध्ये १२ अंश अंतर पडलें म्हणजे एक तिथि होते, व त्यामुळें पौर्णिमेस या अंतराच्या पंधरापट अंतर त्या दोघांमध्ये असावयाचें. याप्रमाणें महिन्यांचा व सूर्याचाही संबंध असतोच. या संबंधास अनुसरून म्हणावयाचें म्हणजे ज्या महिन्यांत सूर्य चित्रानक्षत्रापासून १८० अंशांवर म्हणजे मेषराशीत प्रवेश करील तो चैत्र, विशाखांपासून १८० अंशांवर म्हणजे वृषभराशीत प्रवेश करील तो वैशाख इ० इ०. वर वार्णिलेल्या तीन पक्षांच्या संक्रांतींत अंतर असल्यामुळें त्यांच्या महिन्यांच्या नांवांतही अनेकदां अंतर पडतें. कधीं कधीं असें होतें कीं सौर मासापेक्षां म्हणजे दोन संक्रांतींमधील दिवसांपेक्षां चांद्र-मास म्हणजे एका अमावास्येपासून दुसऱ्या अमावास्येपर्यंत जे दिवस होतात ते संख्येनें कमी असल्यामुळें सौर मासांत संबंध चांद्र मास पडून दोन्ही संक्रांती चांद्र मासाच्या वाहेर पडतात; म्हणजे चांद्र मासांत एकही संक्रांत पडत नाहीं. अशा चांद्र मासास अधिमास अथवा अधिकमास म्हणतात, व त्या मासापुढील मासाचेंच नांव त्यास देण्याचा संप्रदाय आहे. या नांवासंबंधानें सुद्धां सायन व दोन्ही निरयन पक्षांमध्ये अंतर पडतें. त्याचा प्रकार असाः—

असैं समजा कीं अमावास्या संपल्यानंतर चैत्र पक्षाची संक्रांत लागलीच घडून आली आहे, व अमावास्येंत अंत होणारा महिना चैत्रमानानें अधिकमास आहे. अर्थात्च रैवत पक्षाची संक्रांत चैत्रपक्षीय संक्रांतीच्या अगोदर ४ दिवस झाली आहे. आतां दर महिन्यास चांद्र व सौर मासांमध्ये मध्यम मानानें एक दिवस अंतर पडत जातें; म्हणजे अमावास्या चैत्रपक्षीय सूर्यसंक्रांतीच्या मागें दर महिन्यास एक दिवस हटत जाते. परंतु रैवत संक्रांत अमावास्येच्या अंतापूर्वी ४ दिवस आहे, म्हणून रैवतपक्षीय सौर संक्रांतीस अमावास्या अगदीं पूर्वी लागून येण्यास व त्यामुळें त्या पक्षाचा अधिकमहिना घडून येण्यास मध्यम मानानें ४ महिने लागतात; व त्यामुळें अधिक महिन्याच्या नांवांतही अंतर पडतें. स्पष्ट मानानें पाहिल्यास या दोन पक्षांच्या अधिकमासांमध्ये सौर मासाच्या न्यूनाधिक्याच्या मानानें कमी अधिक अंतर पडतें; म्हणजे चैत्रपक्षीय अधिक महिना झाल्या-नंतरचे महिने ज्येष्ठ आषाढ यांपैकीं असल्यास रैवत पक्षाचा अधिकमास दोन महिन्यांतच येतो; व मार्गशीर्ष पौष हे महिने असल्यास तसें होण्यास ८-९ महिनेही लागतात. कारण पूर्वोक्त चांद्र महिन्यांचे सुमारास सौर मासांचें मान अधिक असल्यामुळें चांद्रसौरमासांतील अंतरही अधिक असतें; त्याच्या उलट प्रकार उत्तरोक्त मासांसंबंधानें असतो. चांद्रसौरमासांतील अंतर कमी अधिक होण्यास चांद्र मासांचें मानही अंशतः कारण होतें.

हें अंतर चैत्रपक्षीय व रैवतपक्षीय अधिकमासांमधील झालें. सायन व रैवतपक्षीय संक्रांतींमध्ये १८ दिवसांचें अंतर असल्यामुळें

रैवतपक्षयि अधिकमासापूर्वीं वरेच महिने सायनपक्षीय अधिक मास वडून येतो, हें स्पष्ट करण्याची आवश्यकता नाही. या तिन्ही पक्षांच्या गतें अमावास्या एकच असून संक्रांती मात्र निराळ्या असल्यामुळें हा फरक पडतो.

चांद्र मासाचे मध्यम मान सुमारानें $२९\frac{३}{४}$ दिवस असतें; व सौर मासाचें $३०\frac{२}{३}$ असतें. या मानानें क्षयमासाचा कधी संभव नसतो; कारण क्षयमास ह्यणजे ज्या चांद्र मासांत संबंध एक सौर मास ह्यणजे दोन सूर्यसंक्रांती पडतात तो; व मध्यम मानानें सौर मास चांद्र मासापेक्षां नेहमी मोठा असतो. परंतु स्पष्ट मानानें चांद्र मासाचें महत्तम मान सुमारानें $२९\frac{३}{४}$ दिवस (लघुतम मान $२९\frac{३}{४}$ असतें) आणि सौरमासाचें लघुतम मान सुमारानें $२९\frac{३}{४}$ दिवस (महत्तममान $३१\frac{२}{३}$ दिवस असतें.) असल्यामुळें स्पष्ट सौर मासापेक्षां स्पष्ट चांद्र मास मोठा असण्याचा कधी कधी संभव असतो; कारण सौर लघुतम मासापेक्षां चांद्र महत्तम मास $\frac{३}{४}$ नें मोठा असतो. मात्र चांद्र मासाचें सौर मासापेक्षां आधिक्य $\frac{३}{४}$ पर्यंत असण्याचा योग फारच क्वचित् म्हणजे १००-२०० वर्षांत एखादे दुसरे वेळीं घडून येतो. अशा योगाचे सुमारास दोन संक्रांती दोन अमावास्यांच्या बाहेर पडण्याचाही योग येत असल्यामुळें क्षयमासास लागूनच किंवा एक दोन महिन्यांचे अंतरानें अधिक मासाचाही योग असतो. सायन, रैवत व चैत्र या पक्षांच्या संक्रांती भिन्न भिन्न असल्यामुळें त्यांच्या क्षयमासांत सुद्धां अनेक वर्षांचें अंतर असतें.

याप्रमाणें आरंभस्थान निरनिराळें मानिल्यामुळें नक्षत्रें, संक्रांती चांद्र महिने, अधिक व क्षयमास यांमध्ये फेर पडतो. रविचंद्रांच्या स्थानयोगास योग ही संज्ञा आहे; त्यांतही साहजिकपणें असाच फरक पडतो.

भोगशर व विषुवांशक्रांति.

ग्रहांच्या वास्तव गतीसंबंधानें क्रांतिवृत्त उपयोगांत आणितात हें येथवर सांगितलें. पृथ्वीच्या दैनंदिन गतीमुळें ज्योतींस जी पश्चिमोन्मुख गति असलेली आपणांस भासते (भारतीय ज्योतिष्यांच्या मते ही गति त्या ज्योतींची वास्तव गतिच असते.) ती नेहमी विषुववृत्तास समांतर असते, व म्हणून तिचा विचार करितांना विषुववृत्ताचा उपयोग करितात; आणि ज्याप्रमाणें क्रांतिवृत्ताच्या मानानें ग्रहाचें स्थान काढावयाचें असल्यास क्रांतिवृत्तास शरसूत्र (शरसूत्र म्हणजे कदंब व ग्रह यांवरून जाणाऱ्या त्रिज्यावृत्ताचा चाप) ज्या बिंदूत छेदितें त्या बिंदूचें आरंभस्थानापासून अंतर मोजितात त्याप्रमाणें विषुववृत्तसंबंधी स्थान काढावयाचें असल्यास विषुववृत्तास ध्रुव व ग्रह यांवरून जाणारें त्रिज्यावृत्त ज्या बिंदूत छेदितें त्याचें वसंतसंपातापासून अंतर काढितात. क्रांतिवृत्तसंबंधी अंतरास भोग व विषुववृत्तसंबंधी अंतरास विषुवांश ह्मणतात; व ग्रहाची त्याच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानापर्यंत व विषुववृत्तीय स्थानापर्यंत जी अंतरे दिसून येतात त्यांस अनुक्रमें शर व क्रांति या संज्ञा आहेत. ग्रहाचे भोगशर किंवा विषुवांशक्रांति माहित असल्यास त्याचें भगोलांतील स्थान विनचूक काढितां येतें.

नक्षत्रचक्रास एक प्रदक्षिणा करण्यास (किंवा पाश्चात्य दृष्टीने म्हणावयाचे झाल्यास पृथ्वीस स्वतःच्या आंसाभोंवती पूर्ण प्रदक्षिणा करण्यास) ६० घटिका (यांस नाक्षत्र किंवा नक्षत्रसावन घटिका म्हणतात. नक्षत्राचा एक उदय झाल्यापासून दुसरा उदय होईपर्यंत जो काल जातो त्यास नाक्षत्र दिवस म्हणतात. सूर्याचा एक उदय झाल्यापासून दुसरा उदय होईपर्यंत जो काल जातो त्यास सूर्यसावन किंवा नुस्ता सावन दिवस म्हणतात. सूर्य रोज क्रांतिवृत्तावर पूर्वेकडे जात असल्यामुळे हा दिवस नाक्षत्र दिवसापेक्षा मोठा असतो. तसेच सूर्यगति अनियमित असल्यामुळे याचे मध्यम व स्पष्ट असे दोन प्रकार आहेत.) लागतात; म्हणजे भगोलस्थ ज्योतींची ही पश्चिमोन्मुख गति एका दिवसांत ३६० अंश म्हणजे एका नाक्षत्र घटिकेस ६ अंश असते. कारण एक असल्यामुळे ही गति सर्व ज्योतींस सारखी असते. ही गति विषुववृत्तावर प्रत्ययास येते हें वर सांगितलेंच आहे. विषुववृत्ताच्या खंडांचे अंशांस कालांश म्हणतात.

भोगशरांपासून विषुवांशक्रांति व विषुवांशक्रांतींपासून भोगशर काढण्याची ज्योतिष्यांस नेहमी आवश्यकता असते. सबब त्यांचें साधन देतों. प्रथम तें सूर्यासंबंधानें देतों. सूर्य क्रांतिवृत्तावरच असल्यामुळे त्यास शर नसतो.

क्रांतिवृत्त व विषुववृत्त यांच्या पातळ्यांमध्ये जो कोण असतो तो परमक्रांतितुल्य असतो. तो कोण ज्या त्रिकोणांत आहे असा इष्टकालिक सायनभोग, त्याचे विषुवांश व इष्टकालिक क्रांति यांचा

एक गोलीय काटकोन त्रिकोण होतो. या तीन राशींच्या कोटिज्यांमधील परस्परसंबंध पाश्चात्य गोलीय त्रिकोणमितीप्रमाणें असा असतो:—

सायनग्रहकोटिज्या=विषुवांशकोटिज्या × क्रांतिकोटिज्या.

याच सारणीचीं दोन रूपांतरें भारतीय ज्योतिषी खालील रीतीनें सिद्ध करितात:—ज्यांचे कर्ण व कोटि अनुक्रमें क्रांतिवृत्त व विषुव-वृत्त यांच्या पातळ्यांत लीन असून त्या वृत्तांस वसंतसंपात-बिंदूपाशीं काढिलेल्या स्पर्शरेषांस समांतर आहेत अशीं अनेक परमक्रांतिकेत्रें (ज्यांच्या कोणांपैकीं एक कोण परमक्रांतितुल्य आहे असे सरलरेषीय काटकोन त्रिकोण) आपणांस कल्पितां येतील. त्यांपैकींच एक असें क्षेत्र आढळून येईल कीं ज्याचा कर्ण इष्ट-कालिकसायनभोगांशज्यातुल्य, भुज (परमक्रांतीसमोरील बाजू) इष्टकालिकक्रांतिज्यातुल्य व कोटि (उरलेली बाजू) अहोरात्र-वृत्ताच्या (म्हणजे सूर्य एका दिवसांत विषुववृत्ताशीं समांतर अशा ज्या वर्तुलांत फिरल्यासारखा दिसतो त्या वर्तुलाच्या) पातळींतील विषुवांशतुल्य कोणाच्या घुज्याकर्णार्थ (घुज्या म्हणजे अहोरात्रवृत्ताचा व्यासार्ध) भुजज्येशीं तुल्य आहे. आतां कर्णाच्या वर्गांतून भुजज्येचा वर्ग वजा केला असतां कोटिज्येचा वर्ग अवशिष्ट राहतो. तेव्हां—

घुज्याकर्णार्थ विषुवांशभुजज्या

$$= \sqrt{\text{सायनभोगांशज्या}^2 - \text{क्रांतिज्या}^2}; \quad \text{परंतु}$$

$$\text{घुज्या} = \sqrt{\text{त्रिज्या}^2 - \text{क्रांतिज्या}^2} = \text{क्रांतिकोटिज्या};$$

∴ त्रिज्याकर्णाय विषुवांशभुजज्या

$$= \frac{\text{त्रिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}} \times \sqrt{\text{सायनभोगांशज्या}^2 - \text{क्रांतिज्या}^2}$$

पाश्चात्य गणिती १ या अंकासच त्रिज्या मानीत असल्यामुळे वरील सारणीचे पाश्चात्य रूप हें होतें:—

$$\text{विषुवांशज्या} = \frac{\sqrt{\text{सायनभोगांशज्या}^2 - \text{क्रांतिज्या}^2}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

$$\therefore \text{विषुवांशज्या}^2 \times \text{क्रांतिकोटिज्या}^2 = \text{सायनभोगांशज्या}^2 - \text{क्रांतिज्या}^2$$

$$\therefore \text{क्रांतिकोटिज्या}^2 \times (१ - \text{विषुवांशकोटिज्या}^2) =$$

$$(१ - \text{सायनभोगांशकोटिज्या}^2) - (१ - \text{क्रांतिकोटिज्या}^2)$$

$$\therefore \text{क्रांतिकोटिज्या}^2 - \text{क्रांतिकोटिज्या}^2 \times \text{विषुवांशकोटिज्या}^2 = \text{क्रांतिकोटिज्या}^2 - \text{सायनभोगांशकोटिज्या}^2$$

$$\therefore \text{क्रांतिकोटिज्या}^2 \times \text{विषुवांशकोटिज्या}^2 = \text{सायनभोगांशकोटिज्या}^2$$

ही सारणी वर दिलेल्या पाश्चात्य सारणीचा वर्ग आहे.

वर जें परमक्रांतिक्षेत्र वर्णिलें आहे त्यास समांतर व सायन मिथुनांतामधून जाणाऱ्या त्रिज्यावृत्ताच्या पातळीत असें दुसरें एक परमक्रांतिक्षेत्र कल्पितां येईल कीं ज्याचा कर्ण त्रिज्यातुल्य, भुज परमक्रांतिज्यातुल्य व कोटि परमक्रांतिकोटिज्यातुल्य आहे.

हीं दोन्ही क्षेत्रें समकोण असल्यामुळें त्यांच्या बाजू परस्परांशीं प्रमाणांत आहेत. म्हणून—

$$\text{दुज्यावृत्तीय विषुवांशज्या} = \frac{\text{परमक्रांतिकोटिज्या} \times \text{सायनभोगांशज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

या सारणीतील प्रत्येक बाजूच्या राशीस $\frac{\text{त्रिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$ ने

गुणिल्यास—

त्रिज्यावृत्तीय विषुवांशज्या

$$= \text{परमक्रांतिकोटिज्या} \times \text{सायनभोगांशज्या}$$

क्रांतिकोटिज्या

ही दुसरी सारणीही युरोपीय सारणीशीं तुल्य आहे. कारण दोन्ही बाजूंस क्रांतिकोटिज्येनें गुणिल्यास—

$$\text{विषुवांशज्या} \times \text{क्रांतिकोटिज्या} = \text{परमक्रांतिकोटिज्या} \times \text{सायनभोगांशज्या}$$

$$\therefore \text{विषुवांशज्या}^2 \times \text{क्रांतिकोटिज्या}^2 = \text{परमक्रांतिकोटिज्या}^2 \times \text{सायनभोगांशज्या}^2$$

$$\therefore (\text{त्रिज्या}^2 - \text{विषुवांशकोटिज्या}^2) \times \text{क्रांतिकोटिज्या}^2 = \text{परमक्रांतिकोटिज्या}^2 \times (\text{त्रिज्या}^2 - \text{सायनभोगांशकोटिज्या}^2)$$

$$\therefore \text{त्रिज्या}^2 \times \text{क्रांतिकोटिज्या}^2 - \text{क्रांतिकोटिज्या}^2 \times \text{विषुवांशकोटिज्या}^2 = \text{त्रिज्या}^2 \times \text{परमक्रांतिकोटिज्या}^2 - \text{सायनभोगांशकोटिज्या}^2 \times \text{परमक्रांतिकोटिज्या}^2$$

परंतु यापुढें सिद्ध करून दाखविल्याप्रमाणें.—

$$\text{क्रांतिज्या} = \frac{\text{सायनभोगांशज्या} \times \text{परमक्रांतिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

आणि—

$$\text{क्रांतिकोटिज्या}^२ = \text{त्रिज्या}^२ - \frac{\text{सायनभोगांशज्या}^२ \times \text{परमक्रांतिज्या}^२}{\text{त्रिज्या}^२}$$

$$\text{त्रिज्या}^२ - (\text{त्रिज्या}^२ - \text{सायनभोगांशकोटिज्या}^२) \times (\text{त्रिज्या}^२ - \text{परमक्रांतिकोटिज्या}^२) \\ = \frac{\text{त्रिज्या}^२}{\text{त्रिज्या}^२}$$

$$\text{त्रिज्या}^४ - (\text{त्रिज्या}^४ - \text{सायनभोगांशकोटिज्या}^२ \times \text{त्रिज्या}^२ - \text{परमक्रांतिकोटिज्या}^२ \times \text{त्रिज्या}^२ + \text{सायनभोगांशकोटिज्या}^२ \times \text{परमक्रांतिकोटिज्या}^२) \\ = \frac{\text{त्रिज्या}^२}{\text{त्रिज्या}^२}$$

$$\text{त्रिज्या}^२ \times \text{सायनभोगांशकोटिज्या}^२ + \text{त्रिज्या}^२ \times \text{परमक्रांतिकोटिज्या}^२ - \text{सायनभोगांशकोटिज्या}^२ \times \text{परमक्रांतिकोटिज्या}^२ \\ = \frac{\text{त्रिज्या}^२}{\text{त्रिज्या}^२}$$

हे क्रांतिकोटिज्येच्या वर्गाचे रूप वरील सारणीत घातले असतां—
 $\text{त्रिज्या}^२ \times \text{सायनभोगांशकोटिज्या}^२ + \text{त्रिज्या}^२ \times \text{परमक्रांतिकोटिज्या}^२ - \text{सायनभोगांशकोटिज्या}^२ \times \text{परमक्रांतिकोटिज्या}^२ - \text{क्रांतिकोटिज्या}^२ \times \text{विषुवांशकोटिज्या}^२ = \text{त्रिज्या}^२ \times \text{परमक्रांतिकोटिज्या}^२ - \text{सायनभोगांशकोटिज्या}^२ \times \text{परमक्रांतिकोटिज्या}^२$
 $\therefore \text{त्रिज्या}^२ \times \text{सायनभोगांशकोटिज्या}^२ = \text{क्रांतिकोटिज्या}^२ \times \text{विषुवांशकोटिज्या}^२$

∴ त्रिज्या × सायनभोगांशकोटिज्या = क्रांतिकोटिज्या × विषु-
वांशकोटिज्या; व हेच पाश्चात्य सारणीचे भारतीय रूप होय. विषु-
वांशज्येपासून विषुवांश काढण्याची रीत येथे देण्याची जरूर नाही.

सायनभोगांश व विषुवांश यांतील अंतरास कालांशात्मक
उदयांतर म्हणण्यास हरकत नाही. उदयांतर हे नांव पडण्याचे
कारण असे की, या अंशात्मक अंतरास ६ नें भागिलें असतां
(६ नें भागण्याचे कारण नक्षत्रचक्राची पश्चिमोन्मुख गति एका
घटकेस ६ अंश असते.) ज्या घटिका येतात, तितक्या घटिका
मध्यम सूर्योदयापूर्वी किंवा नंतर सायन मध्यम सूर्याचा उदय
होतो. या घटिकांत ग्रहाची जी गति होते, तिला वास्तविकपणे
उदयांतर हे नांव आहे; पण तेच नांव इतर योग्य शब्दाच्या
अभावी उपरिनिर्दिष्ट कालांशांस व त्यांपासून होणाऱ्या कालास
येथे लाविलें आहे.

भुजज्येच्या वाढीचे प्रमाण कोटिज्येवर अवलंबून असल्यामुळे,
सायनभोगांश—विषुवांश सायनभोगांशज्या—विषुवांशज्या

५७३

विषुवांशकोटिज्या

$$\frac{\text{सायनभोगांशज्या}}{\text{विषुवांशकोटिज्या}} \times \frac{\text{क्रांतिकोटिज्या—परमक्रांतिकोटिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

$$= \text{सायनभोगांशस्पर्शरेषा} \times (\text{क्रांतिकोटिज्या—परमक्रांतिकोटिज्या})$$

ही उदयांतराची साधारण सारणी झाली. कालांशात्मक उद-
यांतराचे परम मान, सायनभोग पदमध्याइतका म्हणजे ४९,
१३९, २१५ किंवा ३१९ असतां होतें. पदांती म्हणजे
सायनभोग ०, ९०, १८०, २७० अंश असतां ते शून्य असतें.
पदांच्या मध्ये कालांशात्मक उदयांतर सुमारे अडीच अंश असून
कालात्मक उदयांतर सुमारे २९ पळे असतें.

वरील साधारण सारणीस ४९ अंशायैवढ्या सायन भोगाच्या विशिष्ट सारणीनें भागिल्यास व भागाकारामुळे नवीन उत्पन्न झालेल्या समीकरणाच्या उजव्या पक्षाच्या राशीच्या अंशांतून व छेदांतून (क्रांतिकोटिज्या - परमक्रांतिकोटिज्या) हा राशि काढिल्यानें समीकरणांत अंतर पडत नाहीं असें समजल्यास—

इष्टसायनभोग असतेवेळचे कालांशात्मक उदयांतर = इष्टसायनभोगस्पर्शरेषा
सायन भोग ४५° असतेवेळचे कालांशात्मक उदयांतर = स्पर्शरेषा ४५°

(म्हणजे सुमारानें) = भुजज्या २ सायनभोगांश.

यावरून पलात्मक उदयांतर काढण्याचा असा नियम निघतो:— सायन मध्यम सूर्याची दुप्पट करून तिची भुजज्या काढावी. तिला २९ नें गुणून त्रिज्येनें भागावें, म्हणजे पलात्मक उदयांतर येतें.

सायन मध्यम सूर्य विषम पदांत असतां उदयांतर ऋण असतें; व तो सम पदांत असतां तें धन असतें.

प्रत्येक सायन राशीच्या अंताचे विषुवांश काढिले, त्यांतून पूर्वपूर्वराश्यांचे विषुवांश वजा केले, व आलेल्या कालांशांस १० नें गुणिलें म्हणजे त्या त्या राशीचे लंकोदय येतात. लंकोदय म्हणजे शून्य अक्षांशाचे ठिकाणी (यास निरक्ष देशही म्हणतात; व या प्रदेशाच्या उत्तरेकडील किंवा दक्षिणेकडील प्रदेशास स्वदेश म्हणतात. या निबंधांत स्वदेशास साक्ष देशही म्हटलें आहे.) प्रत्येक सायन राशीस आरंभापासून अंतापर्यंत क्षितिजाच्या वर येण्यास जो पलात्मक काळ लागतो तो. निरक्ष देशांत उन्मंडल हेंच क्षितिज असतें, व विषुववृत्त हेंच समवृत्त असतें. त्या वृत्ताशी क्रांतिवृत्त तिरपें असल्यामुळे क्षितिजावर उदय पावणाऱ्या विषुवांशापेक्षां क्रांतिवृत्ताचे वर येणारे अंश अर्थात् कमीअधिक असतात; व त्यांचा उदय होण्यास त्यामुळे अधिककमी काळ लागतो. विषुवांशांस १० नें गुणण्याचें कारण १० पळांस विषुववृत्ताचा एक अंश उदय पावतो

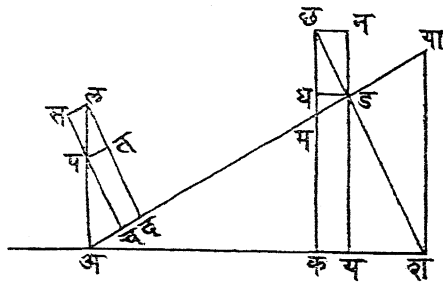
हैं आहे. या रीतीने पहिल्या सहा राशींचे लंकोदय काढिले असतां ते अनुक्रमें २७८, २९९, ३२३, ३२३, २९९ व २७८ असे येतात. हेच पलात्मक लंकोदय पुढील सहा राशींचेही असतात.

वरील रीतीत विषुवांशांचीं पळें करण्यास १० नें गुणावें लागतें. अंश व पळें यांबद्दल कला व असु हीं मानें घेतल्यास तसें करावें लागत नाहीं. कारण एका असुस विषुववृत्ताची एक कला उदय पावत असल्यामुळें, जितकी विषुवकलांची संख्या तितकीच असुंचीही असते. क्रांतिवृत्ताच्या प्रथम किंवा द्वितीय राशिषट्काचे अस्वात्मक उदयकाल १६७०, १७९३, १९३७, १९३७, १७९३ व १६७० हे आहेत. हे अर्थातच पूर्वोक्त उदयकालांच्या सुमारे ६ पट आहेत.

वरील सारण्यांनीं विषुवांशांपासून सायन भोगही काढितां येतो. सूर्योदयानंतर गेलेल्या पलात्मक कालापासून (म्हणजे पर्यायानें त्यानंतर उदय पावलेल्या विषुवांशांपासूनच) निरक्षदेशांत सूर्योदयानंतर उदय पावलेला क्रांतिवृत्ताचा भाग काढणें व त्यापासून तेथील क्षितिजाशीं लागलेला क्रांतिवृत्तीय भाग काढणें, यासच निरक्षदेशीय लग्नसाधन म्हणतात. याची रीत अशी आहे:—इष्टकालचा सायन सूर्य व सूर्योदयापासून इष्ट कालपर्यंत जितका पलात्मक काल लोटला असेल तो काढून, इष्टकालिक सायन सूर्य ज्या राशीवर असतो त्या राशीच्या भोग्य अंशांच्या वांट्यास त्या राशीच्या जोडीच्या लंकोदयापैकीं जितकीं पळें येतील तितकीं पळें व त्या राशीच्या पुढील जितक्या राशींचे लंकोदय त्या पलात्मक कालामधून वजा जातील तितके त्यांतून वजा करितात. अवशिष्ट पळांच्या वांट्यास पुढील राशींच्या अंशांपैकीं जितके अंश येतील तितके अंश मेषापासून जितक्या राशींचे उदय गेले असतील तितक्या राशींत मिळवितात; म्हणजे निरक्षदेशीय सायन लग्न येतें. त्यांतून अय-

म्हणजेच पाश्चात्य तऱ्हेची भुजज्या हें लक्ष्यांत ठेविलें म्हणजे वरील सारणी व युरोपीय सारणी (क्रांतिज्या=सायनभोगांशज्या × परमक्रांतिज्या) दोन नाहींत हें उघड होईल. सूर्य उत्तर गोलार्धांत असतां क्रांति उत्तर, अन्यथा दक्षिण असते.

हें सूर्याच्या भोगविषुवांशक्रांतीसंबंधानें झालें. सूर्य नेहमीं क्रांतिवृत्तावरच असल्यामुळें, त्याचा शर शून्य असतो. परंतु जे ग्रह किंवा ज्या तारा क्रांतिवृत्ताच्या उत्तरेस किंवा दक्षिणेस असतात, त्यांस उत्तर किंवा दक्षिण शर असतात; व त्यामुळें त्यांच्या भोगशरांपासून विषुवांशक्रांति काढणें जरा कठीण असतें.



या आकृतींत अ क हा विषुववृत्ताचा व अ ड हा क्रांतिवृत्ताचा भाग आहे. छ हें ग्रहाचें वास्तविक स्थान अमून ड हें त्याचें क्रांतिवृत्तीय स्थान आहे. छ ड हा त्याचा उत्तर शर असून छ क ही त्याची स्फुट क्रांति आहे. क्रांतिवृत्तीय स्थानाची क्रांति ड य हिला ग्रहाची अस्फुट क्रांति व ड घ या लंबावरील क्रांतिखंड छ घ यास स्फुट शर म्हणतात. छ क हा चाप विषुववृत्तास व छ ड हा क्रांतिवृत्तास लंबरूप असल्यामुळें, व येथें सोईसाठीं आकृतींतिल सर्व रेषांस सरल रेषा मानिलें असल्यामुळें, त्यांजमधील कोण घ छ ड हा ड पासून ध्रुवावर व कदंबावर जाणाऱ्या चापांमधील

कोणाबरोबर आहे. या उत्तरोक्त कोणास (म्हणजे क्रांतिवृत्तीय स्थानापासून ध्रुव व कदंब यांवर जाणाऱ्या सूत्रांमधील छ ड न या कोणास) अयनवलन म्हणतात. हा कोण काढण्याची रीत अशी:—

कदंब हा मध्यबिंदु धरून त्याभोंवतीं परमक्रांत्यंशांइतक्या अंतरावर व परमक्रांतिज्येइतक्या व्यासार्धाचे एक वर्तुळ काढावे. हें वर्तुळ क्रांतिवृत्तास समांतर असणारच. आपण क्रांतिवृत्तीय ग्रहस्थानावर उभे राहून पाहिलें असतां आपणांस ध्रुव त्या वर्तुळावर असून, अयनसूत्र (कदंब व ध्रुव यांमधून व अर्थात् अयनांमधून म्हणजे सायन कर्कमकरादींमधून जाणाऱ्या त्रिज्या-वृत्ताचा चाप) क्रांतिवृत्तास क्रांतिवृत्तीय ग्रहस्थानापासून जितक्या अंशांवर छेदितांना आढळेल तितक्याच अंशांनीं अस्फुटशरसूत्रापासून त्या वर्तुळावर कललेला दिसून येईल. अर्थात् अस्फुटशरसूत्र व अयनसूत्र यांच्या पातळ्यांच्या मध्ये परमक्रांतिज्या व त्रिज्या अशा दोन कर्णांचीं दोन सायनग्रहकोटिक्षेत्रें कल्पितां येतील. तीं दोन्हीं समकोण व सरूप असल्यामुळे त्यांच्या बाजू परस्परांशीं प्रमाणांत असावयाच्याच. म्हणून—

परमक्रांतिज्याकर्णाय सायनग्रहकोटिज्या

$$= \frac{\text{त्रिज्याकर्णाय सायनग्रहकोटिज्या} \times \text{परमक्रांतिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

=सायनग्रहकोटिक्रांतिज्या.

आतां अस्फुटशरसूत्र व अस्फुटक्रांतिमूत्र यांच्या पातळ्यांच्या मध्येही क्रांतिकोटिज्या व त्रिज्या या दोन कर्णांचीं दोन अयनवलनक्षेत्रें परस्परांशीं समांतर अशीं कल्पितां येतील. त्यांच्याही बाजू परस्परांशीं प्रमाणांत असल्यामुळे—

$$\text{अयनवलनज्या} = \text{परमक्रांतिज्याकर्णाय सायनग्रहकोटिज्या} \times \frac{\text{त्रिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

(वरील दोन्ही समीकरणांचें एकीकरण केलें असतां)

$$= \frac{\text{सायनग्रहकोटिक्रांतिज्या} \times \text{त्रिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

यास पाश्चात्य रूप दिलें असतां—

$$\text{अयनवलनज्या} = \frac{\text{सायनग्रहकोटिक्रांतिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

पाश्चात्य गोलीय त्रिकोणमितीप्रमाणें अयनवलनज्या=

$$\frac{\text{परमक्रांतिज्या} \times \text{सायनग्रहकोटिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}} = \frac{\text{सायनग्रहकोटिक्रांतिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

अर्थात् भारतीय व पाश्चात्य सारण्या एकच आहेत.

याप्रमाणें अयनवलनज्या व तिजपासून चापसाधनाच्या रीतीनें अयनवलन काढितां येतें.

वरील सारणीवरून अयनवलन काढण्याचा असा नियम निघतो:—ज्या क्रांतिवृत्तीय स्थानाचें अयनवलन साधावयाचें असतें, त्यांत तीन राशीं मिळवून जें स्थान येईल त्याची क्रांतिज्या काढावी; व तिला त्रिज्येनें गुणून क्रांतिकोटिज्येनें भागावें; म्हणजे अयनवलनज्या येते. वरील आकृतीत ड या क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या मागे तीन राशींच्या अंतरावर जें क्रांतिवृत्तीय स्थान आहे, त्यापासून कदंब व ध्रुव यांवर जाणाऱ्या सूत्रांमधील कोण (अर्थात् त्या स्थानाचें अयनवलन) त्या स्थानापासून ९० अंशांच्या अंतरावर चापरूपानें प्रत्ययास येतो. या चापाचें एक अग्र अर्थात् कदंब आहे. तो चाप ज्या त्रिज्यावृत्ताचा भाग आहे, त्याचेंच ड श हेंही एक खंड असून तें त्या चापाशीं तुल्य आहे. अर्थात् तें सायन वित्रिभ ग्रहाच्या (म्हणजे सायन ग्रहांतून तीन राशी वजा करून येणाऱ्या स्थानाच्या) अयन-

वलनाशीं तुल्य आहे; व त्याची भुजज्या ड य या अस्फुट क्रांतीच्या भुजज्येस $\frac{\text{त्रिज्या}}{\text{भुजज्या ड श य}}$ ने गुणून साधितां येतें. परंतु ड श य हा

कोण त्या सायन वित्रिभ ग्रहाच्या क्रांतिकोटीशीं तुल्य आहे; कारण त्याचा पूरक ड श या हा कोण श पासून ९० अंशांच्या अंतरावर चापरूपानें प्रत्ययास येत असल्यामुळे (या चापाचें एक अग्र ध्रुव असतो.) व तो चाप सायन वित्रिभ ग्रहाच्या क्रांतीशीं तुल्य असल्यामुळे तो पूरकही त्या क्रांतीबरोबर आहे. म्हणून—

$$\text{सायनवित्रिभग्रहायनवलनज्या} = \text{ड श} = \text{ड य} \times \frac{\text{त्रिज्या}}{\text{भुजज्या ड श य}}$$

$$= \frac{\text{अस्फुटक्रांतिज्या} \times \text{त्रिज्या}}{\text{सायनवित्रिभग्रहक्रांतिकोटीज्या}} ;$$

म्हणून कोणत्याही क्रांतिवृत्तीय स्थानाची अयनवलनज्या $\frac{\text{सायनसत्रिभग्रहक्रांतिज्या} \times \text{त्रिज्या}}{\text{क्रांतिकोटीज्या}}$ या राशीशीं तुल्य असते;

व सायन सत्रिभ ग्रह म्हणजेच सायनग्रहकोटि. (येथें चाप व त्यांच्या भुजज्या एकाच अक्षरांनीं दर्शविल्या आहेत.)

आतां वर दिलेल्या आकृतीत ध ड ही रेषा छ ध ड या अयनवलनक्षेत्रांत अयनवलनाचा भुज असून स्फुट शर छ ध हा कोटि व अस्फुट शर छ ड हा कर्ण आहे, हें उघड आहे. हे राशि अल्पप्रमाण असल्यामुळे त्यासंबंधानें चापांबद्दल सरल रेषा धरिल्यास फलांत फारशी चूक पडणार नाही; असो. आतां—

$$\text{स्फुट शर} = \frac{\text{अस्फुट शर} \times \text{अयनवलनकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

स्फुट क्रांति = छ ध + ध क = छ ध + ड य = स्फुट शर + अस्फुट क्रांति.

ग्रहविषुवांश अथवा अ क हे अ म चेच विषुवांश होत. यांसच पुढें स्फुट विषुवांश व क्रांतिवृत्तीय स्थानाचे विषुवांशांस अस्फुट विषुवांश म्हटलें आहे. अ म यास अस्फुट-भोग म्हणतात.

अ म=अ ड-म ड (म ड यास अयनकला म्हणतात.)

$$= \text{सायन ग्रह} - \frac{\text{अस्फुट शर} \times \text{अयनवलनज्या}}{\text{अयनवलनकोटिज्या}}$$

अयनकलांची $\frac{\text{अस्फुट शर} \times \text{अयनवलनज्या}}{\text{अयनवलनकोटिज्या}}$ ही किंमत छ म ड

या काटकोन त्रिकोणावरून साधिली आहे. तेंच साधन छ ध ड या अयनवलनक्षेत्रावरूनही करितां येतें. या त्रिकोणाच्याही तिन्ही बाजू त्रिज्याकर्णाय अयनवलनक्षेत्राच्या बाजूंशीं प्रमाणांत असल्या-

$$\text{मुळें ध ड} = \frac{\text{अस्फुट शर} \times \text{अयनवलनज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

आतां ध ड हा द्युज्यावृत्तावरील भाग आहे. त्यास विषुववृत्तावरील रूप दिलें असतां तें क य शीं तुल्य होईल. अर्थात्

$$\text{क य} = \frac{\text{ध ड} \times \text{त्रिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

ध ड ची वर दिलेली किंमत या सारणींत घातल्यास—

$$\text{क य} = \text{अस्फुट शर} \times \frac{\text{अयनवलनज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

परंतु क य हें ग्रहाच्या व त्याच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या विषुवांशां-
मधील अंतर आहे. याच्याच जोडीचे क्रांतिवृत्तावरील अंश

आपणांस काढावयाचे आहेत; सबब वरील सारणीपासून आलेल्या क य या विषुववृत्तीय खंडापासून निरक्षदेशीय लग्नसाधनाच्या रीतीने त्याच्या जोडीचे क्रांतिवृत्तीय खंड काढावे; म्हणजे म ड या अयनकला निघतात.

छ ड न हा त्रिकोण छ ध ड या त्रिकोणाशी तुल्य आहे. पुढे आयन व आक्ष द्धर्माची भिलून जी एक आकृति दिली आहे; तिच्यांत याच त्रिकोणाचा उपयोग केला आहे.

म ड या अयनकलांचा ग्रहभोगास संस्कार करून घेणाऱ्या अ म या चापास कृतायनद्दुर्गक सायन ग्रह म्हणतात. त्यास अयनांशांचा ऋण संस्कार केल्यास तो निरयन कृतायनद्दुर्गक होतो. दृक् या शब्दाचे या ठिकाणी प्रयोजन असे की, शून्य अक्षांशाच्या स्थानी उभा असलेल्या मनुष्यास ज्या वेळी ग्रह उदयास्त पावताना दिसेल, त्याच वेळी कृतायनद्दुर्गक ग्रहाचे स्थान म हेही क्षितिजाशी संलग्न असे आढळून येईल; व ग्रहाचे क्रांतिवृत्तीय स्थान हे ग्रहाच्या पुढे मागे उदयास्त पावतांना दिसेल. सायन कर्करांभी व मकरारांभी मात्र अयनवलन शून्य असल्यामुळे व त्यामुळे आयन द्धर्माचेही कारण नसल्यामुळे, क्रांतिवृत्तीय स्थान व ग्रह ही बरोबर क्षितिजाच्या वर येतांना किंवा खाली जातांना त्याच्या दृष्टोत्पत्तीस येतील.

ग्रहाचे स्थान ज्या अयनांत असेल, त्याची व शराची दिशा एकच असल्यास आयनद्दुर्गकसंस्कार ऋण असतो; तसे नसल्यास तो धन असतो.

हा संस्कार ऋण असण्याकरितां एक तर कदंब निरक्षदेशीय क्षितिजाच्या म्हणजे उन्मंडलाच्या वर असून ग्रहाचा शर उत्तर पाहिजे, किंवा कदंब त्या क्षितिजाच्या खाली असून शर दक्षिण असला पाहिजे. पृथ्वीच्या दैनिक स्वप्रदक्षिणेमुळे नक्षत्रचक्राप्रमाणे

कदंबासही पूर्वेकडून पश्चिमेकडे गति मिळते. ज्या वेळीं निरक्ष देशांत कदंब समविंदूच्या किंचित् पूर्वेस संलग्न झालेला असतो, त्या वेळीं त्याच्यापासून ९० अंशांवर व पूर्वदिशेच्या किंचित् दक्षिणेस सायनमकरराश्यांरंभ हें लग्न असतें. उदयोन्मुख सायन ग्रहाचें क्रांतिवृत्तीय स्थान जेव्हां सायन मकरराशीपासन कर्कराशीपर्यंतच्या राशिषट्कापैकी असतें तेव्हां कदंब निरक्ष देशांत क्षितिजाच्या वर असतो; उलट तें कर्कापासून मकरापर्यंतच्या राशिषट्कांत असतें तेव्हां कदंब क्षितिजाच्या खालीं असतो. तो वर असल्यास उत्तर-शराग्रस्थ ग्रहही त्यावरोवर निरक्षदेशीय क्षितिजाच्या वर उचलला जातो. कारण तो ग्रह ज्या शरावर असतो तो शर कदंबावरून क्रांतिवृत्तीय स्थानावर जाणाऱ्या त्रिज्यावृत्तावर असल्यामुळे, त्याचें एक अग्र जरी क्रांतिवृत्तीय स्थानापाशीं व त्यामुळे क्षितिजापाशीं असतें तरी दुसरें अग्र शराच्या कमी अधिक मानाप्रमाणें वर असतें; व त्यामुळे त्या अग्रापाशीं असणाऱ्या ग्रहाचा उदयही त्या स्थानापूर्वीं होतो. कदंब उन्मंडलाच्या खालीं असल्यास उत्तर-शराग्रस्थ ग्रह त्याच कारणामुळे कदंबाकडे आकर्षिला जाऊन क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या मागाहून उगवतो.

खगोलीय मापनप्रकार.

येथपर्यंत स्थानमापनाचे भोगशर व विषुवांशक्रांति हे दोन प्रकार सांगितले. हे दोन्ही प्रकार भूगोलसंबंधी म्हणजे भूगोलनिरपेक्ष अशा ज्योतिश्चक्रासंबंधानें झाले. यांशिवाय खगोलसंबंधी म्हणजे विशिष्ट भूभागीं आकाशाची क्षितिजाच्या वरील व खालील अर्थें मिळून होणाऱ्या गोलासंबंधानेंही मापनप्रकार आहेत. त्यांपैकी उन्नतांशदिगंश हा एक प्रकार आहे. उन्नतांश म्हणजे खस्वास्तिक व ग्रह सांमधून जाणाऱ्या त्रिज्यावृत्तावर त्या ग्रहाचें क्षितिजा-

पासून जें अंशात्मक अंतर असतें तें. त्या त्रिज्यावृत्तास दृढमंडल म्हणतात. उन्नतांशाचा कोटि (म्हणजे ९०° —उन्नतांश) यासच नतांश म्हणतात. दृढमंडल व समवृत्त यांमधील कोणास दिगंश म्हणतात. याचा चाप अर्थात् क्षितिजवृत्तावर मोजतात. समवृत्तीय नतांश व भुज हाही एक खगोलीय मापनप्रकार आहे. समवृत्तीय नतांश म्हणजे पृथ्वीवरील इष्ट स्थलाचें याम्योत्तरवृत्त व ग्रहामधून जाणारें समवृत्ताचें याम्योत्तरवृत्त यांमधील कोण; याचा चाप समवृत्तावर प्रत्ययास येतो. भुज म्हणजे ग्रहाचें समवृत्तापासून जें अंतर असतें तें. हें समवृत्ताच्या उपरिनिर्दिष्ट याम्योत्तरवृत्तावर प्रत्ययास येतें. या अंशात्मक अंतराच्या भुजज्येस भारतीय ज्योतिषग्रंथांत भुज म्हटलें आहे. तोच शब्द येथें योग्यतर शब्दाच्या अभावीं त्या अंतरास लाविला आहे.

यांशिवाय नतकालांश वं क्रांति यांचाही एक खगोलभगोल-संबंधी मिश्र मापनप्रकार आहे. नतकालांश म्हणजे भूगोलावरील एखाद्या स्थानाचें याम्योत्तरवृत्त व ग्रहाचें स्फुटक्रांतिसूत्र यांमधील कोण. उन्नतकालांश म्हणजे ग्रहाच्या उदयकालिक व इष्टकालिक खगोलीय स्थानांवरून ध्रुवावर जाणाऱ्या चापांमधील कोण. यांचे चाप विषुववृत्तावर असतात. नतकालांश व उन्नतकालांश यांची बेरीज ग्रहाची क्रांति उत्तर किंवा दक्षिण असेल त्याप्रमाणें ९० अंशांहून अधिक किंवा कमी असते.

हा प्रकार विषुवांशक्रांतींसारखाच आहे. फरक इतकाच कीं, विषुवांशांचे आरंभस्थानी संपात असतो, व नतकालांशांचे आरंभस्थानी विषुववृत्त व भूस्थानीय याम्योत्तरवृत्त यांचा छेदनबिंदु असतो.

खगोलीय प्रकारांचें महत्त्व बहुधा ग्रहांच्या, विशेषेंकरून सूर्याच्या, उदयासंबंधानें असतें. निरक्ष देशांत क्षितिज हेंच उन्मंडल

असल्यामुळे सूर्य उन्मंडलावर येणें व त्याचा उदय होणें या दोन्हीं गोष्टी एकच असतात; व म्हणून वर दिलेल्या साधनांनीं तेथें निर्वाह होण्यासारखा असतो, परंतु साक्ष देशांत उन्मंडल व क्षितिज यांमध्ये खगोलाचा कांहीं भाग असतो. तो काढण्याकरितां भगोलीय स्थितीवरून खगोलीय स्थिति काढण्याचीं साधनें माहित करून घेतलीं पाहिजेत.

भोगशर व विषुवांशक्रांति हे भगोलीय प्रकार आणि अक्षांश, दिगंश, उन्नतांश, नतांश, उन्नतकालांश, नतकालांश, हे खगोलीय प्रकार यांपैकीं कांहीं राशि दिले असतां इतर राशि काढणें यास भारतीय ज्योतिषग्रंथांतील त्रिपश्चाधिकारांत फार महत्त्व आहे. या साधनप्रकारांपैकीं कांहीं खालीं देतो. प्रथम, ग्रहाचे समवृत्तीय नतांश व त्याच्या स्थानापासून समवृत्तावर पडणारा लंब यांपासून त्याचे नतकालांश कसे काढितात तें पाहूं. भारतीय ज्योतिषांत याचें प्रयोजन बहुधा समवृत्तीय नतांश ९० असतांना म्हणजे ग्रह क्षितिजां असतांनाच पडतें; म्हणून येथें तेवढ्यापुरताच विचार केला आहे. क्षितिजस्थ ग्रहापासून समवृत्तावर पडणाऱ्या लंबास अग्रा म्हणतात.

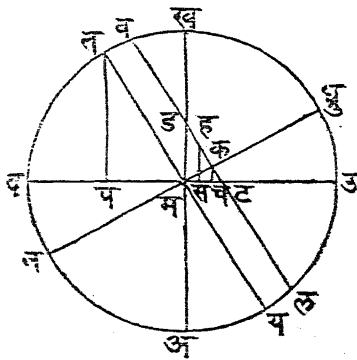
हा विचार करितांना द्वादशांगुल शंकु व त्यापासून होणारीं क्षेत्रें फार महत्त्वाचीं आहेत. एक द्वादशांगुलप्रमाणाचा शंकु घेऊन तो सूर्यप्रकाशांत समभूमीवर उभा केला असतां सूर्य ज्या बाजूस असेल तिच्या उलट दिशेस व सूर्याच्या नतांशांच्या न्यूनाधिक्याच्या मानानें कमी अधिक दीर्घ अशी त्या शंकूची सांवली पडते. सूर्याचें दैनिक भ्रमण विषुववृत्ताशीं समांतर असणाऱ्या अक्षोरात्रवृत्तांत होत असल्यामुळे आणि विषुववृत्त व क्षितिजवृत्त हीं एकमेकांस समवृत्ताच्या पूर्व व पश्चिम बिंदूंमध्ये छेदीत

असल्यामुळे, तो शंकु क्षितिजाशीं समांतर अशा कोणत्याही लघु वर्तुलाच्या मध्यभागी ठेविल्यास त्या शंकूच्या छायेचें अग्र मध्या-
ह्वापूर्वी व नंतर त्या वर्तुलाच्या परिघास ज्या दोन बिंदूंत स्पर्श
करील, ते दोन बिंदु जोडणारी रेषा पूर्वपश्चिमरेषा होते. मात्र हें
दिक्साधन कारितांना सूर्याच्या उभयकालिक अग्रामध्ये पडणारे
अंतर काढून व त्यास लघु गोलावर आणून पूर्व बिंदूस चालून
दिलें पाहिजे; म्हणजे प्रथम उभयकालिक क्रांति आणून त्यांमधील

अंतरास $\frac{\text{त्रिज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}}$ नें गुणून जें अग्रांतर येतें, त्यास $\frac{\text{छायाकर्ण}}{\text{त्रिज्या}}$

नें गुणिलें पाहिजे; (याचें कारण दिगंशसाधनप्रसंगीं येईल.) व
अंगुलात्मक गुणनफलाइतकें पूर्वबिंदूस उत्तरायणांत उत्तरेस व दक्षि-
णायनांत दक्षिणेस चाळविलें पाहिजे, म्हणजे सूक्ष्म पूर्वबिंदु येतो.
(छायाकर्णादि शास्त्रीय शब्दांच्या व्याख्या लवकरच देण्यांत येतील.)
असो. सूर्य, शंकूचें वरील अग्र व शंकुच्छायेचें सूर्यापासून अत्यंत दूर
असलेलें अग्र हीं जोडणारी रेषा व शंकु यांमध्ये जो कोण असतो
तो नतांशापेक्षां म्हणजे मध्यापासून सूर्यापर्यंत व खरखस्तिकाप-
र्यंत काढिलेल्या रेषांमधील कोणापेक्षां जरी किंचित् मोठा असतो
तरी सूर्याचें पृथ्वीपासूनचें अंतर भूगोलाच्या त्रिज्येपेक्षां फारच
मोठें असल्यामुळे त्या दोन कोणांमधील अंतर हिशेबांत धरण्या-
सारखें नसतें; व म्हणून शंकूच्या वरील अग्राजवळील कोण
सूर्याच्या नतांशांबरोबर आहे असें मानण्यास फारशी हरकत
नसते. त्या कोणाच्या समोरील छाया ही त्याचा भुज व शंकु
त्याचा कोटि होय; व या नतांशक्षेत्रांतील उरलेली बाजू कर्ण होय;

यास छायाकर्ण म्हणतात. या क्षेत्रांत विशेष असा असतो कीं, यांतील कोटि स्थिर असून भुज व कर्ण चल असतात. या क्षेत्रा-शिवाय दुसऱ्या एका क्षेत्राची माहिती यासंबंधानें आवश्यक असते. तें क्षेत्र अक्षक्षेत्र होय. अक्षक्षेत्र म्हणजे ज्यांतील एक कोण अक्षांश-तुल्य आहे असा काटकोन त्रिकोण. यांतील कर्णरेषेत अक्षकर्ण म्हणतात. सूर्य क्षितिजाच्या वर असतां आपण पूर्वदिक्कडून खगोलाकडे पाहिल्यास त्यांतील वृत्ते आपणास सरल रेषांप्रमाणें दिसून त्या सरल रेषांची आपणांस अनेक अक्षक्षेत्रें बनवितां येतात. तीं अर्शाः—



उ ख द अः—याम्योत्तरवृत्त. द म उः—क्षितिजाचा व्यास.
धु, नः—उत्तर व दक्षिण ध्रुव. त यः—विषुववृत्ताचा व्यास. व लः—
अहोरात्रवृत्ताचा व्यास. धु म नः—उन्मंडलाची पातळी.

म टः—अग्रा (म्हणजे उदयकालिक सूर्याची दिगंशज्या).

क चः—उन्मंडलशंकु म्हणजे उन्मंडलस्थ सूर्यापासून क्षिति-
जाच्या पातळीवर काढिलेला लंब.

अक्षक्षेत्रे.

अंक्रम.	आकृतीम- धील वर्ण	भुज.	कोटि.	कर्ण.
१	मतप	पमः—त्रिज्याकर्णीय अक्षज्या.	तपः—त्रिज्याकर्णीय अक्षकोटिज्या.	तमः—त्रिज्या.
२	मकट	कटः—कुज्या किंवा क्षितिज्या.	मकः—क्रांतिज्या.	मटः—अग्रा.
३	मडट	मटः—अग्रा.	मडः—समशंकु.	टडः—तद्धृति.
४	मडक	मकः—क्रांतिज्या.	कडः—(तद्धृति-कुज्या)	डमः—समशंकु.
५	मकच	कचः—उन्मंडलशंकु.	मचः—अग्रादिखंड.	मकः—क्रांतिज्या.
६	चकट	चटः—अग्राप्रखंड.	कचः—उन्मंडलशंकु.	कटः—कुज्या.
७	हसट	सटः—शंकुतल.	हसः—शंकु.	हटः—तद्धृति.

यांशिवाय ज्या दिवशी दिवसरात्र सारखी असतात, अर्थात् सूर्य विषुववृत्तावर असतो, त्या दिवशी सूर्य याम्योत्तरवृत्तावर आला असतां व त्यामुळे नतांश अक्षांशतुल्य असतां द्वादशांगुल शंकूपासूनही एक अक्षक्षेत्र उत्पन्न होते. तेव्हां जी भुजरूप दक्षिणोत्तर शंकुच्छाया पडते तिला पलभा म्हणतात, व या अक्षक्षेत्राच्या कर्णास अक्षकर्ण म्हणतात.

सूर्य थेट पूर्वेस वर्षातून दोन दिवस काय तो उगवतो; इतर दिवशी तो पूर्व बिंदूच्या उत्तरेस किंवा दक्षिणेस उगवत असतो. त्याचें क्षितिजावरील उदयस्थान व पूर्वबिंदू यांच्या अंतरांशांच्या भुजज्येस अग्रा म्हणतात हें वर आलेच आहे. तो उन्मंडलावर येतो तेव्हां त्याच्या स्थानापासून क्षितिजाच्या पातळीवर लंब काढिला

असतां त्या लंबास उन्मंडलशंकु, व तो शंकु व उदयकालिक स्थान
 यांमधील अप्राखंडास अग्रप्रखंड म्हणतात; व अग्रेच्या अवशिष्ट
 भागास अप्रादिखंड म्हणतात सूर्य ज्या वर्तुलांत दैनिक प्रदक्षिणा
 करितो त्यास अहोरात्रवृत्त म्हणतात हे मागे आलेच आहे. त्या
 वृत्ताचे व विषुववृत्ताचे उन्मंडलामुळे दोन देन तुल्य विभाग होतात.
 उदयापासून उन्मंडलापर्यंत पोहोचें तोंवर सूर्यास अहोरात्रवृत्ताचे
 जे अंश आक्रमावे लागतात, त्यांच्या त्या वृत्तावरील अर्थात्
 शुज्याकर्णाय भुजज्येस कुज्या (कु म्हणजे पृथ्वी) किंवा क्षितिज्या
 म्हणतात; व अहोरात्रवृत्ताच्या व्यासार्धापेक्षां म्हणजे शुज्येपेक्षां
 त्रिज्या ज्या मानानें मोठी त्या मानानें कुज्येस रूप दिलें असतां
 तिलाच चरज्या म्हणतात; व चरज्येच्या चापास चरांश म्हणतात.

सूर्य उन्मंडल सोडून वर गेल्यावर व समवृत्तास पोहोचण्यापूर्वी
 त्याचें एखादें स्थान घेऊन त्याजपासून क्षितिजाच्या पातळीवर
 लंब काढिल्यास त्या शंकूच्या व उदयस्थानाच्या मधील सरल रेषा-
 त्मक अंतरास (ही रेषा वाढविली असतां समवृत्ताच्या पातळीस लंब-
 रूप असते.) शंकुतल म्हणतात; व अग्रेच्या अवशिष्ट भागस
 भुज किंवा वाहु म्हणतात (सूर्य दक्षिणगोलस्थ असल्यास अग्रा
 व शंकुतल यांच्या योगानें भुज तयार होतो.) सूर्य समवृत्ती
 येतांच तत्स्थानापासून क्षितिजाच्या पातळीवर लंब काढिला असतां
 त्या लंबास समशंकु म्हणतात.

इष्ट कालीं सूर्यानें अहोरात्रवृत्ताचे जितके अंश उदयापासून
 आक्रमिले असतील, त्यांच्या शुज्याकर्णाय भुजज्येस इष्ट हति
 म्हणतात; व तिला त्रिज्याकर्णाय रूप दिलें असतां इष्टांत्या म्हणतात.
 इष्ट हतीचा उन्मंडलाखालील भाग कुज्या असतो, व वरील भागास
 कला म्हणतात. इष्टांत्येचा उन्मंडलाखालील भाग म्हणजे चरज्याच,
 व वरील भागास सूत्र म्हणतात. (येथें सूर्य विषुववृत्ताच्या
 उत्तरेस आहे असें कल्पिलें आहे.)

कला ही भूपृष्ठाशीं अक्षकोट्यंशानीं कललेली असते, तिच्या वरच्या अत्रापासून भूपृष्ठावर लंब काढून त्यांतून उन्मंडल-शंकु वजा केला असतां अवशेषास इष्ट यष्टि म्हणतात.

चरसाधन.

वर दिलेलीं क्षेत्रें समकौण असल्यामुळें त्यांचे भुजकोटिकर्ण परस्परांशीं प्रमाणांत असतात.

म्हणून द्वादशांगुल शंकुचें अक्षक्षेत्र व वरील आकृतीतील म ट क हें क्षेत्र यांत खालीं दिलेला संबंध असतो:—

१२ : पलभा :: क्रांतिज्या : क्षितिज्या

$$\therefore \text{क्षितिज्या} = \frac{\text{पलभा} \times \text{क्रांतिज्या}}{१२}$$

परंतु आपणांस सूर्यास उन्मंडल व क्षितिज यांच्यामधील भाग आक्रमण्यास किती वेळ लागतो हें काढावयाचें असल्यामुळें व त्याकरितां विषुववृत्तावरील अंशांचें प्रयोजन असल्यामुळें क्षितिज्येस चरज्येचें रूप दिलें पाहिजे. कारण ध्रुवापाशीं जे कालांश असतात ते अहोरात्रवृत्तावर चापरूपानें प्रत्ययास येत नसून विषुववृत्तावर येतात. म्हणून—

द्युज्या : क्षितिज्या :: त्रिज्या : चरज्या. परंतु—

$$\text{द्युज्या} = \sqrt{\text{त्रिज्या}^२ - \text{क्रांतिज्या}^२}$$

$$\therefore \text{चरज्या} = \frac{\text{पलभा} \times \text{क्रांतिज्या}}{१२} \times \frac{\text{त्रिज्या}}{\sqrt{\text{त्रिज्या}^२ - \text{क्रांतिज्या}^२}}$$

ही सारणी व पाश्चात्य त्रिज्याछेदीय पद्धतीची (चरज्या = अक्षांशस्पर्शरेषा × क्रांतिस्पर्शरेषा) ही सारणी या दोन्ही

एकच आहेत. कारण भारतीय सारणीच्या दोन्ही पक्षांस त्रिज्येने भागिलें असत. खालील समीकरण येतें:—

$$\frac{\text{चरज्या}}{\text{त्रिज्या}} = \frac{\text{पलभा}}{१२} \times \frac{\text{क्रांतिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

∴ चरज्या = अक्षांशस्पर्शरेषा × क्रांतिस्पर्शरेषा

वर चरज्येचें जें साधन दिलें आहे त्यांत अग्नेचा उपयोग न करितां अक्षज्या व क्रांतिज्या यांचाच केला आहे. यापूर्वी सशर ग्रहांच्या भगोलीय स्थितीची जी आकृति दिली आहे, तिच्यांत अ म ड हें विषुववृत्ताचें व अ क य हें समवृत्ताचें खंड आहे अशी कल्पना केल्यास व ग्रह छ येथें नसून त्यावरून अ क य या रेषेवर पडणारा लंब अ या पूर्व विंदूवर नेमका पडेल अशा प या क्रांतिवृत्तीय स्थानीं आहे अशी कल्पना केल्यास अ प ही अग्रा, प च ही क्रांति व अ प च हें अक्षवलन (अक्षवलन म्हणजे क्रांतिवृत्तीय स्थानावरून ध्रुव व समविंदु यांवर जाणाऱ्या चापामधील कोण.) होऊन त्या अक्षवलनावरून अ च हे भुजरूप चरांश काढितां येतील. हें साधन अर्थात् अग्नेच्या साहाय्यानें झालें.

क्षितिजस्थ रवीचे नतकालांश.

याप्रमाणें क्षितिजस्थ सूर्याच्या समवृत्तीय स्थितीपासून उन्मंडलाखालील नतांश आणून त्याचा ९० अंशांस संस्कार दिला म्हणजे त्याचे नतकालांश येतात. चरज्येचा चाप काढून त्याच्या अंशांस ६ नें भागिलें असतां, सूर्य क्षितिजापासून उन्मंडलीं येईपर्यंतचा घटिकात्मक काल समजतो. साक्ष देशांत निरक्ष देशापेक्षां उन्मंडल वर आल्यामुळें किंवा क्षितिज खालीं गेल्यामुळें त्या दोन स्थानींच्या उदयांमध्ये याप्रमाणें अंतर पडतें.

वरील सारणीप्रमाणें गणित केल्यास असें दिसून येतें कीं, ज्या

स्थलीं एकांगुल पलभा आहे तेथें सायन सूर्याचा (किंवा क्रांतिवृत्तस्थ इतर ज्योतीचा) भोग एक राशि असल्यास १० पळें, दोन राशि असल्यास १८ पळें व तीन राशि असल्यास २१ पळें, १० विपळें कालात्मक चर असतें. या तीन संख्यांतील उत्तरोत्तर संख्यांमधून पूर्वपूर्व संख्या वजा केल्यास १०, ८, ३ $\frac{१}{३}$, या संख्या (चरखंड-संज्ञक) शेष राहतात. याचा अर्थ इतकाच कीं, जेथें एक अंगुल पलभा आहे तेथें सायन भोग एक राशि असल्यास ज्योतीचा उदय त्याच रेखांशांवरील निरक्षस्थानापेक्षां १० पळें लवकर होतो, दोन राशि असल्यास त्या पळांत ८ पळें मिळून सूर्योदय एकंदरीत १८ पळें लवकर होतो, व तीन राशि असल्यास २१ $\frac{१}{३}$ पळें लवकर होतो. पलभा एकांगुलापेक्षां अधिक असल्यास वरील तीन संख्यांस पलभेच्या अंगुलसंख्येनें गुणावें, म्हणजे इष्टस्थानींचीं सुमाराचीं चरखंडें तयार होतात. क्षितिजाशीं नक्षत्र किंवा ग्रह असेल त्याप्रमाणें हीं खंडें नाक्षत्र किंवा सावन असतात.

उत्तर अक्षांशांच्या स्थलीं सूर्य उत्तर गोळीं असतां कालात्मक चर १५ घटिकांत मिळवावें, व तो दक्षिण गोळीं असतां तें त्यांत वजा करावें, म्हणजे दिनार्धमान येतें. त्याच्या दुप्पट अर्थात् दिनमान; व ते ६० घटिकांतून वजा केलें असतां रात्रिमान रहातें. दक्षिण अक्षांशांच्या स्थलीं उन्मंडल क्षितिजाच्या खालीं असतें; व त्यामुळें सूर्य प्रथम उन्मंडलास लागून नंतर क्षितिजास लागतो; म्हणून सूर्य उत्तर गोळीं असतां चर ऋण असतें; व तो दक्षिण गोळीं असतां तें धन असतें.

वर जे राशींचे निरक्षदेशीय लंकोदय दिले आहेत त्यांत साक्ष देशांत फरक कां पडतो हें आतां चांगलें कळून येईल. निरक्ष-देशांत सायन मेषारंभ क्षितिजाच्या वर आल्यानंतर सायन मेष-राशीच्या लंकोदयाइतक्या अवकाशांनें सायन मेषांत क्षितिजावर येतो; परंतु उत्तराक्षांशीय स्थानीं सायन मेषारंभाचा उदय मात्र

निरक्ष देशांतल्याप्रमाणेंच होऊन सायन मेषांत निरक्षदेशापेक्षां चरकालाइतक्या अवकाशानें लवकर दिसतो; म्हणजे संबंध सायन मेषराशीचा उदय (लंकोदय-चर) इतक्या वेळांत होतो. सायन वृषभ व मिथुन याही राशींच्या आरंभापेक्षां अंतांची क्रांति अधिक असल्यामुळें त्यांचे आरंभ चरबलानें त्यांच्या निरक्षोदयकालाच्या जितके मार्ग ओढिले जातात, त्यापेक्षां त्यांचे अंत अधिक ओढिले जातात. म्हणून चर त्या राशींच्या निरक्षोदयांस मेषाप्रमाणेंच ऋण असतें. परंतु सायन कर्क, सिंह व कन्या या राशींच्या आरंभापेक्षां अंतांची क्रांति कमी असल्यामुळें, व आरंभापेक्षां अंत कमी मार्गें हटत असल्यामुळें चर त्या राशींच्या निरक्षोदयांस धन असतें. त्यांच्या पुढील तीन राशींच्या आरंभापेक्षां अंतांची क्रांति जरी अधिक असते तरी त्या राशी उन्मंडलास क्षितिजाच्या पूर्वीं लागत असल्यामुळें चर धन असतें. शेवटच्या राशित्रयाच्या निरक्षोदयांस तें ऋण असतें, हें स्पष्ट करून दाखविण्याची जरूर नाही. याप्रमाणें मकरादि षट्कांत चराचें चिन्ह ऋण असतें, व कर्क्यादि षट्कांत तें धन असतें. इष्ट स्थान निरक्षदेशाच्या दक्षिणेस असल्यास हा कालात्मक चरसंस्कार विपरीत चिन्हांचा असतो.

वर लिहिल्याप्रमाणें जें कालांशात्मक चर तयार होतें, तें क्षितिजस्थ सूर्याचें स्थान व उन्मंडल यांमधील कालांशात्मक अंतर होय. यास स्वदेशोदयाच्या साह्यानें क्रांतिवृत्तीय रूप दिलें, म्हणजे क्षेत्रांशात्मक अंतर येतें.

सूर्याच्या भोगापासून विषुवांश काढावयाच्या रीतीपेक्षां इतर ग्रहांच्या भोगापासून विषुवांश काढण्याची रीत ज्याप्रमाणें निराळी आहे, त्याप्रमाणें क्षितिजस्थ सूर्याच्या समवृत्तीय स्थितीवरून चर काढण्याच्या रीतीपेक्षां इतर क्षितिजस्थ ग्रहांच्या समवृत्तीय स्थितीवरून त्यांचीं चरें काढण्याची रीत निराळी आहे. त्यांस शर अस-

ल्यामुळे त्यांचीं चरें काढण्याकरितां त्यांच्या शरांच्या कमी अधिक प्रमाणाच्या मानानें त्यांच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या चरास एक निराळाच संस्कार करावा लागतो. यास आक्षद्वर्कसंस्कार म्हणतात. क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या विषुवांशांस कालांशात्मक आयन द्दकर्माचा संस्कार दिला म्हणजे ज्याप्रमाणें सशर ग्रहांचे विषुवांश निघतात, त्याप्रमाणें क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या चरास कालांशात्मक आक्ष द्दकर्माचा संस्कार केला म्हणजे सशर ग्रहाचें चर निघतें. ग्रहाच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या विषुवांशचरांस त्या ग्रहाचीं मध्यम, व संस्कार देऊन येणाऱ्या विषुवांशचरांस त्या ग्रहाचीं स्पष्ट विषुवांश-चरें म्हणण्यास हरकत नाहीं.

विवक्षित क्रांतिवृत्तीय स्थान संपातानंतर किती वेळानें उदयास येतें हें निरक्ष देशांत उदयांतर संस्काराच्या साह्यानें व साक्ष देशांत उदयांतर व चर या दोन संस्कारांच्या साह्यानें काढितां येतें. सशर ग्रहाचा उदय संपातोदयानंतर किती वेळानें होतो हें निरक्ष देशांत काढण्यास उदयांतर व आयन द्दकर्म हीं आवश्यक असतात, व साक्ष देशांत काढावयाचें ज्ञाल्यास उदयांतर, आयन द्दकर्म, चर व आक्ष द्दकर्म हीं सर्व ज्ञात असावीं लागतात.

ग्रहाच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानास क्षेत्रांशात्मक आयन द्दकर्माचा संस्कार दिला म्हणजे ज्याचे विषुवांश ग्रहाइतकेच आहेत असें क्रांतिवृत्तीय स्थान येतें; व या रीतीनें आलेल्या स्थानास क्षेत्रांशात्मक आक्ष द्दकर्माचा संस्कार दिला म्हणजे ज्याचे उदयकालिक समवृत्तीय नतांश ग्रहाइतकेच आहेत असें क्रांतिवृत्तीय स्थान येतें. ज्या अर्थीं ग्रहाचा व त्याच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानाचा उदय यांमधील निरक्ष देशांतील अंतर त्याच्या आयन द्दकर्माइतकें व साक्ष देशांतील अंतर आयन व आक्ष द्दकर्माच्या बेरजेइतकें असतें, त्या अर्थीं ग्रहोदयकालीं निरक्ष देशांत त्या ग्रहाच्या

कृतायनदृक्कर्मक क्रांतिवृत्तीय स्थानाचा व साक्ष देशांत आयन व आक्ष दृक्कर्म दिलेल्या क्रांतिवृत्तीय स्थानाचा उदय होतो.

आक्ष दृक्कर्माचें मान अक्षवलन व स्फुट शर यांवर अवलंबून असतें. अक्षवलन म्हणजे क्रांतिवृत्तीय स्थानापासून ध्रुव व समबिंदु यांजवर जाणाऱ्या चापामधील कोण, हें पूर्वी सांगितलेंच आहे. क्रांतिवृत्तीय स्थान जेव्हां इष्ट स्थलाच्या याम्योत्तरवृत्तीं असते तेव्हां अर्थात् अक्षवलन शून्य असतें; व तें स्थान क्षितिजवृत्तीं असतां त्याचें मान महत्तम असतें. ग्रहाच्या उदयाचा विचार कर्तव्य असतां अर्थात् या महत्तम मानाचीच जरूर लागते, व आक्ष दृक्कर्म या महत्तम मानापासूनच उत्पन्न होतें. अक्षवलनाचें साधन येणेंप्रमाणें आहे:--

समबिंदूभोंवतीं अक्षांशांशतक्या अंतरावर व अक्षज्येइतक्या व्यासार्धाचें एक वर्तुल काढावें. या वर्तुलाचें नांव अक्षवलय. या वर्तुलाच्या वरच्या भागास ध्रुव असलेला दिसून येईल. नंतर क्रांतिवृत्तीय स्थानामधून जाणारें समसूत्र (समसूत्र म्हणजे समबिंदूतून जाणाऱ्या त्रिज्यावृत्ताचा चाप.) अक्षवलयास ज्या बिंदूत छेदितें, त्याचें ध्रुवापासून जें अंशात्मक अंतर अक्षवलयावर दिसून येतें त्याची भुजज्या काढावी. त्याचप्रमाणें तें समसूत्र समवृत्तास ज्या बिंदूत छेदितें, त्याचें व खस्वस्तिकाचें जें अंशात्मक अंतर समवृत्तावर दिसून येतें त्याचीही भुजज्या काढावी. या दोन ज्या अंशांच्या भुजज्या आहेत ते अक्षवलय व समवृत्त यांजवरील नतांश हे उपरिनिर्दिष्ट समसूत्र व याम्योत्तरवृत्त यांच्या पातळ्यांच्या सांध्यांत असून परस्परतुल्य असल्यामुळें त्या भुजज्यांचें एकमेकींशीं प्रमाण उभयवृत्तांच्या व्यासार्धांच्या परस्परप्रमाणाशीं तुल्य असतें. असो. आतां क्रांतिवृत्तीय स्थान व खस्वस्तिकापासून त्या स्थानाच्या बाह्यइतक्या (बाहु किंवा भुज म्हणजे त्या

स्थानापासून समवृत्ताच्या पातळीवर काढलेला लंब हें पू आलेच आहे.) अंतरावर व त्याच बाजूस असलेला याम्योत्तरवृत्तांतील बिंदु, यामधून जाणारें व क्षितिजाच्या पातळीशीं ९० अंशांचा कोण साधणारें असें वर्तुळ, अर्थात् $\sqrt{\text{त्रिज्या}^2 - \text{बाहु}^2}$ इतक्या व्यासार्धाचें काढावें. या वृत्ताचें नांव उपवृत्त. हें वृत्त समवृत्ताशीं समांतर असतें. क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या या वृत्तावरील नतांशांच्या भुजज्येचें पूर्वोक्त भुजज्यांशीं प्रमाण, उपवृत्तव्यासार्धाचें पूर्वोक्त व्यासार्धाशीं जें प्रमाण असतें तत्तुल्य असतें; कारण हे नतांशही पूर्वोक्त नतांशांशीं तुल्य असतात.

क्रांतिवृत्तीय स्थान ज्या अहोरात्रवृत्तावर असतें त्याचे व उपवृत्ताचे जे दोन पूर्व पश्चिम छेदनबिंदु, त्यांस सांधणाऱ्या रेषेचें अर्ध केलें तर तें उपवृत्तावरील नतांशांच्या उपवृत्तव्यासार्धकर्णीय भुजज्येबरोबर होईल. त्याचप्रमाणें तें अर्ध अहोरात्रवृत्तावरील नतांशांच्या द्युज्याकर्णीय भुजज्येबरोबरही असेल. आतां—
त्रिज्या : नतकालांशज्या :: द्युज्या : द्युज्याकर्णीय अहोरात्रवृत्तस्थ-
नतांशज्या (किंवा उपवृत्तव्यासार्धकर्णीय उपवृत्तस्थनतांशज्या)
उपवृत्तव्यासार्ध : तत्स्थनतांशज्या :: अक्षवलयव्यासार्ध : तत्स्थ-
नतांशज्या.

या दोन अनुपातांपासून अक्षवलयस्थनतांशज्या येते.

आतां क्रांतिवृत्तीय स्थानावरून जाणाऱ्या समसूत्राच्या व ध्रुवसूत्राच्या (येथें ध्रुवांमधून जाणाऱ्या त्रिज्यावृत्तीय चापास ध्रुवसूत्र म्हटलें आहे.) पातळ्यांच्या सांध्यांत असणाऱ्या दोन अक्षवलनक्षेत्रांच्या अनुक्रमें अक्षवलयस्थनतांशज्या व क्रांति-
कोटिज्या आणि अक्षवलनज्या व त्रिज्या या बाजू परस्परांशीं समांतर असून प्रमाणांत आहेत. म्हणून—

$$\text{अक्षवलनज्या} = \frac{\text{अक्षवल्यस्थनतांशज्या} \times \text{त्रिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

याप्रमाणें अक्षवलनज्या निघाल्यावर तिजपासून अक्षवलन क्राडितां येतें.

ग्रहाचें क्रांतिवृत्तीय स्थान उदय पावत असतें, तेव्हां त्याचें अक्षवलन महत्तम असतें. कारण त्या वेळीं अक्षवल्यस्थ नतांश ९० असून त्यांची तद्व्यासार्धकर्णार्थ भुजज्या अक्षज्यातुल्य असते.

वर दिलेल्या समीकरणांत बाव्हादि राशींच्या किंमती घातल्यास अक्षवलनाची अक्षक्रांतिनतकालांशात्मक सारणी येते. (येथें सूर्य समवृत्ताच्या उत्तरेस आहे असें कल्पिलें आहे.) ती अशी:—
बाहु=अग्रा-शंकुतल. परंतु एका पक्षीं म त प, व दुसऱ्या पक्षीं म ट क आणि ह स ट या अक्षवलनक्षेत्रांतील बाजू परस्परांशीं प्रमाणांत असल्यामुळें—

$$\text{अग्रा} = \frac{\text{क्रांतिज्या} \times \text{त्रिज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}}$$

$$\text{व शंकुतल} = \frac{\text{शंकु} \times \text{अक्षज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}} = \frac{\text{नतांशकोटिज्या} \times \text{अक्षज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}}$$

$$\therefore \text{बाहु} = \frac{\text{क्रांतिज्या} \times \text{त्रिज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}} = \frac{\text{नतांशकोटिज्या} \times \text{अक्षज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}}$$

आतां—

$$\text{अक्षवलनज्या} = \frac{\text{त्रिज्या} \times \text{अक्षवल्यन्यासार्धकर्णार्थ तत्स्थनतांशज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

परंतु—

$$\text{अक्षवल्यस्थनतांशज्या} = \frac{\text{उपवृत्तस्थनतांशज्या} \times \text{अक्षज्या}}{\sqrt{\text{त्रिज्या}^2 - \text{बाहु}^2}}$$

व--

$$\text{उपवृत्तस्थनतांशज्या} = \text{नतकालांशज्या} \times \frac{\text{क्रांतिकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

(कारण क्रांतिकोटिज्या = द्युज्या.)

$$\therefore \text{अक्षवलनज्या} = \frac{\text{त्रिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}} \times \frac{\text{अक्षज्या} \times \text{नतकालांशज्या} \times \frac{\text{क्रांतिकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}}{\sqrt{\left\{ \begin{array}{l} \text{क्रांतिकोटिज्या} \times \text{त्रिज्या} - \\ \text{नतांशकोटिज्या} \times \text{अक्षज्या} \end{array} \right\}^2}}$$

$$= \frac{\text{अक्षज्या} \times \text{नतकालांशज्या}}{\text{त्रिज्या} \sqrt{\left\{ \begin{array}{l} \text{क्रांतिकोटिज्या} \times \text{त्रिज्या} - \\ \text{नतांशकोटिज्या} \times \text{अक्षज्या} \end{array} \right\}^2}}$$

या सारणीस पाश्चात्य रूप दिल्यास—

$$\text{अक्षवलनज्या} = \frac{\text{अक्षज्या} \times \text{नतकालांशज्या}}{\sqrt{\left\{ \begin{array}{l} \text{क्रांतिकोटिज्या} - \text{नतांशकोटिज्या} \times \text{अक्षज्या} \end{array} \right\}^2}}$$

उजवेकडील राशीतील नतांशकोटिज्येबद्दल तिची अक्षांश, क्रांति व नतकालांश यांच्या रूपांतील किंमत घातली असतां—

$$\text{अक्षवलनज्या} = \frac{\text{अक्षज्या} \times \text{नतकालांशज्या}}{\sqrt{\left\{ \begin{array}{l} \text{क्रांतिकोटिज्या} - \text{अक्षज्या} (\text{नतकालांशकोटिज्या} \times \text{क्रांतिकोटिज्या} + \text{अक्षज्या} \times \text{क्रांतिकोटिज्या}) \end{array} \right\}^2}}$$

अक्षांश, क्रांतिकोटि, अक्षवलन व (१८०°-नतकालांश) यां बद्दल अनुक्रमे अ, व, आ, का हीं अक्षरे घातलीं असतां—

$$\text{भुजज्या अ.} = \frac{\text{भुजज्या अ} \times \text{भुजज्या का}}{\sqrt{\left\{ \frac{\text{कोटिज्या व} - \text{भुजज्या अ} (\text{भुजज्या अ कोटिज्या व})}{-\text{भुजज्या व कोटिज्या अ कोटिज्या का}} \right\}^2 - \text{कोटिज्या अ}^2}}$$

उजध्या वाजूच्या राशीच्या छेदांतील वर्गमूलविन्हाच्या आंतील राशि=

$$१ - \left\{ \frac{\text{कोटिज्या व} - \text{भुजज्या अ} (\text{भुजज्या अ कोटिज्या व} - \text{भुजज्या व कोटिज्या अ कोटिज्या का})}{\text{कोटिज्या अ}} \right\}^2$$

$$= १ - \left\{ \frac{\text{कोटिज्या व} (१ - \text{भुजज्या अ}^२) + \text{भुजज्या अ} \text{भुजज्या व कोटिज्या का}}{\text{कोटिज्या अ}} \right\}^2$$

$$= १ - (\text{कोटिज्या व कोटिज्या अ} + \text{भुजज्या अ} \text{भुजज्या व कोटिज्या का})^२$$

$$= १ - \text{कोटिज्या}^२ \text{ अ कोटिज्या}^२ \text{ व} - \text{भुजज्या}^२ \text{ अ भुजज्या}^२ \text{ व कोटिज्या}^२ \text{ का} - २ \text{ भुजज्या व कोटिज्या व भुजज्या अ कोटिज्या अ कोटिज्या का}.$$

(कोटिज्या^२ व भुजज्या^२ यांमदल अनुक्रमे १--भुजज्या^२ व व १-कोटिज्या^२ व घातले असतां)

$$= १ - \text{कोटिज्या}^२ \text{ अ} + \text{कोटिज्या}^२ \text{ अ भुजज्या}^२ \text{ व} - \text{भुजज्या}^२ \text{ अ कोटिज्या}^२ \text{ का} + \text{भुजज्या}^२ \text{ अ कोटिज्या}^२ \text{ व कोटिज्या}^२ \text{ का} - २$$

भुजज्या व कोटिज्या व भुजज्या अ कोटिज्या अ कोटिज्या का.
(यांपैकी पहिले दोन राशि मिळून भुजज्या^२ अ होत असल्यामुळे)

$$= \text{भुजज्या}^२ \text{ अ भुजज्या}^२ \text{ का} + \text{कोटिज्या}^२ \text{ अ भुजज्या}^२ \text{ व} + \text{भुजज्या}^२ \text{ अ कोटिज्या}^२ \text{ व कोटिज्या}^२ \text{ का} - २ \text{ भुजज्या व कोटिज्या व}$$

$$\text{भुजज्या अ कोटिज्या अ कोटिज्या का}.$$

$$= \text{भुजज्या}^२ \text{ अ भुजज्या}^२ \text{ का} + (\text{कोटिज्या अ भुजज्या व} -$$

$$\text{भुजज्या अ कोटिज्या व कोटिज्या का})^२$$

$$\therefore \text{भुजज्या आ} = \frac{\text{भुजज्या अ भुजज्या का}}{\sqrt{\text{भुजज्या}^2 \text{ अ भुजज्या}^2 \text{ का} + (\text{कोटिज्या अ भुजज्या ब-भुजज्या अ कोटिज्या कोटिज्या का})^2}}$$

व हीच किंमत पाश्चात्य गणिताप्रमाणें अक्षवलनज्येची येते.

वरील सारणीचे साधनांत नतांशकोटिज्येची जी किंमत घातली आहे तिचें साधन लवकरच देण्यांत येईल.

अक्षवलनज्येचें यापेक्षां सोपें पण जरा स्थूल असें एक साधन आहे. तें येणेंप्रमाणें:—

दिनार्धतुल्यस्वाहोरात्रनत : ९० अंश :: इष्टस्वाहोरात्रनत : सम-
मंडलनतांश.

त्रिज्या : सममंडलनतांश :: अक्षज्या : द्युज्याग्रस्थ (म्हणजे
अर्थात् अक्षवलयव्यासार्धकर्णीय तत्स्थ) नतांशज्या.

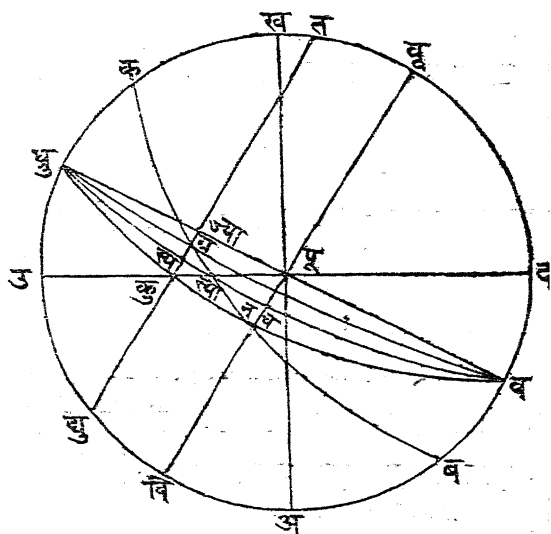
द्युज्या : द्युज्याग्रस्थअक्षवलयस्थनतांशज्या :: त्रिज्या : अक्षवलनज्या.
या तीन अनुपातांपासून स्थूल अक्षवलनज्या निघते. असो.

पूर्वीं आयन दृक्कर्माची जी आकृति दिली आहे तिच्यांत अ म ड यास विषुववृत्तखंड, अ क य यास समवृत्तखंड, अ यास पूर्वबिंदु, अ ल यास ग्रहाची व प ल यास त्याच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानाची अग्रा व स प यास स्फुट शर समजल्यास च द हें कालांशात्मक आक्ष दृक्कर्म होईल; व तें प ल त या अक्षवलनाच्या भुजस्थानीं असलेल्या

प त यास (अग्रांतर कर्णस्थानीं आहे.) $\frac{\text{त्रिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$ नें

गुणून साधितां येतें.

खालील आकृतीत अयनवलन व अक्षवलन यांपासून शात्मक आयन व आक्ष दृक्कर्म कशी काढतात हे एकान दिसून येईल. प्रथम आक्ष दृक्कर्म कसे काढितात ते सांग त्यांत व आयनदृक्कर्मसाधनांत जें अंतर आहे तें सांगतो; म्हणजे हा विषय विशेष स्पष्ट होईल.



ही आकृति आपण खगोलाकडे पश्चिमेकडून पाहिलें तो जसा दिसेल तशी आहे.

ख द अ उ:—याम्योत्तरवृत्त; उ पू द:—क्षितिज;

ख:—खस्वस्तिक; पू:—पूर्वबिंदु;

वि पू वृ:—विषुववृत्त; धु, व:—उत्तर व दक्षिण ध्रुव

क:—कदंब; ग्र:—ग्रह;

स्था:—ग्रहाचें क्रांतिवृत्तीय स्थान; ग्र स्था:—अस्फुट

स्प स्थाः—स्पष्ट शर; स्था नः—अस्फुट क्रांति;

स्प नः—स्पष्ट क्रांति.

आतां ज्याअर्थी सरलरेषीय त्रिकोणांतील कोणांच्या भुजज्या त्या कोणांसमोरील भुजांशी प्रमाणांत असतात त्याअर्थी—

भुजज्या स्प स्था : द्युज्याकर्णीय भुजज्या कु स्प : : अक्षवलन-
कोटिज्या : अक्षवलनज्या.

परंतु अक्षवलनकोटिज्या अक्षकोटिज्येशीं जवळ जवळ तुल्य आहे; व स्प स्था हा स्पष्ट शर आहे. म्हणून—

स्पष्टशरज्या : द्युज्याकर्णीय भुजज्या कु स्प : : अक्षकोटिज्या :
अक्षवलनज्या.

$$\therefore \text{द्युज्याकर्णीय भुजज्या कु स्प} = \frac{\text{स्पष्टशरज्या} \times \text{अक्षवलनज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}};$$

आतां भुजज्या ध्रु कु : द्युज्याकर्णीय भुजज्या कु स्प : : भुजज्या ध्रु च
: भुजज्या च न. परंतु भुजज्या ध्रु च म्हणजे त्रिज्या व भुजज्या ध्रु कु
म्हणजे द्युज्या आहे; म्हणून—

$$\text{भुजज्या च न} = \frac{\text{त्रिज्या} \times \text{भुजज्या कु स्प}}{\text{द्युज्या}}$$

$$= \frac{\text{त्रिज्या}}{\text{द्युज्या}} \times \frac{\text{स्पष्टशरज्या} \times \text{अक्षवलनज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}}$$

याप्रमाणें अक्षवलनावरून कु स्प हा कोण व त्यावरून च न हे कालांशात्मक दृक्कर्म निघते. त्यास ६ नें भागिलें असतां घाटिका-
त्मक आक्ष दृक्कर्म निघते. येंथें अक्षवलनकोटिज्येस अक्षकोटिज्या-
तुल्य मानिलें आहे. याचें कारण असें कीं हिंदुस्थानांत अक्षवलन
वरेंच अल्प असतें, व तें ग्रहाचें क्रांतिवृत्तीय स्थान क्षितिजस्थ
असतेवेळचें असल्यामुळें अक्षांशांशीं जवळ जवळ तुल्य असतें;

आणि अल्पप्रमाण व जवळजवळच्या कोणांच्या कोटिज्यांमध्ये फारच कमी अंतर असते. परंतु यामुळे आक्ष दृक्कर्म काहीसे स्थूल झाले आहे. सूक्ष्म दृक्कर्म काढण्याची रीत अशी:—

आपणांस च न हा कोण काढावयाचा आहे. चन=च पू-न पू. परंतु च पू=स्फुटक्रांत्युत्थचरांश व न पू=अस्फुटक्रांत्युत्थचरांश. म्हणून स्फुट व अस्फुट क्रांतीपासून चरे काढून ती एका दिशेची असल्यास त्यांची वजाबाकी व भिन्न दिशांची असल्यास त्यांची बेरीज करावी; म्हणजे सूक्ष्म आक्ष दृक्कर्म येते. पूर्वी दिलेल्या आयन दृक्कर्म व चर यांच्या आकृतीत ल हे ग्रहस्थान व प च ही अस्फुट क्रांति असून तिजपासून अ च हे चर उत्पन्न झाले आहे; व ल द ही स्फुट क्रांति असून तिजपासून अ द हे चर उत्पन्न झाले आहे. च द हे कालांशात्मक आक्ष दृक्कर्म आहे; व ते अर्थात् पूर्वोक्त दोन चरांच्या अंतराइतके आहे.

वरील आकृतीत प्र स्था स्प हे अयनवलन आहे, व त्याच्या कर्णस्थानी असलेल्या प्र स्था या अस्फुट शरापासून प्र स्प हे युज्यावृत्तीय आयन दृक्कर्म काढितात. स्प कु हे युज्यावृत्तीय आक्ष दृक्कर्म काढण्यास अक्षवलनकोटिस्थानी असलेल्या स्प स्था या स्फुट शराचा उपयोग करावा लागतो हे वर आलेच आहे.

ग्रहाचा शर दक्षिण असल्यास आक्ष दृक्कर्म धन व उत्तर असल्यास ते ऋण असते. परंतु हे ऋणधनत्व ग्रहांच्या उदयाविषयी झाले. अस्ताविषयी विचार कर्तव्य असल्यास आयन व आक्ष दृक्कर्मचे ऋणधनत्व उदयाच्या अगदी उलट असते. क्रांतिवृत्तीय स्थान उदय पावत असता ज्या अस्फुट किंवा स्फुट शराने ग्रह उचलिला किंवा नमविला जाऊन त्याचा उदय अनुक्रमे त्या स्थानापूर्वी किंवा नंतर घडविला जातो तोच शर त्या स्थानाच्या

अस्तकालीं पूर्ववत् ग्रहास उचलून किंवा नमवून त्याचा अस्त मात्र अनुक्रमें मागाहून किंवा पूर्वी घडवितो.

आक्ष दृक्कर्म कालांशात्मक असल्यास त्यास क्रांतिवृत्तोपयोगार्ह करणें किंवा तें क्रांतिवृत्तस्थ असतां त्याचे कालांश करणें स्वदेशोदय-खंडांपासून राशिखंडें व राशिखंडांपासून उदयखंडें साधण्यासारखेंच आहे. म्हणजे कालास्वात्मक दृक्कर्मास एका राशीच्या कलांनीं म्हणजे १८०० नें गुणून सायन ग्रह ज्या राशींत असेल तिच्या स्वदेशोदयासूनीं भागावें, म्हणजे कलात्मक क्रांतिवृत्तीय दृक्कर्म येतें; व कलात्मक क्रांतिवृत्तीय दृक्कर्मास सायनग्रहराशींच्या स्वदेशोदयासूनीं गुणून १८०० नें भागावें, म्हणजे कालासुरूप दृक्कर्म येतें; त्यापासून पळें घटिका काढितां येतात. आयन दृक्कर्माच्या क्षेत्रांशात्मक किंवा कालांशात्मक रूपापासून अनुक्रमें कालांशात्मक किंवा क्षेत्रांशात्मक रूप काढण्याकरितां स्वदेशोदयांचा उपयोग न करितां निरक्षोदयांचा करावा लागतो हें लक्षांत ठेवण्यासारखें आहे.

कृतायनदृक्कर्मक स्थानास सूर्य समजून त्याजपासून अस्वात्मक आक्ष दृक्कर्माच्या साब्दानें शर दक्षिण असल्यास स्वदेशीय लग्न व शर उत्तर असल्यास स्वदेशीय विलोम लग्न साधावें; म्हणजे दोन्ही दृक्कर्मसंस्कार दिल्याचें श्रेय येतें.

ग्रहावरोवर उदय पावणाऱ्या क्रांतिवृत्तीय स्थानास त्या ग्रहाचें उदयलग्न म्हणतात; व तो अस्तास जात असतां जें क्रांतिवृत्तीय स्थान उदय पावत असतें त्यास त्याचें अस्तलग्न म्हणतात. अस्तलग्न साधण्यास ग्रहाच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानांत ६ राशि मिळवून नंतर त्यास दृक्कर्मकलांचा (सहा राशींच्या अंतरानें शराची दिशा बदलत असल्यामुळें) विलोम (उलट) संस्कार करावा लागतो. इष्टकाळचा ग्रह पूर्वक्षितिजाशीं आहे अशी कल्पना करून व त्याच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानास अर्थात् आयन व आक्ष दृक्कर्मसंस्कार देऊन जें

उदयलग्न येतें त्यास प्राग्दृग्ग्रह म्हणतात; व इष्टकालिक ग्रहांत ६ राशि मिळवून व विलोम दृक्कर्मसंस्कार देऊन जें अस्तलग्न येतें त्यास पश्चिमदृग्ग्रह ही संज्ञा आहे. प्राग्दृग्ग्रह व पश्चिमदृग्ग्रह यांस दृग्ग्रह ही सामान्य संज्ञा आहे.

कालांशात्मक आयन व आक्ष दृक्कर्मापासून पळें काढून त्यांचा संस्कार ग्रहाच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या उदयकालास दिले म्हणजे ग्रहाचा उदयकाल येतो.

चर व आक्ष दृक्कर्म यांच्या कालांशात्मक रूपांची बेरीज वजाबाकी केली म्हणजे स्फुटक्रांत्युत्पन्न चर होतें; व हेंच सशर ग्रहाचें स्पष्ट चर होय. सशर ग्रहाच्या अहोरात्रवृत्ताचे जे अंश उन्मंडल व क्षितिज यांमध्ये असतात ते त्यावरून कळून येतात.

सूर्येतर क्षितिजस्थ ग्रहांचे नतकालांश.

औदायिक किंवा अस्तकालिक सूर्येतर ग्रहांचें स्फुटक्रांत्युत्पन्न कालांशात्मक चर ९० अंशांत (कारण याम्योत्तरवृत्त व उन्मंडल यांमधील कालांश ९० असतात.) मिळविलें (किंवा वजा केलें) म्हणजे त्या ग्रहांच्या उदयांचे किंवा अस्तांचे (म्हणजे समवृत्तीय नतांश ९० असतात तेव्हांचे) नतकालांश येतात.

समवृत्तीय नतांश ९० असले म्हणजे दृड्मंडलीय नतांशही ९० असतात. म्हणून तितके दृड्मंडलीय नतांश असतेवेळचे नतकालांश काढण्याचें निराळें साधन देण्याची जरूर नाही.

उन्नतनतांशसाधन.

सूर्याचे नतकालांश किंवा समवृत्तीय नतांश शून्य असतां, अर्थात् तो याम्योत्तरवृत्तीं असतां, त्याच्या दृड्मंडलीय नतांशांची व क्रांतीची समचिन्ह असल्यास वजाबाकी व नसल्यास बेरीज घेतली म्हणजे ती अक्षांशतुल्य होते हें उघड आहे. याच्या उलट मध्याह-

कालिक सूर्याच्या क्रांतीवरून व अक्षांशांवरून तत्कालिक नतांशही काढितां येतात.

आतां सूर्य क्षितिजवृत्तस्थ किंवा याम्योत्तरवृत्तस्थ नसतां त्याचे जे उन्नतकालांश असतात त्यांपासून उन्नतांशनतांशसाधन कसें करितात तें पाहूं.

उत्तराक्षांशीय स्थलीं सूर्य उत्तरगोलस्थ म्हणजे उत्तरक्रांतिक असतां उन्नतकालांतून चर वजा केलें व तो दक्षिणगोलस्थ असतां तें त्यांत मिळविलें म्हणजे जो काल येतो त्यापासून १० पळांस १ अंश या मानानें येणाऱ्या कालांशांच्या भुजज्येस सूत्र म्हणतात, त्या सूत्रास बुज्येनें गुणून त्रिज्येनें भागिलें असतां कला होते, व कलेस अक्षकोटिज्येनें गुणून त्रिज्येनें भागिलें असतां इष्टयष्टि होते हें यापूर्वीं सुचविण्यांत आलेंच आहे. तसेंच पूर्वीं जी अक्षक्षेत्रांची आकृति दिली आहे तिच्यांतील म च क व म त प या तुल्यकोण क्षेत्रांवरून दिसून येईल कीं क्रांतिज्येस अक्षज्येनें गुणून त्रिज्येनें भागिलें असतां उन्मंडलशंकु येतो.

सूर्याची क्रांति उत्तर असतां उन्मंडलशंकूनें युक्त व ती दक्षिण असतां त्या शंकूनें विरहित अशी इष्टयष्टि केली म्हणजे इष्टशंकु येतो; व इष्टशंकु म्हणजेच उन्नतांशज्या, उन्नतांश ९० अंशांतून वजा केले असतां नतांश येतात हें पूर्वीं आलेंच आहे. नतांश दृढमंडलावर असल्यामुळे त्यांच्या भुजज्येस दृग्ज्या म्हणतात.

इष्टशंकु द्वादशांगुल शंकूशीं समांतर असल्यामुळे त्याजपासून छाया व छायाकर्णही साधितां येतात:—

$$\frac{\text{इष्टशंकु}}{\text{दृग्ज्या}} = \frac{१२}{\text{छाया}}; \quad \frac{\sqrt{\text{इष्टशंकु}^2 + \text{दृग्ज्या}^2}}{\text{इष्टशंकु}} = \frac{\text{छायाकर्ण}}{१२}$$

आतां नतकालापासून नतोन्नतांशसाधन सांगतो.

इष्टकालिक नतकालांशांच्या उत्क्रमज्येस (उत्क्रमज्या म्हणजे त्रिज्या—कोटिज्या.) शर म्हणतात.

सूर्यक्रांति उत्तर असतां त्रिज्येत चरज्या मिळवावी व दक्षिण असतां तिजमधून ती वजा करावी, म्हणजे अंत्या येते. अंत्या म्हणजे मध्यान्हकालिक सूर्याच्या उन्नतकालांशांची भुजज्या.

अत्यंतून शर वजा केला म्हणजे इष्टांत्यका राहते. तिला द्युज्या-कर्णीय रूप दिलें असतां इष्टहति होते.

$$\text{इष्टशंकु} = \frac{\text{इष्टहति} \times \text{अक्षकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}} = \text{उन्नतांशज्या} \\ = \text{नतांशकोटिज्या.}$$

इष्टशंकूपामून छाया व छायाकर्ण हीं वरप्रमाणेंच साधावीत.

ही इष्टशंकूची सारणी पाश्चात्य सारणीहून भिन्न नाहीं. कारण-

$$\text{इष्टशंकु} = (\text{अंत्या-शर}) \times \frac{\text{क्रांतिकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}} \times \frac{\text{अक्षकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$\text{परंतु अंत्या} = \text{त्रिज्या} \pm \text{चरज्या, व चरज्या} = \frac{\text{पलभा}}{१२} \times$$

$$\frac{\text{क्रांतिज्या} \times \text{त्रिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

$$\therefore \text{इष्टशंकु} = \left\{ \text{त्रिज्या} \pm \frac{\text{पलभा}}{१२} \times \frac{\text{क्रांतिज्या} \times \text{त्रिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}} - (\text{त्रिज्या-नत-कालांशकोटिज्या}) \right\}$$

$$\times \frac{\text{क्रांतिकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}} \times \frac{\text{अक्षकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

वरील समीकरणाच्या दोन्ही बाजूस त्रिज्येने भागून ते पाश्चात्य पद्धतीने मांडिले असतां—

नतांशकोटिज्या = (नतकालांशकोटिज्या + अक्षस्पर्शरेषा × क्रांतिस्पर्शरेषा)

× क्रांतिकोटिज्या × अक्षकोटिज्या
= नतकालांशकोटिज्या × अक्षकोटिज्या × क्रांतिकोटिज्या + अक्षज्या × क्रांतिज्या.

हीच पाश्चात्य सारणी होय.

याप्रमाणे उन्नतनतकालांशांपासून उन्नतनतांशांचे व त्यांपासून छाया व छायाकर्ण यांचे साधन झाले. याच्या उलट प्रकार म्हणजे उत्तरोक्त राशींपासून पूर्वोक्त राशींचे साधन वरील रीतीच्या विपरीत रीतीने होते.

दिगंशसाधन.

आतां छायेवरून किंवा पर्यायाने सूर्याच्या नतांशांवरून दिगंश काढण्याची रीत देतो:—

प्रथम नतांश ९० असतां दिगंश किती येतील ते काढावयाचे; म्हणजे पर्यायाने अग्राच काढावयाची. (हे साधन यापूर्वी इतर प्रसंगी संक्षेपाने दिले आहे.)

अक्षवृत्तांच्या आकृतीतील म क ट हे क्षेत्र व लघुसंकूत अक्षक्षेत्र हीं समकोण असल्यामुळे त्यांच्या बाजू परस्परांशीं प्रमाणांत आहेत. म्हणून—

अग्रा : क्रांतिज्या : : अक्षकर्ण : ११ :: त्रिज्या : अक्षकोटिज्या

∴ अग्रा = $\frac{\text{त्रिज्या} \times \text{क्रांतिज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}}$

सूर्य क्षितिजाच्या वर आल्यानंतर त्यापासून भूपृष्ठावर एक लंब काढिला, तर त्या लंबरूप शंकूचे समवृत्ताच्या पातळीपासून जे

अंतर त्यास भुज म्हणतात (तें अंतर दिगंशांच्या समोर असल्यामुळे त्यास भुज ही संज्ञा आहे.), व अग्रेतून भुज वजा केला असतां शंकुतल राहतें हें वर सांगितलेंच आहे. आतां द्वादशांगुल शंकूस कोटि व त्या शंकूच्या छायेस भुज घरून जो छायाकर्ण येतो तो ज्याचा व्यासार्ध आहे असा द्वादशांगुल शंकूपासून दूर असलेल्या छायाप्राभोंवतीं एक लघु गोल काढावा. त्या गोलांत महागोलांतल्याप्रमाणेंच पण लघुप्रमाणावर अग्रा, शंकुतल व भुज हीं काढिलीं असतां असें आढळून येईल कीं, अक्षक्षेत्रांच्या आकृतीतील ह स ट हें क्षेत्र व लघु गोलांतील त्याशीं सदृश असणारें क्षेत्र हीं समकोण असून महाशंकु व लघुशंकु यांच्या उपरितन अग्राजवळील कोण अक्षांशतुल्य आहेत; व म्हणून लघु गोलांतील पलभा महागोलांतील शंकुतलाचे स्थानीं आहे. आतां—

त्रिज्या : अग्रा : : छायाकर्ण : लघुगोलस्थ अग्रा.

$$\therefore \text{लघुगोलस्थ अग्रा} = \frac{\text{महागोलस्थ अग्रा} \times \text{छायाकर्ण}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$\begin{aligned} \text{लघुगोलस्थ अग्रा} - \text{पलभा} &= \text{लघुगोलस्थ भुज} \\ &= \frac{\text{महागोलस्थ अग्रा} \times \text{छायाकर्ण}}{\text{त्रिज्या}} - \text{पलभा.} \end{aligned}$$

छाया : लघुगोलस्थ भुज : : त्रिज्या : दिगंशज्या

$$\therefore \text{दिगंशज्या} = \frac{\text{लघुगोलस्थ भुज} \times \text{त्रिज्या}}{\text{छाया}}$$

$$= \frac{\left\{ \frac{\text{महागोलस्थ अग्रा} \times \text{छायाकर्ण}}{\text{त्रिज्या}} - \text{पलभा} \right\} \times \text{त्रिज्या}}{\text{छाया}}$$

$$\text{परंतु अग्रा} = \frac{\text{त्रिज्या} \times \text{क्रांतिज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}}, \text{ छाया} = \frac{१२ \times \text{नतांशज्या}}{\text{उन्नतांशज्या}}$$

$$\text{छायाकर्ण} = \frac{१२ \times \text{त्रिज्या}}{\text{उन्नतांशज्या}} \text{ व पलभा} = \frac{१२ \times \text{अक्षज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}}$$

$$\therefore \text{दिगंशज्या} = \left\{ \frac{\text{त्रिज्या} \times \text{क्रांतिज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}} \times \frac{१२ \times \text{त्रिज्या}}{\text{उन्नतांशज्या}} \right. -$$

$$\left. \frac{१२ \times \text{अक्षज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}} \right\} \times \text{त्रिज्या} \div \frac{१२ \times \text{नतांशज्या}}{\text{उन्नतांशज्या}}$$

$$\frac{\text{त्रिज्या}^२ \times \text{क्रांतिज्या} - \text{त्रिज्या} \times \text{अक्षज्या} \times \text{उन्नतांशज्या}}{\text{नतांशज्या} \times \text{अक्षकोटिज्या}}$$

दोन्ही पक्षांस त्रिज्या^२ नें भागिलें असतां व उजवीकडील छेदस्थानीचा राशि डावीकडच्या अंशस्थानी नेला असतां—

$$\frac{\text{दिगंशज्या}}{\text{त्रिज्या}} \times \frac{\text{नतांशज्या}}{\text{त्रिज्या}} \times \frac{\text{अक्षकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}} = \frac{\text{क्रांतिज्या}}{\text{त्रिज्या}} - \frac{\text{अक्षज्या}}{\text{त्रिज्या}} \times \frac{\text{उन्नतांशज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

ही सारणी पाश्चात्य पद्धतीनें मांडून दिगंशज्येची किंमत काढिल्यास—

$$\text{दिगंशज्या} = \frac{\text{क्रांतिज्या} - \text{अक्षज्या} \times \text{उन्नतांशज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या} \times \text{नतांशज्या}}$$

हीच दिगंशज्येची पाश्चात्य सारणी होय.

दिगंशांवरून रविनतोन्नतांश.

आतां दिगंशांवरून छाया व सूर्याचे नतांश आणावयाचे; समजा कीं या=छायाकर्ण, त्रि=त्रिज्या, अ=महागोलस्थ अग्रा, प=पलभा व दि=दिगंशज्या अथवा दिग्ब्या.

(वरील विवेचनावरून)

$$\text{दि} = \frac{\text{या} \times \text{अ} - \text{प} \times \text{त्रि}}{\sqrt{\text{या}^2 - \text{१२}^2}}$$

$$\therefore \text{दि} = \frac{\text{अ} \times \text{या} + \text{प} \times \text{त्रि} - \text{२ या} \times \text{अ} \times \text{प} \times \text{त्रि}}{\text{या}^2 - \text{१२}^2}$$

$$\therefore \text{या} (\text{दि} - \text{अ}) + \text{२ या अ प त्रि} = \text{त्रि प} + \text{१२}^2 \times \text{दि}$$

$$\therefore \text{या} + \text{२ या} \times \frac{\text{अ प त्रि}}{\text{दि} - \text{अ}} = \frac{\text{त्रि प} + \text{१२}^2 \times \text{दि}}{\text{दि} - \text{अ}}$$

दोन्ही बाजूंस $\left(\frac{\text{अ प त्रि}}{\text{दि} - \text{अ}} \right)^2$ हा राशि मिळवून वर्गमूळ काढिलें

असतां—

$$\text{या} + \frac{\text{अ प त्रि}}{\text{दि} - \text{अ}} = \sqrt{\left\{ \frac{\text{त्रि प} + \text{१२}^2 \text{ दि}}{\text{दि} - \text{अ}} + \left(\frac{\text{अ प त्रि}}{\text{दि} - \text{अ}} \right)^2 \right\}}$$

या समकिरणावरून 'या' ची म्हणजे छायाकर्णाची किंमत येते; व तिजवरून छाया, नतांश, उन्नतांश हीं कळतात. हें समीकरण सिद्धांतशिरोमणीतून जसेंच्या तसेंच घेतलें आहे.

याप्रमाणें दिगंशांवरून छायाकर्ण व त्यावरून नतांश काढण्यापेक्षां एकदम दिगंशांवरून नतांश काढण्याची एक सुवीदार रीत सिद्धांतशिरोमणीत दिली आहे. सूर्य याम्योत्तरवृत्तावर असतां अक्षांश व त्याची क्रांति यांच्या योगांतरांपासून तत्कालिक नतांश काढण्याची जी रीत यापूर्वी दर्शविली आहे, तिच्यासारखीच हीही रीत आहे. फरक इतकाच कीं पूर्वोक्त रीतींत अक्षांश व क्रांति विषुववृत्तास लंबरूप असतात, व प्रस्तुत रीतींत त्यांस दृग्मंडलाच्या

पातळींतील व अतएव किंचित् विस्तृत रूप दिलें असून तीं विषुव-
वृत्ताशीं तिरपीं असतात. सूर्य विषुववृत्तावर व इष्ट दृढमंडलावर
असतां अक्षांशांस त्या दृढमंडलाच्या पातळींत आणिलें तर ते
तत्कालिकनतांशतुल्य आढळून येतील. विषुवदिनीं छायाकर्ण
ज्याचा व्यासार्ध आहे अशा लघु गोलांत पलभा इष्टदृढमंडलस्थ
सूर्याचे भुजस्थानीं (विषुवदिनीं अग्रा नसल्यामुळें शंकुतलाच्या
जोडीची पलभाच भुज असते.) व छाया नतांशज्यास्थानीं आढ-
ळून येईल. या छयेस इच्छादिक्छाया म्हणतात; व दृढमंड-
लाच्या पातळींतील अक्षज्येस इष्टाक्षज्या म्हणतात. आतां—

(महागोलांतील) दिग्ज्या (म्हणजे दिगंशज्या) : त्रिज्या : :
(लघुगोलांतील) पलभा : इच्छादिक्छाया.

∴ इच्छादिक्छाया = $\frac{\text{पलभा} \times \text{त्रिज्या}}{\text{दिग्ज्या}}$. हें इष्टाक्षज्येचें छायाकर्ण-

व्यासार्धीय रूप झालें. यास त्रिज्याकर्णीय रूप दिलें पाहिजे. म्हणून-
छायाकर्ण : इच्छादिक्छाया : : त्रिज्या : इष्टाक्षज्या ∴ इष्टाक्षज्या

$$= \frac{\text{इच्छादिक्छाया} \times \text{त्रिज्या}}{\text{छायाकर्ण}} = \frac{\text{पलभा} \times \text{त्रिज्या}}{\text{दिग्ज्या}} \times \text{त्रिज्या}$$

$$\left(\text{परंतु पलभा} = \frac{१२ \times \text{अक्षज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}} \text{ व} \right.$$

$$\left. \text{छायाकर्ण} = \sqrt{१२२ + \frac{\text{पलभा}^२ \times \text{त्रिज्या}^२}{\text{दिग्ज्या}^२}}; \text{ म्हणून —} \right)$$

$$\frac{१२ \times \text{अक्षज्या} \times \text{त्रिज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}} \times \frac{\text{त्रिज्या}}{\text{दिग्ज्या}}$$

=

$$\sqrt{\left\{ \frac{१२२ \times \text{अक्षज्या}^२ \times \text{त्रिज्या}^२}{\text{अक्षकोटिज्या}^२} \right. + १२२ \left. \right\}}$$

$$\text{अक्षज्या} \times \text{त्रिज्या}^२$$

=

$$\sqrt{\text{अक्षज्या}^२ \times \text{त्रिज्या}^२ + \text{अक्षकोटिज्या}^२ \times \text{दिग्ज्या}^२}$$

यानंतर अक्षज्येप्रमाणें क्रांतिज्येसही दृढमंडलाच्या पातळीत आणावयाचे:—

$$\text{अक्षज्या} : \text{इष्टाक्षज्या} :: \text{क्रांतिज्या} : \text{इष्टक्रांतिज्या} \quad \therefore \text{इष्ट-क्रांतिज्या} = \frac{\text{इष्टाक्षज्या} \times \text{क्रांतिज्या}}{\text{अक्षज्या}}$$

$$= \frac{\text{अक्षज्या} \times \text{त्रिज्या}^२}{\text{अक्षज्या}} \times \frac{\text{क्रांतिज्या}}{\text{अक्षज्या}}$$

$$\sqrt{\text{अक्षज्या}^२ \times \text{त्रिज्या}^२ + \text{अक्षकोटिज्या}^२ \times \text{दिग्ज्या}^२}$$

$$= \frac{\text{क्रांतिज्या} \times \text{त्रिज्या}^२}{\text{अक्षज्या}}$$

$$\sqrt{\text{अक्षज्या}^२ \times \text{त्रिज्या}^२ + \text{अक्षकोटिज्या}^२ \times \text{दिग्ज्या}^२}$$

इष्टाक्षज्या व इष्टक्रांतिज्या यांपासून दृढमंडलगत अक्षांश व क्रांति आणून दक्षिण गोळीं त्यांची बेरीज व उत्तर गोळीं त्यांची वजाबाकी केल्यास नतांश येतात.

इष्टाक्षज्या व इष्टक्रांतिज्या यांस पाश्चात्य रूप दिलें असतां त्यांच्या किंमती

$$\frac{\text{अक्षज्या}}{\sqrt{\text{अक्षज्या}^2 + \text{अक्षकोटिज्या}^2 \times \text{दिग्ज्या}^2}} \quad \text{व}$$

$$\frac{\text{क्रांतिज्या}}{\sqrt{\text{अक्षज्या}^2 + \text{अक्षकोटिज्या}^2 \times \text{दिग्ज्या}^2}} \quad \text{या येतात.}$$

यांच्या चापांची वेरीज किंवा वजाबाकी

$$= \text{भुजज्या}^{-1} \frac{\text{क्रांतिज्या}}{\sqrt{\text{अक्षज्या}^2 + \text{अक्षकोटिज्या}^2 \times \text{दिग्ज्या}^2}} \quad +$$

$$\text{भुजज्या}^{-1} \frac{\text{अक्षज्या}}{\sqrt{\text{अक्षज्या}^2 + \text{अक्षकोटिज्या}^2 \times \text{दिग्ज्या}^2}}$$

$$= \text{भुजज्या}^{-1} \left\{ \frac{\text{क्रांतिज्या}}{\sqrt{\text{अक्षज्या}^2 + \text{अक्षकोटिज्या}^2 \times \text{दिग्ज्या}^2}} \right.$$

$$\times \left[1 - \left(\frac{\text{अक्षज्या}}{\sqrt{\text{अक्षज्या}^2 + \text{अक्षकोटिज्या}^2 \times \text{दिग्ज्या}^2}} \right)^2 \right]$$

$$+ \frac{\text{अक्षज्या}}{\sqrt{\text{अक्षज्या}^2 + \text{अक्षकोटिज्या}^2 \times \text{दिग्ज्या}^2}}$$

$$\times \left[1 - \left(\frac{\text{क्रांतिज्या}}{\sqrt{\text{अक्षज्या}^2 + \text{अक्षकोटिज्या}^2 \times \text{दिग्ज्या}^2}} \right)^2 \right] \left. \right\}$$

$$= \text{भुजज्या}^{-1} \left\{ \frac{\text{अक्षकोटिज्या} \times \text{क्रांतिज्या} \times \text{दिग्ज्या} \pm \text{अक्षज्या}}{\sqrt{\text{अक्षज्या}^2 + \text{अक्षकोटिज्या}^2 \times \text{दिग्ज्या}^2} - \text{क्रांतिज्या}^2} \right.$$

$$\left. \frac{\text{अक्षज्या}^2 + \text{अक्षकोटिज्या}^2 \times \text{दिग्ज्या}^2}{\sqrt{\text{अक्षज्या}^2 + \text{अक्षकोटिज्या}^2 \times \text{दिग्ज्या}^2}} \right\}$$

मोठ्या कंसाच्या आंतील राशि हा नतांशज्यातुल्य आहे; व

$$\text{दिगंशज्या} = \frac{\text{क्रांतिज्या} - \text{अक्षज्या} \times \text{उन्नतांशज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या} \times \text{नतांशज्या}}$$

या सारणीवरून नतांशज्येची तीच किंमत निघते.

नतकालांशांवरून नतांश काढितां येतात, व नतांशांवरून दिगंश काढितां येतात. म्हणून नतकालांश व दिगंश हीं परस्परं पासून काढण्याचीं निराळीं साधनें देण्याची आवश्यकता नाही. या सर्व साधनांस अक्षांश व क्रांति यांचें ज्ञान आवश्यक आहे, हें निराळें सांगण्याची जरूर नाही.

वर जीं साधनें दिली आहेत तीं थोड्याशा फरकानें सूर्याप्रमाणें इतर ग्रहांसही लागू आहेत. फरक पडण्याचें कारण हे कीं सूर्यास शर नसून इतर ग्रहांस तो असतो; व त्यामुळे सूर्य व त्याचें क्रांतिवृत्तीय स्थान यांचा जसा एकदम उदय होतो तसा ते ग्रह व त्यांचीं क्रांतिवृत्तीय स्थाने यांचा होत नाही; व म्हणून त्यांच्या उदयानंतरच्या घटिका उदयलग्नापासून काढाव्या लागतात, व अस्पष्ट क्रांतीबद्दल स्पष्ट क्रांति घ्यावी लागते. उदयलग्न व इष्टकालिक लग्न (म्हणजे पूर्वक्षितिजाशीं लागलेला क्रांतिवृत्ताचा भाग) यांमधील अंतरघटिका काढाव्या. या घटिका अहोरात्रवृत्तावर उदयलग्न व क्षितिज यांमध्ये जें अंशात्मक अंतर असतें त्यापासून काढितां येत असल्यामुळे त्यांस क्षेत्रात्मिका म्हणतात. ग्रहाच्या उदयकालापासून इष्ट कालापर्यंत गेलेल्या घटिका कोणत्याही वर्तुलखंडापासून काढितां येत नाहीत; म्हणून त्यांस कालात्मिका म्हणतात. क्षेत्रात्मक व कालात्मक घटिकांत अंतर पडण्याचें कारण असें कीं ग्रहाचें उदयलग्न उदयकालाच्या व इष्टकालाच्या दरम्यान क्रांतिवृत्तावर स्थानांतर करीत नाही; उलट ग्रहाच्या

स्थानांत या दोन कालांमध्ये त्याच्या मध्यंतरीच्या गतीच्या मानानें फरक पडतो. कालात्मक घटिका काढण्याकरितां प्रथम क्षेत्रात्मक-घटिकासाधनांतल्याप्रमाणेंच ग्रहापासून उदयलग्न काढावें; यास प्राग्दृग्ग्रह म्हणतात हें मागें आलेंच आहे. नंतर प्राग्दृग्ग्रह व इष्टलग्न यांमधील कालांश व त्यांपासून अंतरघटिका काढाव्या. नंतर या घटिकांत ग्रहाची जी गति झाली असेल तिचा दृग्ग्रहास संस्कार केला म्हणजे निजोदयकालिक स्थूल ग्रह (म्हणजे ग्रहा-वरोवर उदय पावणारें सरासरीचें क्रांतिवृत्तीय स्थान) येतो. नंतर त्याजमधील व इष्टलग्नमधील घटिकात्मक अंतर काढावें, म्हणजे स्थूल घटिका येतात. त्या सूक्ष्म करण्याकरितां असकृत्कर्म करावें लागतें; त्याचा प्रकार विषयानुरोधानें तिसऱ्या भागांत दिला आहे. असो. नतांशसाधनार्थ क्षेत्रात्मक घटिकांचीच आवश्यकता असते. कारण त्या साधनाकरितां कोणत्याही एका क्षणीं उदयलग्न-संज्ञक ग्रह व क्षितिज यांमध्ये किंवा तो ग्रह व याम्येत्तरवृत्त यांमध्ये असलेल्या अहोरात्रवृत्तखंडाचें (म्हणजे पर्यायानें उन्नत व नतकालांशांचेंच) ज्ञान आवश्यक असतें. असो. क्षेत्रात्मक घटिका व ग्रहाची स्फुट क्रांति इत्यादिकांपासून सूर्यसंबंधी साधनांतल्याप्रमाणेंच कुज्या, चरज्या, शंकु, उन्नतांशनतांश हीं काढितां येतात. चंद्रासारख्या जवळच्या व मोठ्या ग्रहाच्या शंकूस त्याच्या कलात्मक गतीच्या ऋतू इतका ऋण लंबनसंस्कारही देतात; म्हणजे दृश्य क्षितिजावरील शंकु येतो.

उलट पक्षीं सशर ग्रहाचे नतांश किंवा उन्नतांश दिले असतां त्यांपासून सूर्यसंबंधी साधनांतल्याप्रमाणेंच नतोन्नतकालांश काढावे.

स्थानमापनाचें परिमाण.

स्थानमापनाचें परिमाण दोन प्रकारचें असतें. पहिल्या प्रकारानें मोजलेलीं खगोलस्थ अंतरें वरोवर आहेत कीं नाहींत हें

अमण होतें. या संख्येस कल्पांतील ग्रहभगणसंख्येनें (भगण म्हणजे एक नक्षत्रप्रदक्षिणा.) भागिलें असतां त्या ग्रहाच्या कक्षायोजनांची संख्या येते. या रीतीनें ग्रहांप्रमाणें उच्च व पात यांच्याही कक्षा ठरविण्यांत येतात. परंतु या ज्या कक्षा येतात त्यांचा उपयोग केवळ त्यांचीं स्थानें ठरविण्यापुरताच करावयाचा. कारण उच्च व पात हे स्वतंत्र ग्रह नसून ग्रहांच्या कक्षांतील बिंदु होत; व त्यांच्या कक्षा अर्थात् ग्रहांच्या कक्षांहून भिन्न नसावयाच्या. त्याच-प्रमाणें वरील रीतीनें रवि, बुध व शुक्र यांची कक्षा एकच येते. परंतु ही एकत्वाची कल्पना ते ते ग्रह आणण्यापुरतीच करावयाची. वास्तविकपणें बुध व शुक्र सूर्याच्या कक्षेवर फिरत नसून त्यांच्या शीघ्रोच्चांच्या कक्षांवर रविगतीनें फिरत असतात, अर्थात् भूमध्या-पासून मध्यम रवीवर जाणारें सूत्र वाढविलें असतां तें शीघ्रोच्चकक्षांस ज्या बिंदूंत छेदील तेथें ते ग्रह असतात असें भारतीय ज्योतिष्यांचें मत आहे.

कालमापन.

स्थानमापनाचें प्रकरण वरेंच लावले. आतां कालमापनाकडे वळूं. स्थानमापनासंबंधानें जसें आपणांस आरंभस्थान मानावें लागतें तसें कालमापनासंबंधानेंही मानिलें पाहिजे; म्हणजे त्या आरंभ-कालीं ग्रहांची स्थिति दाखविणाऱ्या क्षेपकांकांत त्यानंतरची इष्ट कालापर्यंतची ग्रहगति मिळवून इष्टकालिक ग्रहस्थिति काढितां येईल. भारतीय ज्योतिष्यांच्या मते कल्पारंभीं सर्व ग्रह एके ठिकाणीं येत असल्यामुळें व प्रत्येक ग्रहाचा कल्पारंभींचा क्षेपक शून्य असल्यामुळें भारतीय ज्योतिषांत कल्पारंभासच आरंभकाल मानिलें आहे. त्यामुळें ग्रहगणित करितांना आरंभकालींचे क्षेपक मिळवावे लागत नाहींत. कांहीं ज्योतिष्यांनीं महायुगारंभीं क्षेपक शून्य असतात

असें मानिलें आहे; व कित्येक ग्रंथकारांच्या मते कलियुगारंभीही सर्व ग्रह एके ठिकाणी जमले होते. पण हें शेवटचें मत सर्वमान्य नाही.

कालपरिमाण.

कलियुग हें महायुगाचा चतुर्थ चरण असून तदंतर्गत वर्षसंख्या ४३२००० आहे. या संख्येच्या दुप्पट द्वापाराची, तिप्पट त्रेता-युगाची व चौपट कृतयुगाची वर्षसंख्या असते. प्रत्येक चरणाच्या आरंभी व अंती त्या चरणाच्या वर्षसंख्येच्या द्वादशांशाइतका त्या चरणाचा संधि असतो; त्याचा अंतर्भाव त्या वर्षसंख्येतच होतो. कृत, त्रेता, द्वापार व कलि हीं चार चरणें मिळून एक महायुग होतें. त्याची वर्षसंख्या ४३२०००० असते. ७१ महायुगें मिळून एक मनु होतो. १४ मनु किंवा ९९४ महायुगें मिळून ब्रम्हदेवाचा एक दिवस होतो. यांत १४ मनूंच्या आरंभी, मध्यंतरी व अंती असलेल्या १९ संधींच्या वर्षांची संख्या प्रत्येक संधीस कृतयुगवर्षे या मानानें ६ महायुगांच्या वर्षसंख्येइतकी होते, ती मिळविली असतां १००० महायुगें होतात. यासच कल्प ही संज्ञा आहे. शून्य शकाचे वेळीं चालू कल्पापैकी ६ मनु, २७ महायुगें, २८ व्या महायुगाचे कृत, त्रेता, द्वापार हे तीन चरण व कलीचीं ३१७९ वर्षे गत होती. म्हणजे त्या वेळीं ६ मनूंचीं १८४०३२००००, त्यांच्या ७ संधींपासून उद्भवणाऱ्या ७ कृतयुगांचीं वर्षे १२०९६००००, २७ महायुगांचीं वर्षे ११६६४०००००, २८ व्या महायुगांतील गत चरणत्रयाचीं वर्षे ३८८८०००० व कलीचीं वर्षे ३१७९ म्हणजे कल्पांतील १९७२९४७१७९ इतकीं वर्षे गत होती. या संख्येंत गत शकवर्षे मिळविलीं म्हणजे चालू सालचे आरंभी कल्पारंभापासून लोटलेलीं वर्षे निघतात.

कल्पारंभापासून गतवर्षसंख्या काढिली म्हणजे तिजपासून सौर-मास, त्यांपासून सौर दिन, नंतर त्यांपासून चांद्र दिवस किंवा तिथि, व त्यांपासून सावन दिवस काढितात; आणि त्यांत वर्षारंभानंतर लोटलेले सावन दिवस मिळवितात. या रीतीने आलेल्या दिवसांस महा अहर्गण म्हणतात. याच्या उलट लघु अहर्गण म्हणजे वर्षारंभापासून इष्ट दिनापर्यंत जे मध्यम सावन (म्हणजे मध्यम सूर्योदयापासून ज्यांचा आरंभ असतो ते) दिवस त्यांची संख्या. महा अहर्गणावरून केलेल्या गणितास सिद्धांतगणित व लघु अहर्गणावरून केलेल्या गणितास करणगणित म्हणतात.

भारतीय ज्योतिष्यांनीं जे मूलभूत कालविभाग अंगीकारिले आहेत ते सर्व स्वाभाविक व दृश्य चमत्कारांवर उभारिलेले आहेत. त्यांचे कल्प ग्रहसंमीलनावर, वर्ष सूर्याच्या वार्षिक प्रदक्षिणेवर म्हणजे अर्थात् ऋतूंवर, मास चंद्रसूर्याच्या स्थितिभेदांमुळे चंद्राच्या स्वरूपांत होणाऱ्या विकारांवर, दिवस सूर्योदयावर किंवा नाक्षत्रोदयावर, याप्रमाणें अवलंबून असतात. त्यांचे वर्ष सौर, मास चांद्र व दिवस सावन (सौर किंवा नाक्षत्र) असतात. या तिहींचा मेळ घालणें बरेच घोंटाळ्याचें असतें. सौर वर्षाचा $\frac{1}{365}$ म्हणजे सौर मास व $\frac{1}{360}$ म्हणजे सौर दिन, चांद्र मासाचा $\frac{1}{30}$ म्हणजे चांद्र दिन किंवा तिथि व बारापट म्हणजे चांद्र वर्ष, आणि सावन दिवसाची तीसपट म्हणजे सावन मास व ३६० पट म्हणजे सावन वर्ष, असे कालविभाग अनुक्रमें सौर वर्ष, चांद्र मास व सावन दिवस यांवरून केले आहेत खरे; पण ते सर्व कृत्रिम होत. या सर्व मानांच्या घटिकाही त्यांच्या इतर कालविभागांप्रमाणें कमी अधिक प्रमाणाच्या असतात.

महा अहर्गण.

युगांतील गतवर्षसंख्येस १२ ने गुणिलें म्हणजे सौर मास

होतात. त्यांत चालू सालीं चैत्रापासून गेलेले चांद्र मास सौर समजून मिळवावे; नंतर त्या वेरजेस ३० नें गुणिलें असतां सौर दिन होतात. त्यांत इष्ट चांद्र मासाच्या गततिथि सौर दिन समजून मिळवाव्या. नंतर त्यांत १५५५२०००००००० या कल्पसौरदिनांस जर १५९३३००००० कल्पाधिमास तर वर आलेल्या सौर दिनांस किती, या त्रैराशिकानें कल्पारंभापासून झालेले अधिमास आणून त्यांच्या तिथि मिळवाव्या, म्हणजे कल्पारंभानंतर लोटलेल्या तिथि येतात. सौर व चांद्र दिनांतील अंतर नेहमीं गत अधिमासांच्या व अधिमासशेषाच्या तिथींइतकें असतें. अधिमासांची योजना चांद्र व सौर वर्षांतीरु दिनात्मक अंतर नाहींसें करण्याकरितां केली आहे. एका सौर वर्षांत ३७१ तिथि, ३ घटिका, ५२ पळें व ३० विपळें असतात. अर्थात् प्रत्येक वर्षास सौर व चांद्र वर्षांच्या अंतांमध्ये ११३१५२३० इतकें अंतर पडत जातें. म्हणजे मध्यम मानानें तीन वर्षांपेक्षां कांहीं कमी अवकाशांत तें अंतर एक महिना होतें; व म्हणून तितक्या अवकाशांनें चांद्र वर्षांत एक चांद्र मास अधिक धरितात. यासच अधिमास किंवा अधिकमास म्हणतात. यास त्याच्या पुढील महिन्याचेंच नांव देतात; यामुळें एकाच नांवाचे दोन चांद्र महिने होऊन सौर व चांद्र महिन्यांच्या नांवांत अंतर पडत नाहीं. मध्यम मानानें क्षयमासाचा संभव नसतो हें मागें आलेंच आहे. एका कल्पांत अधिमास १५९३३००००० असतात, हेंही वर आलेंच आहे. गताधिमासानंतर इष्टकालपर्यंत संक्रांति व चांद्रमासांत यामध्ये जें अंतर सांचलें असतें तें महा अहर्गण करितांना हिशेबांत धरीत नाहींत. कारण तें हिशेबांत न घेतल्यानें जी अधिमासशेषाइतकी ऋणात्मक चूक पडते ती वर्षारंभानंतरचे ~~सौर~~ चांद्र मास सौर समजल्यामुळें पडणाऱ्या घनात्मक अंतरानें

भरून येते. या अधिमासशेषाचा उपयोग लघु अहर्गणांच्या साधनांत मात्र होतो. वर्षारंभी म्हणजे सूर्य मेषारंभी असतां हें जें सांचलेलें अंतर निघतें त्यास तिथिशुद्धि म्हणतात. हें नांव देण्याचें कारण लघु अहर्गण काढितांना चांद्रवर्षारंभापासून मोजलेल्या तिथींमध्ये तें अंतर शोधवें (म्हणजे वजा करावें) लागतें.

चांद्र दिन अथवा तिथि तयार झाल्यावर त्यांपासून सावन दिवस काढावे लागतात. एका सौर वर्षांत (म्हणजे सूर्य क्रांतिवृत्तावर पूर्वस्थलीं येण्यास लागणाऱ्या मुदतींत) तिथि ३७१-३-५२-३० असून सावन दिवस ३६५-१५-३०-२२-३० (अलीकडील सूक्ष्म वर्षमानापेक्षां म्हणजे ३६५-१५-२२-२८ पेक्षां हें वर्षमान सुमारे ८ पळें अधिक असून त्यामुळें प्रत्येक वर्षीं क्रांतिवृत्ताचें आरंभस्थान पूर्वेकडे सरकत चाललें आहे.) असतात. म्हणजे एका सौर वर्षांत होणारी तिथिसंख्या व सावनदिवससंख्या यांजमध्ये अंतर ५-४८-२२-७-३० असतें. यांस अवमदिन म्हणतात. एका कल्पांत चांद्र दिन किंवा तिथि १६०२९९९०००००० असून अवमदिन २५०८२५५००००० असतात. कल्पांतील सावन दिवस अर्थात् या दोघांच्या अंतराइतके म्हणजे १५७७९१६४५०००० असतात. कल्पांतील गत तिथींत गत अवमें वजा केली असतां कल्पांतील गत सावन दिवस उरतात. यांसच महा अहर्गण म्हणतात. हा काढितांना घटिकात्मक अवमशेष हिशेबांत घेत नाहींत. कारण आपणांस प्रस्तुत जो अहर्गण साधावयाचा आहे तो मध्यम सूर्योदयापर्यंतचा आहे, व त्यामुळें सूर्योदय व त्यापूर्वीचा तिथ्यंत यांजमधील अवमशेषसंज्ञक घटिकात्मक अंतर हिशेबांत घेण्याचें कांहीं कारण नसतें. लघु अहर्गण करितांना मात्र वर्षारंभीच्या अवमशेषाचा उपयोग होतो. तो कसा तें लवकरच कळेल.

महा अहर्गणांतील दिनसंख्या फार मोठी असते; त्यामुळे गणित वाढून चूक होण्याचा फार संभव असतो. करणग्रंथांत हा घोंटाळ्याचा प्रकार काढून टाकून गणित सुलभ करण्याकडे लक्ष्य दिलें असतें.

लघु अहर्गण.

लघु अहर्गण म्हणजे चालू सौर वर्षाच्या आरंभापासून इष्ट सूर्योदयापर्यंत जितके सावन दिवस गेले असतील ते. तिथिशुद्धि म्हणजे सौरवर्षारंभी सौर मेषसंक्रांत व गत अमावास्या यांमधील तिथ्यात्मक अंतर हें वर आलेंच आहे. चांद्रवर्षारंभापासून इष्ट सूर्योदयाच्या पूर्वीच्या तिथ्यंतापर्यंत जितक्या तिथि लोटल्या असतील त्यांतून तिथिशुद्धि वजा केली असतां बाकी ज्या तिथि राहतील, त्यांचे सावन दिवस केले म्हणजे त्या तिथ्यंतापर्यंतचा लघु अहर्गण होतो. तिथि व सावन दिवस यांमधील अंतर अर्थात् अवमदिनात्मक असतें. या अहर्गणांत तिथ्यंतकालिक घटिकात्मक अवमशेष मिळविला म्हणजे इष्ट सूर्योदयापर्यंतचा अहर्गण येतो. येथें तिथि, दिवस, अवमदिन यांत घटिकादि अवयवांचाही अंतर्भाव केला आहे.

वर्षातील सावन दिवस ३६५-१५-३०-२२-३० व अवमं ५-४८-२२-७-३० यांची बेरीज वर्षातील तिथिसंख्येवरोबर म्हणजे ३७१-३-५२-३० इतकी असते. या तिथींतून वर्षातील सौर दिन (३६०) वजा जातां बाकी ११-३-५२-३० हे अधिमासशेष-दिन राहतात. या तिथिसंख्येंतून १० वजा करून उरणारा १-३-५२-३० हा शेष अवमशेष (४८-२२-७-३०) व दिनादि (म्हणजे सौरवर्षारंभदिवशीं मध्यम सूर्योदयापासून वर्षारंभापर्यंत ज्या घटिका लोटल्या असतील त्या. वर्षाच्या अंती हा दिनादि १५-३०-२२-३० इतका असतो.) यांच्या बेरजेवरोबर असतो;

कारण मेषसंक्रांत व अमावास्या मध्यम सूर्योदयीं बरोबरच घडून आली आहेत अशी कल्पना केल्यास त्यानंतर जो वर्षारंभ येतो तो व त्यापूर्वीचा उपांत्य तिथ्यंत यांमध्ये त्या तिथ्यंतापासून पुढील सूर्योदयापर्यंतचा काळ (तिथ्यंतकालिक अवम) व त्या सूर्योदयापासून वर्षारंभापर्यंतचा काळ (दिनादि) इतकें सावनघटिकात्मक अंतर असतें, व मेषसंक्रांतिकालिक अवम व दिनादि यांच्या बेरजे-इतकें चांद्रघटिकात्मक अंतर असतें. अर्थात् एका वर्षातील अधिमासशेष (अथवा तिथिशुद्धि) दिनादि व अवमशेष यांच्या बेरजेत १० मिळवून येणाऱ्या फळाबरोबर असतो.

कल्पगत दिनादि—एका वर्षात दिनांघ १५-३०-२२-३० असतें. या वर्षगतीस कल्पांतील गतवर्षसंख्येने गुणिलें असतां त्या गतवर्षात सांचलेला दिनादि निघतो. ज्याअर्थी ३६५ या संख्येस ७ नें भागिलें असतां १ अवशिष्ट राहतो व म्हणून दर वर्षास (दिनादीकडे लक्ष्य न दिल्यास) वर्षारंभ एक एक वार पुढें सरकतो, त्याअर्थी वरील सांचलेल्या दिनादीत गतवर्षसंख्या मिळविली असतां व बेरजेस ७ नें भागिलें असतां अवशिष्ट संख्या वार दाखवील. कल्पारंभी रविवार होता; त्याअर्थी वार मोजतांना रविवारापासूनच आरंभ केला पाहिजे. वर्षारंभीच्या दिवसास अब्दप म्हणतात.

त्याचप्रमाणें अवमशेषाच्या वार्षिक संचयावरून कल्पाच्या गत वर्षांतील अवम घटिकादि अवयवांसह काढावीं.

हीं सावयव अवम कल्पारंभापासून सांचलेल्या सावयव दिनादीत मिळवून व त्यांत दशगुणित गतवर्षसंख्या मिळवून बेरजेस ३० नें भागिलें असतां भागाकार गत अधिमासांबरोबर येतो; व जरलेली बाकी अधिमासशेषदिनतुल्य असून तिलाच तिथिशुद्धि म्हणतात. ही घटिकादि अवयवांसह चैत्रारंभ व इष्ट सूर्योदयापूर्वीचा तिथ्यंत यांमधील तिथींत वजा केली असतां सौर वर्षारंभा-

पुढील व इष्ट सूर्योदयापूर्वीच्या तिथ्यंतापर्यंतच्या तिथि येतात हे वर आलेच आहे.

गत तिथि तिथिशुद्धीहून कमी असल्यास मागील वर्षाच्या चैत्रापासून तिथि मोजून मागील वर्षारंभाच्या तिथिशुद्धीच्या व अवमशेषाच्या साह्याने त्या वर्षारंभानंतरच्या गत तिथि व अहर्गण साधावा.

तिथिशुद्धि १९ व १४१ वर्षांनी पुन्हा तीच येते. येवढेच की, १९ वर्षांनी येणारी तिथिशुद्धि १३ घटिका ४० पळांनी व १४१ वर्षांनी येणारी तिथिशुद्धि ६ घटिका २० पळांनी अधिक असते.

यानंतर ३७१-३-५२-३० तिथीस ५-४८-२२-७-३० या मानाने वर्षारंभापासून इष्ट सूर्योदयापूर्वीच्या तिथ्यन्तापर्यंत जे अवमदिन होतील ते घटिकादि अवयवांसह सौरवर्षारंभ व तो तिथ्यंत यांमधील सावयव तिथीत वजा केले असता त्या तिथ्यन्तापर्यंतचा लघु अहर्गण येतो; व त्या अहर्गणांत तिथ्यंतकालिक घटिकात्मक अवम मिळविले असता इष्ट सूर्योदयापर्यंतचा लघु अहर्गण येतो; कारण इष्ट सूर्योदयापर्यंतच्या लघु अहर्गणाचे अवयव त्या सूर्योदयापूर्वीच्या तिथ्यंतापर्यंतचा लघु अहर्गण व तिथ्यंतकालिक अवम हे असतात.

येथपर्यंत जें लघु अहर्गणाचें साधन दिलें आहे तें घटिकात्मक अवमशेष हिशेबांत घरून केलें आहे. परंतु भारतीय ज्योतिषांत ज्याप्रमाणें एक अधिकमास पूर्ण होईपर्यंत अधिमासशेष हिशेबांत धरीत नाहींत त्याप्रमाणें अवमही एका दिवसाइतका होईपर्यंत हिशेबांत धरीत नाहींत; व म्हणून वर्षारंभ व उपर्युक्त तिथ्यंत यांमधील तिथीच्या अवयवस्थानी वर्षारंभकालीं चालू असलेल्या तिथीचा जो भोग्यांश असतो तोच त्या तिथीच्या जोडांच्या लघु अहर्गणाचाही अवयव असतो. परंतु तो कृत्रिम असल्यामुळें त्यावरून

इष्ट सूर्योदयापर्यंतचा लघु अहर्गण काढिल्यास तोही चुकीचा व्हावयाचा; तसें होऊं नये म्हणून त्या तिथिभोग्यांशाइतक्या सावन घटिकांत वर्षारंभीचें घटिकात्मक अवम मिळवितात; म्हणजे उत्तरोक्त लघु अहर्गणाच्या अवयवीभूत घटिका येतात; कारण या घटिका वर्षारंभ व त्यापुढील, सूर्योदय यांमधील अंतराशीं तुल्य असतात, व हें अंतर तिथिभोग्यांशाचें सावन रूप व वर्षारंभकालीं चालू असलेल्या तिथीच्या अंतीचें अवम यांच्या योगाइतकें म्हणजे पर्यायानें तिथिभोग्यांशाइतक्या सावन घटिका व वर्षारंभकालिक अवम यांच्या योगाइतकें असतें. त्या अहर्गणांतील पूर्ण दिनांची संख्या जाणण्यास प्रथम वर्षारंभीच्या अवमांत त्यानंतर इष्ट सूर्योदयापूर्वीच्या तिथ्यंतापर्यंत सांचलेलें अवम मिळवून वेरजेस ६० नें भागून जे पूर्ण अवमदिन येतील ते वर्षारंभ व तो तिथ्यंत यांमधील पूर्ण तिथींतून वजा करितात; म्हणजे इष्ट सूर्योदयापर्यंतच्या लघु अहर्गणांतील पूर्ण सावन दिन येतात. महा अहर्गणाचे साधनांत ज्या कारणाकरितां उपर्युक्त तिथ्यंतकालिक अवम हिशो- वांत घेत नाहींत त्याच कारणाकरितां तें येथेंही घेत नाहींत.

तिथीच्या किंवा अधिकमासाच्या मध्यम व स्पष्ट मानांमधील अंतरामुळें कधीं कधीं अहर्गणांत फरक पडतो. मध्यम व स्पष्ट तिथींतील अंतरामुळें त्यांत एक दिवसाचा फरक पडण्याचा संभव असतो; म्हणून वारावरून अहर्गणसंख्या निश्चित केली पाहिजे. त्याचप्रमाणें मध्यम मानानें अधिकमास येत नसून स्पष्ट मानानें तो येत असल्यास तिथींत ३० मिळविले पाहिजेत; व तो मध्यम मानानें येत असून स्पष्ट मानानें जर येत नसेल तर तो धरितां कामा नये.

वर दिलेल्या रीतीने जो लघु किंवा महा अहर्गण येतो, तो शून्य अक्षांशरेखांशांच्या स्थलीं इष्ट दिनाच्या मध्यम सूर्योदयापर्यंत येतो. मध्यम सूर्योदय म्हणजे सूर्य क्रांतिवृत्तावर विषम गतीने न चालतां विषुववृत्तावर मध्यम गतीने चालू लागल्यास त्याचा उदय ज्या कालीं हेईल तो काल. आतां मध्यम सूर्य क्रांतिवृत्तावर मध्यम गतीनेच चालत असतो; परंतु त्याचा उदय त्याच्या क्रांतिवृत्तीय स्थितीवर अवलंबून नसून विषुवांशांवर असतो; व हे विषुवांश सायन क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या अंशांहून कमी अधिक असतात; म्हणजे पर्यायानें मध्यम सूर्याचा उदयकाल व मध्यम सूर्योदय हे परस्परांहून भिन्न असतात. शिवाय मध्यम सूर्यास स्पष्ट करावयाचें असल्यास जो मंदफलसंस्कार दुसऱ्या भागांत वर्णिल्याप्रमाणें त्यास द्यावा लागतो, तोही या विषुववृत्तीय कल्पित सूर्यास दिलेला नसतो. याशिवाय उपरिनिर्दिष्ट मध्यम सूर्योदय इष्ट स्थानाच्या क्षितिजासंबंधानें नसून शून्य अक्षांशरेखांशांच्या स्थलाच्या क्षितिजासंबंधानें असतो. इष्ट स्थान त्या स्थानाच्या पूर्वेस किंवा पश्चिमेस असल्यास इष्टस्थलीय सूर्योदय त्या स्थानाच्या सूर्योदयाच्या अनुक्रमें पूर्वी किंवा नंतर घडून येतो; व उत्तरेस किंवा दक्षिणेस असल्यासही सूर्य उन्मंडलीं येण्यापूर्वी किंवा नंतर क्षितिजाशीं संलग्न होत असल्यामुळें स्पष्ट सूर्योदय मध्यम सूर्योदयाच्या अनुक्रमें पूर्वी किंवा नंतर घडून येतो. पाहिजे त्या स्थानाचा स्पष्ट सूर्योदयापर्यंतचा अहर्गण काढावयाचा असल्यास मध्यम सूर्योदयास रेखांशभेदामुळें देशांतर, अक्षांशभेदामुळें चर, सूर्याच्या मंदफलामुळें भुजांतर व त्याचा उदय

त्याच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानावर अवलंबून नसून विषुववृत्तीय स्थानावर अवलंबून असल्यामुळे उदयांतर, हे कालात्मक संस्कार केले पाहिजेत. यांपैकी नुसता देशांतराचा संस्कार केल्यास इष्टरेखांशाच्या पण निरक्षदेशीय ठिकाणच्या मध्यम सूर्योदयापर्यंतचा अहर्गण येईल. त्यास आणखी उदयांतर व भुजांतर हे संस्कार केले असतां तो त्याच ठिकाणच्या स्पष्ट सूर्योदयापर्यंतचा निघेल. त्यांत पुनः चरसंस्काराची भर घातल्यास इष्ट स्थलाच्या स्पष्ट सूर्योदयापर्यंतचा काळ निघेल. इष्ट स्थल शून्यरेखांशाच्या स्थलाच्या पूर्वेस असल्यास देशांतरसंस्कार दर ६ अंशांस १ घटिका या मानानें ऋण असतो; व तें पश्चिमेस असल्यास तो संस्कार त्याच मानानें धन असतो. भुजांतर, उदयांतर व चर हे सावनघटिकात्मक संस्कार अनुक्रमें रविमंदफलांशांच्या जोडीचे कालांश, उदयांतरकालांश व चरकालांश यांस ६ नें भागिलें असतां येतात. यांपैकी भुजांतर या संस्काराचें ऋणधनत्व मंदफलाच्या ऋणधनत्वावर अवलंबून असतें. उदयांतर म्हणजे सायन मध्यम सूर्याचे भोगांश व विषुवांश यांमधील अंतर. हा संस्कार उत्तरोक्त अंश पूर्वोक्त अंशांपेक्षां अधिक असल्यास धन असतो; व कमी असल्यास ऋण असतो. चर हा संस्कार सूर्य उत्तर गोळी असल्यास ऋण असतो, अन्यथा धन असतो. भुजांतर, उदयांतर व चर हे शब्द वास्तविकपणें मध्यम सूर्योदयास द्यावयाच्या या संस्कारांस लावावयाचा परिपाठ नाही. ते ग्रहांच्या स्थानांत मध्यम व स्पष्ट सूर्योदयांतील भेदांमुळे पडणाऱ्या अंतरांस लावितात. परंतु योग्य शब्दांच्या अभावीं त्यांचाच यथें उपयोग केला आहे.

वर लिहिल्याप्रमाणें शून्य अक्षांशरेखांशांच्या स्थलाच्या मध्यम सूर्योदयापासून इष्ट स्थलीचा स्पष्ट सूर्योदय काढावयास त्यास चार संस्कार द्यावे लागतात. परंतु पूर्वेक्त स्थलाच्या मध्यम मध्यान्ह-कालापासून उत्तरोक्त स्थलाचा स्पष्ट मध्यान्हकाल काढण्यास त्यास चारसंस्काराशिवाय इतर तीन संस्कार मात्र द्यावे लागतात. एकाच स्थलाचा मध्यम व स्पष्ट सूर्योदय यांमधील अंतर चरं, भुजांतर व उदयांतर यांच्या योगाइतकें, व मध्यम व स्पष्ट मध्यान्हकाल यांमधील अंतर भुजांतर व उदयांतर यांच्या योगाइतकें असतें. उत्तरोत्तर योगास पाश्चात्य ज्योतिषांत वेलांतर (Equation of Time) ही संज्ञा आहे.

दिवसाचे ६० विभाग केले असतां त्यांस घटिका म्हणतात. घटिकेचा $\frac{1}{60}$ भाग पळ व पळाचा $\frac{1}{60}$ भाग असु किंवा प्राण असतो. १० गुरु अक्षरें मिळून एक असु होतो. अंशात्मक विभाग जसा पूर्वी सांगितल्याप्रमाणें सूर्याच्या वार्षिक प्रदक्षिणेस अनुसरून असतो, तसा प्राणात्मक कालविभाग त्याच्या दैनंदिन प्रदक्षिणेशीं जुळून असतो. इतकेंच नाही, तर तो तिजवरूनच सुचला असावा असेंही म्हटल्यास चालेल. कारण सूर्य पृथ्वीभोंवतीं ६० घटिकांत ३६० अंश, म्हणजे ३६०० पळांत किंवा २१६०० असूंत २१६०० कला या मानानें भ्रमण करितो; अर्थात् प्रत्येक असूस एक कला हें त्याच्या दैनिक गतीचें मान असतें.

एका वर्षांत सौर सावन दिवस जितके होतात, त्यांपेक्षां एकांनें अधिक नाक्षत्र सावन दिवस होतात. एका सूर्योदयापासून दुसऱ्या सूर्योदयापर्यंत जो काळ जातो त्यास सौर सावन दिवस म्हणतात;

याचें स्पष्ट मान सूर्यगतीवर अवलंबून असून चल असतें. नक्षत्राच्या एका उदयापासून दुसऱ्या उदयापर्यंत जो काळ जातो त्यास नाक्षत्र सावन दिवस म्हणतात. नाक्षत्र सावन दिवसाचें मान नेहमी स्थिर असतें. सूर्य रोज नक्षत्रचक्रांत सुमारे एक अंश पूर्वेकडे जात असल्यामुळे त्याचा उदय होण्यास नक्षत्राच्या उदयापेक्षां किंचित वेळ लागतो; व यामुळे वर्षाच्या अंती सूर्य पुनः स्वस्थानी येतो तेव्हां दोघांच्या सावनदिनसंख्यांत वर लिहिल्याप्रमाणें एक दिवसाचा फरक पडतो. ६० नाक्षत्र घटिकांत रविदिनगतिकलां-इतके म्हणजे ९९.८ असु किंवा सुमारे १० पळे मिळविलीं म्हणजे एक सौर सावन दिवस होतो. याप्रमाणें नाक्षत्र सावन दिन सौर सावन दिनापेक्षां लहान असल्यामुळे पूर्वोक्त दिनाचे घटिकादि विभागही त्याच मानानें उत्तरोक्त दिनाच्या घटिकादि विभागापेक्षां लहान असतात. सूर्याप्रमाणें इतर ग्रहांचेही सावन दिवस व घटिकादि अवयव असतात. अहोरात्रवृत्तावर एक पूर्ण भ्रमण झालें म्हणजे एक सावन दिवस होतो, व त्या वृत्तावर १० अंश भ्रमण झालें म्हणजे त्या दिवसाची १ घटिका होते, हा नियम जसा नक्षत्रांस व सूर्यांस तसाच इतर ग्रहांसही लागू आहे.

३५१ २५ ६१२५

३६० २४ ६०

१५ १ २.११ (२६०-३०५)

१५ १ २.११ (१५०५००-१५००००)

१ १५०५ = २.११ १५०५

भाग दुसरा.

ज्योतींच्या क्रांतिवृत्तीय गति-स्थिति.

भारतीय ज्योतिषी ग्रहांची गतिस्थिति काढितात, ती प्रथम मध्यमसूर्योदयकाळची काढितात, नंतर स्पष्टसूर्योदयकाळची व त्यानंतर इष्ट काळची काढितात. पंचांगांत जी ग्रहगतिस्थिति दिली असते ती पौर्णिमेच्या व अमावास्येच्या मध्यम सूर्योदयाची असते. ही गतिस्थिति अर्थात् क्रांतिवृत्तावरील असते.

ग्रहगतिस्थिति काढण्यास मध्यम कालापासून आरंभ करावा लागतो, त्याप्रमाणे ग्रहाच्या मध्यम गतिस्थितिपासूनही करावा लागतो. सूर्याप्रमाणे इतर ग्रहांचीही गति अनियमित असते. एक नाक्षत्र प्रदक्षिणा करण्यास ग्रहास जितका वेळ लागतो तितक्या वेळांत त्याने तीच प्रदक्षिणा नियमित गतीने केली तर त्या ग्रहाचे इष्ट कार्ती जें स्थान येईल, त्यास त्या ग्रहाची मध्यम स्थिति म्हणतात, व त्या नियमित गतीस त्या ग्रहाची मध्यम गति म्हणतात.

सूर्याचे स्पष्ट स्थान काढण्याकरितां प्रथम क्रांतिवृत्तावर नियमित गतीने फिरणारा एक मध्यम सूर्य कल्पावा लागतो, त्याप्रमाणे मध्यम सूर्योदय काढण्याकरितां विषुववृत्तावर तितक्याच नियमित गतीने फिरणारा एक सूर्य कल्पावा लागतो, व ज्या वेळीं या विषुववृत्तीय सूर्याचा उदय अर्थात् मध्यम सूर्योदय होतो, त्या वेळीं मध्यम सूर्याचा उदय (अयन व विषुवदिनाशिवाय) होत नाही, हें यापूर्वीं आलेच आहे. मध्यम सूर्योदयाची क्रांतिवृत्ताचा जो भाग उदय पावत असतो त्याचे विषुवांश मात्र सायनमध्यमसूर्यतुल्य असतात.

पाश्चात्य उपपत्तीप्रमाणें सूर्याभोंवतीं बुध, शुक्र, पृथ्वी, मंगळ, गुरु, शनि आदिकरून ग्रह निरनिराळ्या कक्षांत फिरत असून चंद्र हा उपग्रह पृथ्वीभोंवतीं फिरत असतो, व या सर्वांच्या पलीकडे निरनिराळ्या अंतरावर तारे असतात. भारतीयांची उपपत्ति अशी आहे कीं ग्रहांच्या केंद्रस्थानीं सूर्य नसून पृथ्वी आहे; व तिजभोंवतीं चंद्र, शुक्र, बुध, सूर्य, मंगळ, गुरु व शनि हे ग्रह फिरत असतात; व त्यांपलीकडे सर्व ताऱ्यांचा मिळून एक गोल असतो. या ग्रहगतीशिवाय पाश्चात्यांच्या मते पृथ्वीच्या दैनंदिन गतीमुळे सर्व नक्षत्रांस व ग्रहांस पूर्वेकडून पश्चिमेकडे एक शिघ्रतर गति आल्यासारखी भासते. आपल्या ज्योतिष्यांच्या मते (यास प्रथम आर्यभट्ट अपवाद आहे.) ही गति भासमान नसून वास्तव असते, व ती पश्चिमेकडे वहाणाऱ्या प्रवह वायूमुळे उत्पन्न झाली असते. या भागांत आपणांस या खगोलीय गतीशीं कर्तव्य नसून पूर्वोक्त भगोलीय गतीशीं आहे; म्हणजे ग्रहांचा राशिचक्रांत किंवा नक्षत्रचक्रांत जो भिन्न भिन्न गतीनें संचार होतो त्याविषयींच यथे विचार करावयाचा आहे. उत्तरोक्त दैनंदिन गति नक्षत्रांस व ग्रहांस समान असल्यामुळे तिजमुळे उभयतांच्या परस्परापेक्ष स्थितींत कांहीं अंतर पडत नाहीं.

मध्यम ग्रहस्थिति.

ग्रहांची इष्ट काळची मध्यम स्थिति काढण्यास त्यांची कल्पांतील गति किती असते हें पाहिलें पाहिजे. खालील कोष्टकांत ग्रहांची एका कल्पांत किती भगणे (एक भगण म्हणजे १२ राशींची एक फेरी.) होतात हें दिलें आहे:—

ग्रह	कल्पभगणसंख्या.	एका भगणास लागणारे दिवस.	
		भारतीय मानानें	पाश्चात्य मानानें
सूर्य	४३२०००००००	३६५-१५-३०-२२	३६५-१५-२३
बुध	"	"	८७-५८-१२
शुक्र	"	"	२२४-४२-०
चंद्र	५७७५३३०००००	२७-१९-१८	२७-१९-१८ ^३ / _४
चंद्रोच्च	४८८१०५८५८	३२३२-४४	३२३३-३०
चंद्रपात	३३२३१११६८	६७९२	६७९८
बुधशीघ्र	१७९३६९९८९८४	८७-५८-१२	३६५-१५-२३
शुक्रशीघ्र	७०२२३८९४९२	२२४-४२-०	"
मंगळ	२२३६८२८५२२	६८७-०	६८६-५८-०
गुरु	३६४२२६४५५	४३३२-१५-०	४३३२-३५-०
शनि	१४६५६७२९८	१०७६५-५०	१०७५९-१३-१२

ग्रह	कल्पभगणसंख्या.	एका भगणास लागणारी वर्षे.	
		भारतीय मानानें	पाश्चात्य मानानें
रव्युच्च	४८०	९००००००	१०९७१५
क्रांतिपात	१९९६६९	२०१३३	२५८१०
मंगळाचें उच्च	२९२	१४७९४५२०	७६६८५
मंगळाचा पात	२६७	१६१७९७७५	५६९१६
बुधोच्च	३३२	१३०१२०४८	२१०६३८
बुधपात	५२१	८२९१७४६	१९०६०७
गुरुच्च	८५५	५०५२६३१	१९५४३९
गुरुपात	६३	६८५७१४२८	९००००
शुक्रोच्च	६५३	६६१५६२०	८६४७६०
शुक्रपात	८९३	४८३७६२६	६७८५६
शनीचें उच्च	४१	१०५३६५८५३	८११५०
शनिपात	५८४	७३९७२६०	६९८६४

वरील ग्रहांपैकी शिघ्रतर गतीने चालणाऱ्या ग्रहांच्या एका दिवसांतील अंशादि गति या येतात.

रवि, बुध व शुक्र	चंद्र	मंगळ	बुधशीघ्र	गुरु	शुक्रशीघ्र	शनि	चंद्रोच्च	चंद्रपात
०	१३	०	४	०	१	०	०	०
५९	१०	३१	५	४	३६	२	६	३
८	३४	२६	३२	५९	७	०	४०	१०
१०	५३	२८	१८	९	४४	२२	५३	४८
२१	०	७	२८	९	३५	५१	५६	२०

उच्च व पात ग्रह नसून वरील कोष्टकांत ग्रह मानिले आहेत. त्यांच्या व्याख्या ग्रहांच्या स्पष्टीकरणप्रसंगी येतीलच. पातांची गति व शुक्रोच्चाची पाश्चात्य मानाची गति ऋण असते.

वर जे आंकडे दिले आहेत ते क्रांतिपाताशिवाय (यांचे मान मुंजालाचे ग्रंथावरून दिले आहे.) सिद्धांतशिरोमणीतील आहेत. त्यांतील बहुतेक आंकडे ब्रह्मसिद्धांतावरून घेतले आहेत. इतर ग्रंथांतील आंकडे काहींसे निराळे आहेत.

कल्पसावनदिवसांत (म्हणजे १९७७९१६४५०००० दिवसांत) जर इतकी भगणें तर महा अहर्गणांतील दिवसांत किती या त्रैराशिकानें इष्ट मध्यम सूर्योदयींचीं कल्पारंभानंतरचीं मुक्त भगणें निघतात; व शेषापासून राशि, अंश, कला, विकला अशी ग्रहमध्यमस्थिति निघते. पण हा मध्यम सूर्योदय लंका, उज्जयिनी, वगैरे शून्यरेखांशीय स्थानांचा होय. इष्टरेखांशीय स्थानाचा मध्यम सूर्योदयींचा मध्यम ग्रह काढावयाचा असल्यास त्या स्थितीस देशांतरसंस्कार दिला पाहिजे; म्हणजे तें स्थान लंकेच्या पूर्वेस किंवा पश्चिमेस किती अंश आहे हें काढून व तितके अंश आक्रमिण्यास ६ अंशांस १ घटिका या मानानें सूर्यास किती वेळ लागेल हें काढून तितक्या वेळांत होणारी ग्रहगति वरील स्थितींत अनुक्रमें वजा केली पाहिजे किंवा मिळविली पाहिजे.

मध्यम ग्रहाचा स्पष्टग्रह करण्यास त्यास मंदफलाचा व शीघ्र फलाचा असे दोन महत्त्वाचे संस्कार करावे लागतात. मंदफलाचा संस्कार देऊन आलेल्या ग्रहास मंदस्पष्ट ग्रह व शीघ्रफलाचा संस्कार देऊन आलेल्या ग्रहास स्पष्ट ग्रह म्हणतात. रवि व चंद्र यांस फक्त मंदफलसंस्कारच लागतो.

पाश्चात्य ग्रहस्पष्टीकरण.

पाश्चात्य उपपत्तीप्रमाणें पृथ्वी व इतर ग्रह सूर्याभोवतीं लंबवर्तुलाकार कक्षेंत त्यांचें सूर्यापासून कमी अधिक अंतर असेल त्या मानानें अधिक कमी गतीनें संचार करितात. या गतीप्रमाणें आलेल्या स्थितींत व मध्यम स्थितींत जें अंतर त्यास मंदफल म्हणतात. या अंतराचा संस्कार देऊन जें ग्रहाचें स्थान येईल तें सूर्यावरील द्रष्ट्यास दिसेल. पण आपणांस पृथ्वीवरून ग्रहांचें जें स्थान दिसेल तें काढावयाचें असतें; त्याकरितां त्या मंदस्पष्ट स्थानास विमंडलावरून क्रांतिवृत्तावर आणून नंतर त्यास शीघ्रफलाचा संस्कार द्यावा लागतो. हा संस्कार दिला म्हणजे ग्रह स्पष्ट होतो. याशिवाय चंद्रास, गुरूस व शनीस कांहीं आकर्षणोत्पन्न संस्कारही द्यावे लागतात. भारतीय ज्योतिषांत हे संस्कार मानिले नाहींत. चंद्राच्या लघु संस्कारांपैकीं दोन संस्कार मात्र मुंजाल नांवाच्या ज्योतिष्यास माहित होते, असें 'भारतीय ज्योतिःशास्त्रांत' लिहिलें आहे.

पाश्चात्य पद्धतीनें जो मंदफलसंस्कार येतो, त्याचीं उपकरणें (उपकरणें म्हणजे ज्या गोष्टींवर तो संस्कार अवलंबून असतो त्या

गोष्ठी.) मध्यम केंद्र व कक्षाकेंद्रच्युति हीं असतात. मध्यम केंद्र म्हणजे मध्यम ग्रह व उच्च यांतील अंतर, अथवा (ग्रह—उच्च). उच्च म्हणजे कक्षेतील ज्या स्थानीं ग्रह असतां त्याची गति परम अल्प असते ते सूर्यापासून अत्यंत दूरचें स्थान. (अत्यंत जवळच्या स्थानास नीच म्हणतात.)

कक्षाकेंद्रच्युति = $\frac{\text{सूर्य व कक्षेच्या महत्तम व्यासाचा मध्य यांतील अंतर}}{\text{कक्षेचा महत्तमव्यासार्ध}}$

प्रत्येक ग्रहाची कक्षाकेंद्रच्युति निरनिराळी असल्यामुळें परम-मंदफल सुद्धां निरनिराळें असतें. ग्रहांची कक्षाकेंद्रच्युति दिवसेंदिवस बदलत असल्यामुळें एकाच ग्रहाच्या परममंदफलांतही कालांतरानें अंतर पडतें.

सर्व ग्रहांस साधारण अशी मंदफलाची पाश्चात्य सारणी खाळीं दिली आहे. या सारणींत र म्हणजे त्रिज्येइतका दीर्घ चाप ज्या कोणाचा आहे तो कोण, च म्हणजे कक्षाकेंद्रच्युति व क म्हणजे मध्यम केंद्र असें समजावें.

$$\text{मंदफल} = -r \left(2\text{च} - \frac{\text{च}^3}{8} + \frac{5\text{च}^5}{96} \right) \text{मुजज्या क} +$$

$$r \left(\frac{5}{8}\text{च}^3 - \frac{11}{24}\text{च}^5 + \frac{17}{192}\text{च}^7 \right) \text{मुजज्या २ क} -$$

$$r \left(\frac{13}{12}\text{च}^3 - \frac{43}{64}\text{च}^5 \right) \text{मुजज्या ३ क.}$$

प्रत्येक ग्रहाची कक्षाकेंद्रच्युति, परम मंदफल व मंदफलाची विशिष्ट सारणी खालील कोष्टकावरून कळून येईल.

ग्रह	कक्षा- केंद्रच्युति	परम मंद- फल	मंदफलाची सारणी.
रवि	००१६	१°५५'.४	-१°५५'१८".३मु.क+१'१२"मु.२क-१'१.१मु.३क.
बुध	०२०५	२३°४०'	-२३°२६'.२मु.क+२'५८'.९मु.२क-३१'.५मु.३क-
शुक्र	०००६	४७'	-४७'.३मु.क+०'.२मु.२क.
मंगळ	००९३	१०°४२'	-१०°४३'.३मु.क+३७'.५मु.२क-३'मु.३क.
शुभ	००४८	५°३०'	-५°३०'.४मु.क+१०'मु.२क-४'मु.३क.
शनि	००५५	६°२६'	-६°२६'मु.क+१३'.६मु.२क-७'मु.३क. [मु.३क.
चंद्र	००५४	६°१८'.५	-६°१७'२२".९मु.क+१२'५६".५मु.२क-३७"

वर दिलेल्या सारण्यांतील विषम राशींचीं चिह्ने ऋण आहेत. केंद्र उच्चापासून न मोजितां नीचापासून मोजिल्यास मु. क, मु. २क, मु. ३क यांबद्दल मु. (१८०° + क), मु. (३६०° + २क), मु. (५४०° + ३क) म्हणजे-मु. क, मु. २क, मु. ३क येऊन व दोन दोन ऋणात्मक चिहांबद्दल एक एक धनात्मक चिह्न येऊन सारण्यांतील सर्व चिह्ने धनात्मकच रहातील.

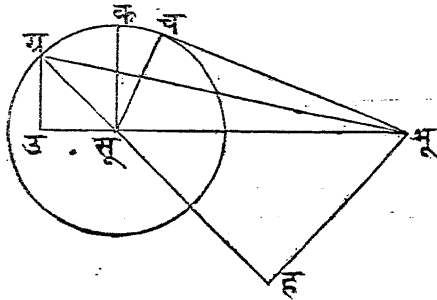
वरील ग्रहांचीं ऋणात्मक परम मंदफले, त्यांचीं केंद्रे अनुक्रमे ९१, १०९, २१, ९६, ९३, ९३ व ९४ अंश असतांना घडून येतात.

केंद्र मेषादिषट्कांत असल्यास मंदफल ऋण असतें. तसें नसल्यास तें धन असतें.

याप्रमाणें आलेला ग्रह विमंडलावर असतो. त्यास क्रांतिवृत्तावर आणण्याकरितां कक्षापरिणतिसंस्कार द्यावा लागतो; म्हणजे क्रांतिवृत्तावरील मंदस्पष्ट ग्रह येतो.

मंदस्पष्ट ग्रहास स्पष्ट करण्याची पाश्चात्य रीत याप्रमाणें आहे:—

मंदस्पष्ट म्हणजे अर्थात् रविमध्यस्थ ग्रहांतून स्पष्ट रवि वजा करावा, म्हणजे शीघ्र केंद्र येते. शैथ्यकर्मांत स्पष्ट रविच उच्चाचे ठिकाणी असतो.



वरील आकृतीत ग्र, सू व मू हीं अनुक्रमें ग्रह, सूर्य व पृथ्वी यांचीं स्थानें आहेत; व मू सू व ग्र सू या रेषा वाढवून त्यांजवर अनुक्रमें ग्र उ व मू ह हे लंब काढिले आहेत. उ सू ग्र हें शीघ्रकेंद्र, मू ग्र सू हें शीघ्रफल व सू मू ग्र हा इनांतरसंस्कार (म्हणजे ग्रहाचें सूर्यापासून अंतर) आहे. शीघ्रफल व इनांतर यांची बेरीज अर्थात् शीघ्रकेंद्रतुल्य असते.

शीघ्रकेंद्र पहिल्या राशिषट्कांत असल्यास शीघ्रफल रवि-मध्यस्थ ग्रहांतून वजा करावें, केंद्र दुसऱ्या राशिषट्कांत असल्यास शीघ्रफल त्या ग्रहांत मिळवावें, म्हणजे भूमध्यस्थ स्पष्ट ग्रह निघतो.

$$\text{शीघ्रफलज्या} = \frac{\text{मू ह}}{\text{मू ग्र}} = \frac{\text{मू ह}}{\sqrt{\text{मू ह}^2 + \text{ग्र ह}^2}}$$

$$= \frac{\text{भुजज्या भूसूह} \times \text{भूसू}}{\sqrt{(\text{भुजज्या भूसूह} \times \text{भूसू})^2 + (\text{कोटिज्या भूसूह} \times \text{भूसू} + \text{ग्रसू})^2}}$$

परंतु भूसूह हा कोण ग्रसू उ या कोणाबरोबर म्हणजे शीघ्रकेंद्रा-बरोबर असून भूसू व ग्रसू हे अनुक्रमे पृथ्वीचा व ग्रहाचा मंदकर्ण आहेत. म्हणून—

$$\begin{aligned} \text{शीघ्रफलज्या} &= \frac{\text{भूमंदकर्ण} \times \text{शीघ्रकेंद्रज्या}}{\sqrt{(\text{भूमंदकर्ण} \times \text{शीघ्रकेंद्रज्या})^2 + (\text{भूमंदकर्ण} \times \text{शीघ्रकेंद्रकोटिज्या} + \text{ग्रहमंदकर्ण})^2}} \\ &= \frac{\text{भूमंदकर्ण} \times \text{शीघ्रकेंद्रज्या}}{\sqrt{\text{भूमंदकर्ण}^2 + \text{ग्रहमंदकर्ण}^2 + 2 \text{भूमंदकर्ण} \times \text{ग्रहमंदकर्ण} \times \text{शीघ्रकेंद्रकोटिज्या}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{द्याप्रमाणेंच इनांतरज्या} &= \frac{\text{ग्र उ}}{\text{भू ग्र}} \\ &= \frac{\text{भुजज्या उ सू ग्र} \times \text{ग्र सू}}{\sqrt{(\text{भुजज्या उ सू ग्र} \times \text{ग्र सू})^2 + (\text{कोटिज्या उ सू ग्र} \times \text{ग्र सू} + \text{भूसू})^2}} \\ &= \frac{\text{ग्रहमंदकर्ण} \times \text{शीघ्रकेंद्रज्या}}{\sqrt{\text{भूमंदकर्ण}^2 + \text{ग्रहमंदकर्ण}^2 + 2 \text{भूमंदकर्ण} \times \text{ग्रहमंदकर्ण} \times \text{शीघ्रकेंद्रकोटिज्या}}} \end{aligned}$$

यांतील छेद शीघ्रकर्णतुल्य आहे. ग्रहाच्या शीघ्रकर्णाचें परमान भूग्रहमंदकर्णाच्या योगाबरोबर असतें, व लघुतम मान त्यांच्या अंतराबरोबर असतें. आतां बुध व शुक्र या अन्तर्वर्ती ग्रहांच्या शीघ्रकर्णाचें मान भूमंदकर्णापेक्षां कमी असण्याचा संभव असल्यामुळे त्यांचें शीघ्रफल कधीं कधीं ९० अंशांहून अधिक किंवा १८० अंशांशीं तुल्यही असतें; परंतु त्यांचा इनांतर—संस्कार नेहमीं ९० अंशांहून कमी असतो; म्हणून लाघवाकरितां

त्यांचा इनांतरसंस्कार काढून व तो स्पष्ट सूर्यास देऊन स्पष्ट ग्रह करण्याचीही वहिवाट आहे. मंगळ, गुरु व शनि या वहिर्वर्ती ग्रहांचा याच्या उलट प्रकार आहे. त्यांचे इनांतर कधी कधी ९० अंशांहून अधिक असून शीघ्रफल त्याहून नेहमी कमी असते. यामुळे त्यांचे शीघ्रफल काढून त्याचा मंदस्पष्ट ग्रहास संस्कार देणेच सोडस्कर असते. हे चांगले लक्ष्यांत येण्यासाठी यांचे थोडेसे स्पष्टीकरण केले पाहिजे.

वर दिलेल्या आकृतीत उ भू या रेषेशी सू या बिंदूपाशी प्रत्येक बाजूस एक एक काटकोन करील, अशी सू क ही रेषा काढावी; व अ क च या वर्तुळास च या बिंदूत स्पर्श करणारी भू च ही रेषा काढावी.

आतां च हे स्थान ग्रहाच्या परमेनांतरकालीचे आहे; कारण, च या स्थानाच्या कोणत्याही बाजूस ग्रहास चालन दिले असतां त्याजवरून भू वर जाणारी रेषा च भू व भू सू या रेषांच्या आंतच पडेल. म्हणून ग्रहाचे इनांतर परम होण्यास त्याची मुजज्या सू च अथवा ग्रहमंदकर्ण भू सू ही असली पाहिजे, व ग्रहाचे शीघ्रकेंद्र

उ सू च असले पाहिजे. उ सू च = ९०° + क सू च = ९०° + परम इनांतर (कारण च भू सू व च सू भू या कोणांची बेरीज क सू भू या काटकोनावरोबर असून प्रत्येकांतून च सू भू हा कोण काढून घेतल्यास क सू च हा कोण च भू सू या परम इनांतराशी तुल्य रहातो)

याचप्रमाणें असेंही सिद्ध करितां येईल कीं, ग्रहाच्या शीघ्र
फलाचें मान परम असण्यास त्याची भुजज्या $\frac{\text{भूमंदकर्ण}}{\text{ग्रहमंदकर्ण}}$ इतकी

असली पाहिजे. वरील आकृतीत च हें पृथ्वीचें व भू हें ग्रहाचें स्थान
असून च भू सू हें शीघ्रफल आहे, असें मानिल्यास याचा चांगला
बोध होईल.

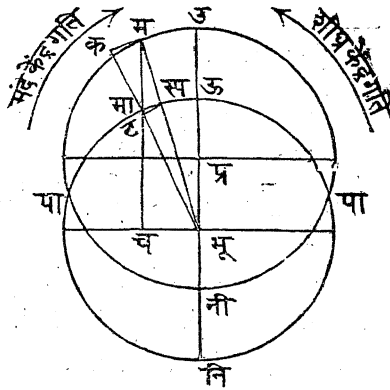
अन्तर्वर्ती ग्रहांचे मंदकर्ण भूमंदकर्णापेक्षां कमी व बहिर्वर्ती
ग्रहांचे अधिक असल्यामुळे पूर्वोक्त ग्रहांचें शीघ्रफल व उत्तरोक्त
ग्रहांचें इनांतर ९० अंशांहून अधिक कां असतें याचा आतां उल-
गडा होईल.

मंगळ, बुध, गुरु, शुक्र व शनि यांचीं परम शीघ्रफले त्यांचे
व पृथ्वीचा मंदकर्ण मध्यम असतां अनुक्रमें $४१^{\circ}१'$, $२२^{\circ}४६'$,
 $११^{\circ}५'$, $४६^{\circ}२०'$ व $१^{\circ}७'$ अंश असतात. येथें बुधशुक्रांच्या
इनांतरासच शीघ्रफल म्हटलें आहे. शीघ्रफलाचें ऋणधनत्व
मंदफलाप्रमाणेंच समजावें.

भारतीय ग्रहस्पष्टीकरण.

मंदफल व शीघ्रफल यांची भारतीय ज्योतिषांतील उपपत्ति पाश्चात्य
ज्योतिषांतल्याप्रमाणें निरनिराळी नसून एकच आहे. मात्र ती
प्रतिवृत्त व नीचोच्चवृत्त अशा दोन प्रकारांनीं स्पष्ट करितां येते.
या वृत्तांवर ग्रह फिरतात ते उच्चाच्या आकर्षणामुळे फिरतात, असे
भारतीय ज्योतिषग्रंथांत क्वचित् अस्पष्ट उद्गार आढळतात. पण
आकर्षणाचें अशा उद्गारांहून अधिक सविस्तर व सांगोपांग विवे-
चन कोठेंही केलेलें नसल्यामुळे आपणांस त्याचा विचार
करण्याचें कारण नाही.

प्रतिवृत्ताचा प्रकार असाः—



भूमध्याभोवती व त्यापासून परमफलज्येइतक्या (भू प्र) अंतरावर असणाऱ्या एका बिंदूभोवती (प्र) त्रिज्याव्यासार्धानें कक्षावृत्त व प्रतिवृत्त या नांवांचीं दोन वर्तुळें काढावीं. दोहोंच्या मध्यबिंदूस साधणारी रेषा वाढविली असतां प्रतिवृत्तास ज्या स्थानीं छेदिते त्यास उच्च म्हणतात. ग्रह प्रतिवृत्तांत मध्यम गतीनें फिरत असून तो कक्षावृत्तांत जेथें दिसेल तेथें स्पष्ट ग्रहाचें स्थान आहे असें समजावें. वरील आकृतींत म हें प्रतिवृत्तांतील व मा हें कक्षावृत्तांतील मध्यम ग्रहाचें स्थान असून त्या स्थानांमधील अंतर नेहमीं परमफलज्यातुल्य असतें. प्रतिवृत्तावरील मध्यम ग्रह भूवरून पहाणारास कक्षावृत्तावर स्प या स्थानीं दिसतो. कक्षावृत्तावरील मध्यम व स्पष्ट ग्रहांचें अंतर दाखविणाऱ्या चापास (मा स्प) फलसंस्कार म्हणतात. हा संस्कार केंद्राप्रमाणें म्हणजे उच्च व मध्यम ग्रहांमधील अंतराप्रमाणें कमीजास्त असतो. वरील आकृतींत उ भू क हा कोण केंद्र आहे, व तो भू मा च या कोणाशीं तुल्य आहे.

उ मा या केंद्रभुजांतून वजा केला असतां स्प मा हें शीघ्रफल झालें. येथें केंद्र प्रथम पदांत असल्यामुळें कक्षावृत्तावरील व प्रतिवृत्तावरील केंद्रभुज एकच आहे. पण जेथें दोन भुजांत अंतर असेल तेथें हें अंतर काढितांना प्रतिवृत्ताचा भुज घ्यावा. उदाहरणार्थ, केंद्र ९० अंशांहून अधिक परंतु (९०° + परमफल) याहून कमी असल्यास तें प्रथम पदापैकीच समजून त्यासच भुज मानावें.

यावरून निघणारी शीघ्रफलाची सारणी पाश्चात्य रीतीनें मांडिल्यास—

शीघ्रफल = प्रतिवृत्तीय केंद्रभुज-भुजज्या^{-१} कक्षावृत्तीय केंद्रज्या
कर्ण

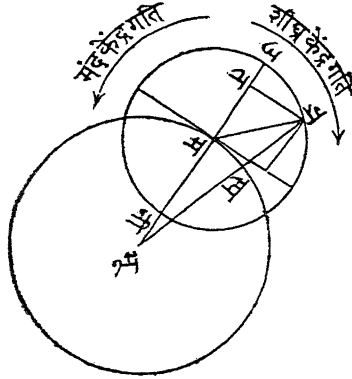
शीघ्रफल काढितांना मंदस्पष्ट ग्रहासच मध्यम ग्रह समजतात. वरील आकृतीच्या वरच्या बाजूस डावीकडे मंदकेंद्राची जी गति दाखविली आहे, ती अनुलोम असून तिच्याच धोरणानें राशीची व नक्षत्रांची त्यांच्या अनुक्रमानें स्थिति असते. शीघ्रफल काढितांना शीघ्रकेंद्र या दिशेनें न मोजतां उलट दिशेनें म्हणजे आकृतीच्या वरच्या बाजूस उजवीकडे दाखविलेल्या शीघ्रकेंद्रगतीच्या दिशेनें विलोम मोजितात. याचें कारण असें आहे कीं, मांदकर्मांत मध्यम ग्रहांतून उच्च वजा करून उरलेल्या अंशांस केंद्र म्हणतात; परंतु शैध्यकर्मांत केंद्र काढितात तें उच्चांतून मंदस्पष्ट ग्रह वजा करून काढितात. असा पंक्तिप्रपंच करण्याचें कारण इतकेंच कीं, मंदोच्चास प्रहापेक्षां फार कमी गति असल्यामुळें ग्रह उत्तरोत्तर उच्चास मार्गें टाकीत जातो, व मंदकेंद्र उच्चाच्या वरच्या बाजूसच वाढत जातें. उलट शैध्यकर्मांत सूर्यच बहिर्वर्ती

ग्रहांच्या शीघ्रोच्चाच्या स्थानी असून त्याची गति त्या ग्रहांपेक्षा अधिक असल्यामुळे व अन्तर्वर्ती ग्रहांचे मध्यम स्थान भारतीय ज्योतिषांत सूर्यस्थानीच मानिले असून वास्तविक रविमध्यस्थ मध्यम-ग्रहस्थानी मानिलेल्या शीघ्रोच्चांची गति सूर्यगतीपेक्षा अधिक असल्यामुळे शीघ्रोच्च मंदस्पष्ट ग्रहास मार्ग टाकीत जाते; व शीघ्रकेंद्र शीघ्रोच्चाच्या डाव्या बाजूस सांचत जाते. मंद व शैथ्यकर्मांत केंद्राचा अर्थ एकच घेतल्यास केंद्राच्या व फलाच्या ऋणधनत्वांत अंतर पडणार नाही.

बुध व शुक्र या अन्तर्वर्ती ग्रहांची पाश्चात्य ज्योतिषाप्रमाणे जी वास्तविक स्वकक्षेतील रविमध्यस्थ मध्यम स्थाने आहेत, त्यांच्या जागी भारतीय ज्योतिषांत त्यांच्या शीघ्रोच्चांस व सूर्यस्थानी त्यांच्या मध्यम स्थानांस कल्पिले आहे असे वर सांगितले. ही गोष्ट ते ग्रह व त्यांची शीघ्रोच्चे यांचे जे भगण आरंभी दिले आहेत त्यांवरून उघड होईल. अगदी पुरातन ज्योतिष्यांस वास्तविक प्रकार माहित असून ही योजना त्यांनी लाघवाकरितां स्वीकारिली असावी असे मानण्यास एक आधार आहे. तो आधार असा की, या ग्रहांचे शर काढितांना जो सपात ग्रह उपकरणादाखल घ्यावा लागतो, तो ग्रह व पात यांच्या योगाने न साधितां शीघ्रोच्च व पात यांच्या योगाने साधावा असा नियम जुन्या ज्योतिषग्रंथांत दिला आहे.

मंदकेंद्र व शीघ्रकेंद्र यांच्या दिशांतील भेदांमुळे मंदफल व शीघ्रफल यांच्या ऋणधनत्वांतही अंतर पडते. ते असे:—मंदकेंद्र मेषादिषट्कांत असल्यास मंदफल ऋण असते; तसें नसल्यास ते धन असते. शीघ्रकेंद्र त्या षट्कांत असल्यास ते धन असते, अन्यथा ते ऋण असते.

आतां नीचोच्चवृत्ताचा प्रकार सांगतो:—



येथें कक्षेवरील 'म' या मध्यम ग्रहापासून 'म उ' या अंत्यफलज्येनें वर्तुल काढिलें आहे; यासच नीचोच्चवृत्त म्हणतात. भूमध्य (भू) व कक्षावृत्तावरील मध्यम ग्रह (म) यांस सांधणारी रेषा नीचोच्चवृत्तास ज्या बिंदूंत छेदिते त्यास (नी) नीच म्हणतात; व नी म ही रेषा वाढविली असतां त्याच वृत्तास ज्या बिंदूंत छेदिते त्यास (उ) उच्च म्हणतात. नीचोच्चवृत्तावर फिरणारा मध्यम ग्रह कक्षावृत्तावर जेथें दिसतो, तेथें स्पष्ट ग्रहाचें स्थान (स्प) असतें. मांदकर्मांत उच्चापासून विलोम (उलट) गतीनें व शैष्य कर्मांत त्या पासून अनुलोम (सुलट) गतीनें ग्रह आपल्या केंद्रगतीनें फिरतो असें समजून नीचोच्चवृत्तावर केंद्र उच्चापासून अनुक्रमें विलोम व अनुलोम मोजावें, म्हणजे त्या केंद्राच्या अग्रभागीं ग्रह असतो. तो कक्षावृत्तावर जेथें दिसेल तें (स्प) स्पष्ट ग्रहाचें स्थान होय.

प्रतिवृत्तावर केंद्र ज्या दिशेस मोजावयाचें असतें त्याच्या उलट दिशेस नीचोच्चवृत्तावर मोजण्याचें कारण नुक्त्याच दिलेल्या दोन

आकृतींची तुलना केल्यास ताबडतोब लक्ष्यांत येईल; कारण प्रति-
वृत्ताच्या आकृतींत मा या बिंदूभोवती म मा या परमफलज्येने
नीचोच्चवृत्त काढिले असतां असे आढळून येईल की नीचोच्चवृ-
त्ताच्या आकृतीतील ग्र म व उ म या रेषा अनुक्रमें म मा व क
मा या रेषांवर पडतात; व म मा क हा कोण उ म मा या केंद्राशी
तुल्य असल्यामुळे म हें कर्णाग्रिचें ग्रहस्थान नीचोच्चवृत्तावर
त्यावरील उच्चस्थानापासून (हें स्थान मा क ही रेषा वाढविली
असतां नीचोच्चवृत्तास ज्या बिंदूंत छेदील तेथें असतें.) व प्रति-
वृत्तावर त्यावरील उच्चस्थानापासून (म्हणजे उ पासून) केंद्रतुल्य
अंतरावर आहे; परंतु ते उ म व म क या रेषांमध्ये असल्यामुळे
त्या वृत्तांवर केंद्र उच्चांपासून विरुद्ध दिशांनीं मोजावें लागतें.

आपल्या ज्योतिषग्रंथांत अंत्य फलांची चापात्मक किंवा
भुजज्यात्मक मानें न देतां परिधिमानें दिलीं असतात. या पद्ध-
तीचें मूळ या नीचोच्चवृत्तांतच असावें असें दिसतें.

प्रतिवृत्ताच्या आकृतींतल्याप्रमाणें येथेंही फलज्या परमफलज्या ×

$\frac{\text{केंद्रभुजज्या}}{\text{कर्ण}}$ इतकी आढळून येईल.

$$\text{वरील आकृतींत कर्ण} = \text{ग्र मू} = \sqrt{(\text{त म} + \text{मू म})^2 + \text{ग्र त र}}$$

$$= \sqrt{(\text{कोटिफल} + \text{त्रिज्या})^2 + \text{भुजफल}^2} \quad (\text{येथें नीचोच्च-}$$

वृत्तावरील केंद्रज्येस भुजफल व कोटिज्येस कोटिफल म्हटलें आहे.)

$$\text{आतां ज्याअर्थीं भुजफल} = \sqrt{\text{अंत्यफलज्या}^2 - \text{कोटिफल}^2}$$

त्याअर्थीं कर्ण = $\sqrt{\text{अंत्यफलज्या}^2 + \text{त्रिज्या}^2 + 2 \text{त्रिज्या} \times \text{कोटिफल}}$.
त म ही रेषा साधण्यास केंद्र मकरादि (म्हणजे ९ राशीपासून
३ राशीपर्यंत) असतांना त्रिज्येंत कोटिफल मिळवावें लागतें, व

केंद्र कर्क्यादि (म्हणजे ३ राशीपासून ९ राशीपर्यंत) असतांना वजा करावे लागते.

मागे दिलेल्या प्रतिवृत्ताच्या आकृतीतील भूमक या त्रिकोणा-वरूनही कर्णाची ही सारणी निघते.

सिद्धांतशिरोमणीप्रमाणे येणारी ग्रहांची परम मंदफलें व परम शीघ्रफलें खाली देतो.

	ग्रह						
	रवि	चंद्र	मंगळ	बुध	गुरु	शुक्र	शनि
परममंदफल	२°१०'	५°१'	११°११'	६°२'	५°१५'	१°४५'	७°५८'
परमशीघ्रफल	०	०	४२°३५'	२१°३१'	१०°५२'	४५°४३'	६°२१'

वरील आंकड्यांतील बहुतेक आंकडे पाश्चात्य आंकड्यांशी जुळतात. बुध व शुक्र यांच्या परम मंदफलांची भारतीय मानें पाश्चात्यांच्या परम फलांच्या मानानें फारच चुकली आहेत. या चुकीचे कारण कै० शंकर बाळकृष्ण दीक्षित यांनी असे दिले आहे की, आधुनिकांची मानें केवळ सूर्यबिंबस्थ द्रष्ट्याच्या संबधानें असून आमच्या ग्रंथांत तींच मानें भूस्थ द्रष्ट्यास दिसतील तितकीच दिली आहेत.

भारतीय ज्योतिषांत सूर्याचे मंदफल १°५५' नसून ३°१०' आहे. इकडील ज्योतिषी सूर्यचंद्रांचे वेध घेत ते बहुधा ग्रहणप्रसंगीच घेत असल्यामुळे व चंद्राचा एक संस्कार (याचे परम मान ११ कला आहे.) सूर्याच्या मंदफलाप्रमाणे रविकेंद्रावर अवलंबून असल्यामुळे तो चंद्रास घनर्ण समजावयाचा तो सूर्यासच ऋणघन समजला जाऊन सूर्याच्या परम मंदफलांत ११ कलांची भर पडली असे

रा० व्यंकटेश बापूजी केतकर यांचें मत आहे, तें सयुक्तिक दिसतें-
तरी पण या मानानेही भारतीयांचें परम मंदफल सूक्ष्म परम मंदफला-
पेक्षां ४ कलांनी अधिक आहे. चंद्राचें जें परम मंदफल वर दिलें
आहे तें पर्वातीचें आहे; व पर्वातीचें पाश्चात्य परम फल $५^{\circ} ३'$ याच्या
तें वरेंच जवळ आहे.

प्राचीन भारतीय ज्योतिष्यांच्या मते सामान्यतः परम फल चल
असून तें केंद्राच्या सम व विषम पदांती भिन्न असतें; म्हणजे
विषमपदांतापेक्षां समपदांती तें मोठें असतें; पर्यायानें सांगावयाचें
ज्ञाल्यास प्रतिवृत्तें गोल नसून चापट असतात. मध्यंतरींच्या भारतीय
ज्योतिष्यांमध्ये भिन्न भिन्न परमफलें मानण्याचा हा प्रघात कमी दिसून
येतो. सिद्धांतशिरोमणिकारांनी शुक्राचें परम मंदफल मंदकेंद्राच्या युग्म-
पदांती (समपदांती) वरील कोष्टकांत दिल्याप्रमाणें $१^{\circ} ४५'$ मानिलें
असून ओजपदांती (विषमपदांती) तें $१^{\circ} २५'$ मानिलें आहे;
व त्याचें परम शीघ्रफल युग्मपदांती $४५^{\circ} ४१'$ मानिलें असून
ओजपदांती $४६^{\circ} ४९'$ मानिलें आहे. गतपदांतीच्या व चालू
पदांतील इष्ट स्थानाच्या परमफलज्यांतील अंतराच्या भुजज्येचें
गत व गम्य पदांतीच्या परमफलज्यांतील अंतराशी जें
प्रमाण असतें तें गतपदांतानंतर सांचलेल्या केंद्राच्या भुजज्येचें
त्रिज्येशी जें प्रमाण असतें तत्तुल्य असतें. मंगळाचें परम शीघ्र-
फल वरील कोष्टकांत जें $४२^{\circ} ३९'$ दिलें आहे, तें शीघ्रकेंद्राच्या
पदसंधीत म्हणजे तें $९०^{\circ}, १८०^{\circ}, २७०^{\circ}$ व ३६०° असतां मात्र
उपयोगी पडतें. पदांच्या मध्यमार्गी तें $४१^{\circ} ९'$ असतें. पदमध्य
वःपदसंधि यांच्यामधील स्थानाचें काढावयाचें असल्यास त्या
पदांचा गत व गम्य भाग काढून त्यापैकी जो लहान भाग असेल
त्याची भुजज्या काढावी. नंतर ४५ अंशांच्या भुजज्येस जर संधिस्थ

व मध्यस्थ परमशीघ्रफलज्यांतील अंतर तर त्या भुजज्ये
हैं त्रैराशिक सोडवावें म्हणजे संधिस्थ किंवा मध्यस्थ परमशी
घ्रावयाच्या संस्काराची भुजज्या येते. सिद्धांतशिरोमणीत इत
परम मानें ओज व युग्मपदांती एकच असतात असें मानिं
त्यापेक्षां पुरातन अशा अनेक ग्रंथांत तीं भिन्न मानिलीं
वर आलेच आहे.

यापूर्वी ग्रहांच्या मंदोच्चांची भारतीय व पाश्चात्य मानां
दिली आहे. पाश्चात्य मानानें चंद्रेतर कोणत्याही ग्रहाच्या
एका भगणास लागणारी वर्षसंख्या जास्तीत जास्ती सहा आं
आहे, व भारतीय मानानें ती क्रांतिपाताशिवाय कर्मांत क
आंकड्यांची आहे. याप्रमाणें दोन्ही मानांत फारच फरक अ
मंदोच्चगतीच्या परम अल्पत्वाकडे लक्ष दिलें असतां तो
वाटेल. चंद्रोच्चाची गति दोघांची सारखीच आहे. इतर ३
उच्चांची पठित (म्हणजे ग्रंथांत दिलेल्या) भगणसंख्येवरून
वर्तमानकालिक स्थानेही विशेष चुकलीं नाहींत हें खालीं
सिद्धांतशिरोमणीय व पाश्चात्य निरयन-रैवत राश्यात्मक
वरून उघड होईल. हीं स्थाने सन १९०१ सालचीं आहे

स्थाने	रवि	मंगळ	बुध	शुक्र	शुक्र
सिद्धांत- शिरोमणीय	२-१८°	४-८°	७-१५°	५-२३°	२-२१°
पाश्चात्य	२-२३°	४-१६°	७-२८°	५-२५°	९-२२°

यावरून शुक्रोच्चाच्याशिवाय बाकीचीं भारतीय व पाश्चात्य म
स्थाने जवळ जवळ आहेत हें दिमून येईल. भारतीय ज्योति
उच्चगति पाश्चात्य उच्चगतीपेक्षां अल्प असल्यामुळे भारतीय म

भगणें ज्या काळीं ठरविलीं तेव्हांचीं उच्चस्थानें यापेक्षांही वास्तव-स्थानांच्या जवळ असलीं पाहिजेत.

वरील गणितानें मंगळाचें जें मंदोच्च येतें, तें सिद्धांताशिरोमणि-काराच्या मतें शीघ्रकेंद्रपदसंधीत मात्र उपयोगीं पडतें. शीघ्रकेंद्र-पदांच्या मध्यभागीं व केंद्र ३ राशींपासून ९ राशीपर्यंत असतां मंदोच्च ६ अंश ४० कलांनीं कमी समजावें; व केंद्र ९ राशींपासून ३ राशीपर्यंत असल्यास अधिक समजावें. मंगळ शीघ्रकेंद्राचा पदसंधि व पदमध्य यांमध्ये असल्यास त्याचें मंदोच्च काढण्याकरितां प्रथम तो ज्या पदांत असेल, त्याचा गत भाग व गम्य भाग काढून त्यां-पैकीं जां भाग लहान असेल त्याची भुजज्या काढावी. नंतर ४५ अंशांच्या भुजज्येस जर ६ अंश ४० कला, तर त्या भुजज्येस किती, हें त्रैराशिक सोडवावें; म्हणजे पदसंधिस्थ मंदोच्चास द्याव-याचा संस्कार यतो.

वर पाश्चात्य ज्योतिषांतील मंदफलाची साधारण सारणी दिली आहे, तिच्यांत पहिला राशि २ च \times र \times केंद्रभुजज्या हा आहे. कोणत्याही एका ग्रहाचा विचार केला. तर २ च \times र हा राशि सामान्यतः स्थिर असून केंद्रज्या हा राशि चल असतो. २ च \times र हा राशि परममंदफलाशीं तुल्यप्राय असतो. म्हणजे पहिला राशि परममंदफल \times केंद्रज्या असा मांडितां येईल. यापुढील राशि कक्षाकेंद्रच्युति ज्या मानानें कमी असते त्या मानानें अल्पप्रमाण असतात; व ती वरीच कमी असल्यास ते जमेस धरिले नाहींत तरी चालतें. याप्रमाणें मंदफलाची भारतीय सारणी व पाश्चात्य सारणी या एकमेकींच्या जवळ जवळ आहेत हें उघड होईल.

भारतीयांचें शीघ्रप्रतिमंडल तेंच पाश्चात्यांचें क्रांतिवृत्त व त्यांच्या मतें बुधशुक्राचें जें शीघ्रफल तें पाश्चात्यांच्या दृष्टीनें इनांतर, येवढें लक्षांत वागविल्यास शीघ्रफलाची उपपत्ति पाश्चात्य व भारताय

ज्योतिषांत एकच आहे हें उघड होईल. त्यामुळे उभयतांचीं शीघ्रफलें- ही तुल्यप्राय आहेत. तुल्य न म्हणण्याचें एक कारण असें कीं, भारतीय ज्योतिषी बहिर्वर्ती ग्रहांच्या शीघ्रोच्चस्थानी मंदस्पष्ट सूर्यास न समजतां मध्यम सूर्यासच समजतात. याशिवाय दोषांच्या इतर उपकरणांतही अंतर असल्यामुळे फलांतही अंतर पडतें. त्याचा प्रकार असा:—

$$\text{भारताय ज्योतिषांतील शीघ्रफलज्या} = \frac{\text{परमशीघ्रफलज्या} \times \text{शीघ्रकेंद्रज्या}}{\text{कर्ण.}}$$

अंत्यफलज्या \times शीघ्रकेंद्रज्या

$$\checkmark \text{ त्रिज्या}^2 + \text{अंत्यफलज्या}^2 + २\text{अंत्यफलज्या} \times \text{केंद्रकोटिज्या.}$$

बुध व शुक्र यांच्या इनांतराचा शीघ्रफलामध्ये अंतर्भाव केल्यास शीघ्रफलाची अंतर्वर्ती व बहिर्वर्ती ग्रहांस साधारण अशी पाश्चात्य सारणी ही होईल:—

$$\text{शीघ्रफलज्या} = \frac{\text{पृथ्वी व ग्रह यांच्या मंदकर्णापैकीं लघुतर मंदकर्ण} \times \text{शीघ्रकेंद्रज्या}}$$

$$\checkmark \text{ महत्तरकर्ण}^2 + \text{लघुतरकर्ण}^2 + २\text{लघुतरकर्ण} \times \text{महत्तरकर्ण} \times \text{शीघ्रकेंद्रकोटिज्या}$$

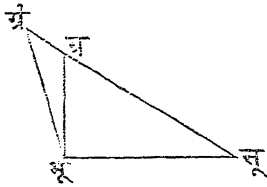
या दोन सारण्या वरोवर असून भारतीय सारणीतील अंत्यफलज्या व त्रिज्या हे दोन राशि पाश्चात्य सारणीतील लघुतर व महत्तर मंदकर्णांच्या जोडीचे आहेत, व पहिल्या सारणीतील केंद्रकोटिज्या दुसऱ्या सारणीतील महत्तरकर्ण \times शीघ्रकेंद्रकोटिज्या या राशीशीं म्हणजे अर्थात् त्रिज्या \times शीघ्रकेंद्रकोटिज्या या राशीशीं तुल्य आहे.

आतां भारतीय सारणीतील त्रिज्या हा राशि स्थिर आहे; व अंत्यफलज्या हा राशि जरी अनेक ग्रंथांतून चल मानिला आहे, तरी ज्याप्रमाणें सिद्धांत शिरोमणीत मंगळाचें मंदोच्च शीघ्रकेंद्राच्या स्थितीवर अवलंबून ठेविलें आहे, त्याप्रमाणें तो राशि मंदकर्णावर अवलंबून ठेविलेला नसून, शीघ्रकेंद्राच्याच स्थितीवर अवलंबून आहे असें

मानिलें आहे. इतर अनेक ग्रंथांत तो राशि स्थिरच मानिला आहे. उलट पक्षी पाश्चात्य सारणीतील पृथ्वी व ग्रह यांचे मंदकर्ण स्थिर नसून चल आहेत. पाश्चात्य ज्योतिर्गणिताप्रमाणें मंदकर्णांचें ग्रहाच्या महत्तम व्यासार्धाशीं प्रमाण हें असतें:—

$[(१ + \frac{१}{२} च^२) + च (१ - \frac{१}{२} च^२)$ कोटिज्या क]. येथेही कक्षा-केंद्रच्युतीस च व केंद्रास क म्हटलें आहे.

पृथ्वी व ग्रह यांचे मंदकर्ण चल असल्यामुळें, भारतीय सारणीनें येणाऱ्या फलांत किती अंतर पडतें हें पाहूं.



या आकृतींत भू हें पृथ्वीचें, सू हें सूर्याचें व ग्र हें ग्रहाचें स्थान आहे. भू, ग्र हा ग्रहाचा मध्यम शीघ्र-कर्ण व ग्र, सू हा ग्रहाचा मध्यम मंद-कर्ण आहे. यांपैकीं ग्रहाच्या मंद-

कर्णांत थोडासा फरक झाल्यास त्याच्या शीघ्रकर्णांत, दोहोंमधील कोणांत (शीघ्रफलांत) व भूस्थानीय कोणांतही (इनांतरांत) फरक पडतो, पृथ्वीच्या मंदकर्णांत व सूर्यस्थानीय कोणांत कांहीं फरक पडत नाही, हें वरील आकृतीवरून उघड होईल.

भू, ग्र व सू या स्थानांजवळील कोणांस अनुक्रमें भू, ग्र व सू व त्यांसमेरील वाजूस भौ, ग्रा व सौ असें म्हणूं.

$$\text{आतां } \frac{\text{भुजज्या भू}}{\text{भौ}} = \frac{\text{भुजज्या ग्र}}{\text{ग्रा}}$$

∴ ग्रा भुजज्या भू = भौ भुजज्या ग्र.

यानंतर भौ हा राशि चल आहे अशी कल्पना करून वरील समीकरणाचें तारतम्य (Differentiation) घेतलें असतां—

$$\text{ग्रा कोटिज्या भू} \times \frac{\text{त भू}}{\text{त भौ}} = \text{भुजज्या ग्र} + \text{भौ कोटिज्या ग्र} \times \frac{\text{त ग्र}}{\text{त भू}}$$

परंतु ज्याअर्थीं सू हा कोण स्थिर आहे, व वरील आकृती-मधील त्रिकोणांतील तिन्ही कोण मिळून दोन काटकोन होतात, त्या अर्थीं त भू = -त ग्र; म्हणजे भू मध्ये जो फरक पडतो तितकाच परंतु विपरीत चिन्हाचा फरक ग्र मध्ये पडतो.

$$\therefore \text{ग्रा कोटिज्या भू} \times \frac{\text{त भू}}{\text{त भौ}} = \text{भुजज्या ग्र-भौ कोटिज्या ग्र} \times \frac{\text{त भू}}{\text{त भौ}}$$

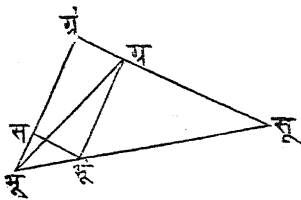
$$\therefore \frac{\text{त भू}}{\text{त भौ}} (\text{ग्रा कोटिज्या भू} + \text{भौ कोटिज्या ग्र}) = \text{भुजज्या ग्र}$$

परंतु ग्रा कोटिज्या भू + भौ कोटिज्या ग्र = सौ.

$$\therefore \frac{\text{त भू}}{\text{त भौ}} = \frac{\text{भुजज्या ग्र}}{\text{सौ}} \therefore \text{त भू} = \frac{\text{भुजज्या ग्र}}{\text{सौ}} \times \text{त भौ}; \text{ व}$$

$$\text{त ग्र} = - \frac{\text{भुजज्या ग्र}}{\text{सौ}} \times \text{त भौ}.$$

येथपर्यंत आपण ग्रहाच्या मंदकर्णात काय तो फरक झालेला कल्पिला आहे. परंतु त्याबरोबर पृथ्वीच्या मंदकर्णातही पडत असलेला फरक हिशंवांत घेतला पाहिजे.



या आकृतीतील स्थाने पूर्व-वत्च आहेत. ग्र भू ही रेषा ग्र भू या रेषेस समांतर काढिलेली आहे; व भू सही रेषा ग्र ग्र या रेषेस समांतर काढिली आहे. भू

ग्र सू हे शीघ्रफल आहे. सू भू हा मध्यम मंदकर्ण भू भू या रेषेने कमी केव्यास भू ग्र सू हे शीघ्रफल होतें. आतां सू ग्र भू हा कोण सू ग्र भू या कोणाबरोबर आहे; व तो कोण सू ग्र या मध्यम

ग्रहमंदकर्णांत ग्र ग्र मिळवून झालेल्या रेषेचें अग्र व मध्यम भूमंदकर्णाचें अग्र यांस सांधणारी रेषा व ग्रहमंदकर्ण यांच्यामध्ये आहे. अर्थात् मध्यम भूमंदकर्णांत भू भू हा फरक झाल्याने शीघ्र फलांतर जो परिणाम होतो, तोच परिणाम ग्रहमंदकर्णांत ग्र ग्र हा विपरीत दिशेचा फरक पडल्यानेही होतो; व ग्र ग्र = स भू = भू भू × सू ग्र. येथे ग्र ग्र ही रेषा सू ग्र या रेषेच्या मानानें असावी त्या-भू सू

पेक्षां फार मोठी धरिली आहे. ती जों जों कमी करावी तों तों सू ग्र हा राशि सू ग्र या राशीशी तुल्यप्राय होत जातो. भू सू भू सू

मध्यम भूमंदकर्णांत पडणारा फरक त्या कर्णाच्या मानानें फार अल्प असतो; त्याप्रमाणेंच त्यामुळें मध्यम ग्रहमंदकर्णांत पडणारा फरकही त्या कर्णाच्या मानानें फार अल्प असतो. म्हणून त्या फरकांचें परस्परप्रमाण खालील समीकरणानें दाखविण्यास हरकत नाही:—

$$\text{ग्र ग्र} = \text{त भौ} = \text{भू भू} \times \frac{\text{सू ग्र}}{\text{भू सू}} = \text{त प्रा} \times \frac{\text{ग्रहमध्यममंदकर्ण}}{\text{भूमध्यममंदकर्ण}};$$

व भूमंदकर्णांत पडणाऱ्या अंतरामुळें ग्रहमंदकर्णांत पडणाऱ्या या अंतरास $\frac{\text{भुज्ज्या प्र नें}}{\text{सौ}}$ गुणिलें म्हणजे शीघ्रफलांत पडणारें अंतर येतें.

याप्रमाणें पृथ्वी व ग्रह यांच्या मध्यम मंदकर्णांत फरक पडल्यामुळें शीघ्रफलांत जो फरक पडतो त्याची सारणी खाली दिल्याप्रमाणें होते:—

$$त प्र = - \frac{\text{भुजज्या प्र}}{\text{सौ}} \times \left\{ त भौ + \frac{त प्रा \times \text{ग्रहमध्यममंदकर्ण}}{\text{भूमध्यममंदकर्ण}} \right\}$$

व इनांतरांत पडणाऱ्या अंतराची सारणी ही होते:-

$$त भू = \frac{\text{भुजज्या प्र}}{\text{सौ}} \times \left\{ त भौ + \frac{त प्रा \times \text{ग्रहमध्यममंदकर्ण}}{\text{भूमध्यममंदकर्ण}} \right\}$$

येथे प्र, सौ, त प्रा व त भौ म्हणजे अनुक्रमे अस्फुट शीघ्र-फल, ग्रहाचा मध्यम शीघ्रकर्ण, भूमंदकर्णांत पडणारें अंतर व त्यामुळे ग्रहमंदकर्णांत पडणारें अंतर हीं होत. ज्याअर्थी भारतीय ज्योतिषांतील शीघ्रफलांत अंतर्वर्ती ग्रहांच्या इनांतराचा समावेश होतो, त्याअर्थी त्या ग्रहांच्या शीघ्रफलांत पडणारें अंतर काढितांना दुसऱ्या सारणीचा उपयोग केला पाहिजे.

पृथ्वी व ग्रह यांच्या मंदकर्णांत अंतर पडल्यामुळे शीघ्रकर्णांत-ही अंतर पडतें. या अंतराचा शरसाधनप्रसंगी उपयोग होतो; म्हणून तें किती असतें हें पाहूं:-

$$\text{वरील आकृतीत } \frac{\text{सौ}}{\text{भुजज्या सू}} = \frac{\text{प्रा}}{\text{भुजज्या प्र}} = \frac{\text{भौ}}{\text{भुजज्या भू}}$$

∴ सौ भुजज्या प्र = प्रा भुजज्या सू
तसेंच सौ भुजज्या भू = भौ भुजज्या सू.

यांतील पहिल्या समीकरणार्चे प्रा च्या मानानें व दुसऱ्याचें भौ च्या मानानें तारतम्य काढिलें असतां—

$$न सौ \times \text{भुजज्या प्र} + \text{सौ कोटिज्या प्र त प्र} = \text{भुजज्या सू} \times \text{त प्रा}$$

$$\text{त भौ} \times \text{भुजज्या भू} + \text{सौ कोटिज्या भू त भू} = \text{भुजज्या सू}$$

$$\text{त भौ}$$

परंतु त भू = त प्र; म्हणून दुसऱ्या समीकरणांत त भू बदल-
त प्र घालण्यास हरकत नाही. आतां पहिल्या समीकरणास
कोटिज्या भू या राशीने व वरील बदल करून आलेल्या दुसऱ्या
समीकरणास कोटिज्या प्र या राशीने गुणून दुसरें पहिल्यांत
मिळविलें असतां—

भुजज्या (प्र + भू) × त सौ = भुजज्या सू (कोटिज्या भू ×
त प्रा + कोटिज्या प्र × त भौ)

परंतु सू व (१८०°-सू) म्हणजे (प्र + भू) या दोन
कोणांच्या भुजज्या परस्परांशीं तुल्य आहेत. म्हणून—

त सौ = कोटिज्या भू × त प्रा + कोटिज्या प्र + त भौ.
म्हणजे मध्यम व स्पष्ट शीघ्रकर्णातील अंतर = इनांतरकोटिज्या ×
पृथ्वीच्या मध्यम व स्पष्ट मंदकर्णातील अंतर + शीघ्रफलकोटि-
ज्या × ग्रहाच्या मध्यम व स्पष्ट मंदकर्णातील अंतर.

वरील सारण्यांचा रा. रा. व्यंकटेश बापूजी केतकर यांनी
आपल्या ज्योतिर्गणितांत उपयोग केला आहे.

येथवर ग्रहांचें वास्तविक स्पष्ट स्थान व भारतीय ज्योति-
र्गणिताप्रमाणें येणारें स्पष्ट स्थान यांमध्ये अंतर पडण्याची
कारणें दिलीं. भारतीय ज्योतिषी मंदफल व शीघ्रफल यांशिवाय
इतर कोणतेही संस्कार मध्यम ग्रहास देत नाहींत. ते
मध्यम सूर्यासच मध्यम बुध व शुक्र समजून त्यांपासूनच मंद-
केंद्र आणितात; व त्यांसच मंदफलाचा संस्कार देतात.
त्यांच्या मंदफलाची सारणी किंचित् चुकीची असून मंदोच्च-
स्थानें व परममंदफलेंही थोडीं फार चुकली आहेत. ते मंदस्पष्ट
ग्रहास कक्षापरिणतिसंस्कार देत नाहींत. शीघ्रफलाची त्यांची
सारणी बरोबर असून अंत्य शीघ्रफलेंही फारशी चुकलेलीं नाहींत.

पण ते बहिर्वर्ती ग्रहांचें शीघ्रोच्च मंदस्पष्ट सूर्यास न मानितां मध्यम सूर्यास मानितात; यामुळें त्यांच्या शीघ्रफलांत अंतर पडतें; व त्यांनीं मध्यम सूर्यासच मध्यम अंतर्वर्ती ग्रह मानून त्यांच्या वास्तव रविकेंद्रीय मध्यम स्थानांस त्यांचीं शीघ्रोच्चें मानिल्यामुळें जरी त्यांचीं मध्यम शीघ्रकेंद्रे (मध्यम सूर्य व मध्यम अंतर्वर्ती ग्रह यांतील अंतरास येथें मध्यम शीघ्रकेंद्र म्हटलें आहे.) वरोबर असतात, तरी वर लिहिल्याप्रमाणें मंदफलें मुळींच न दिल्यामुळें किंवा चुकीचीं दिल्यामुळें त्यांच्या स्पष्ट केंद्रांत व अतएव शीघ्रफलांत वरेंच अंतर पडतें. याशिवाय त्यांनीं शीघ्रफलसाधनांत पृथ्वी व ग्रह यांच्या स्पष्ट मंदकर्णावद्दल मध्यम मंदकर्णच उपकरणांदाखल योजिले असल्यामुळें शीघ्रफलांत चूक पडते ती निराळीच.

गणितानें येणारें स्पष्ट ग्रहाचें स्थान व वेधानें येणारें स्थान यांची सांगड घालण्याकरितां भारतीय ज्योतिषांत असकृत्कर्म करण्यांत येतें; या असकृत्कर्माची सिद्धांतशिरोमणींत अशी रीत दिली आहे:—प्रथम मांद व शैश्व्य कर्मांनीं स्पष्ट ग्रह करावा, व तो मध्यम ग्रह समजून व त्यापासून मंदफल आणून त्याचा वास्तव मध्यम ग्रहास संस्कार करावा; अशा रीतीनें संस्कृत झालेल्या ग्रहास मंदस्पष्ट ग्रह समजून त्यापासून पुन्हा शीघ्रफल आणावें, व तें त्या ग्रहास देऊन त्यास स्पष्ट करावें. हें कृत्य वारंवार केलें म्हणजे सूक्ष्म स्पष्ट ग्रह येतो. मांद व शैश्व्य कर्में परस्परंवर अवलंबून असतात, यापलीकडे या पौनःपुन्याची उपपत्ति दिलेली नाहीं; व त्यापासून ग्रहाचें स्थान वरोबर येण्याचा कधीं कधीं संभव जरी असला, तरी तें पुष्कळ वेळां खऱ्या स्थानापासून दूरही जातें.

स्पष्टकालिक स्पष्ट ग्रह.

येथपर्यंत भारतीय ज्योतिषी भूमीवरील इष्ट स्थानाचा मध्यम सूर्योदयीचा स्पष्ट ग्रह कसा काढितात याबद्दल सांगितलें. मध्यम-कालिकापासून स्पष्टकालिक ग्रह करण्याकरितां स्पष्ट ग्रहास तीन संस्कार करावे लागतात. शून्य अक्षांशरेखांश असलेल्या स्थानाचा मध्यम सूर्योदय व इष्ट स्थलाचा स्पष्ट सूर्योदय यांतील अंतर नाहीसे करण्यास देशांतर, चर, भुजांतर व उदयांतर हे कालात्मक संस्कार करावे लागतात, हें मागील भागांत सांगितलें आहेच; व त्यांपैकी देशांतराच्या जोडीचा मध्यम ग्रहास करावयाचा क्षेत्रांशात्मक संस्कारही या भागांत पूर्वी सांगितला आहेच. उरलेल्या तीन संस्कारांतील घटिकांइतक्या नाक्षत्र घटिकांत (६० घटिका १० पळें इतक्या नाक्षत्र घटिकांस ग्रहदिनगति या मानानें) ग्रहाची गति किती होते, तें काढून तिचा कालात्मक संस्कारांच्या चिन्हांप्रमाणें मध्यमसूर्योदयकालिक स्पष्ट ग्रहास पृथक् पृथक् संस्कार करावा; म्हणजे स्पष्ट सूर्योदयीचा स्पष्ट ग्रह निघतो.

हे संस्कार इतर ग्रहांप्रमाणें सूर्यासही करावे लागतात.

तात्कालिक मध्यम व स्पष्ट ग्रह.

स्पष्टसूर्योदयकालिक मध्यम ग्रहापासून इष्ट घटिकांचा मध्यम ग्रह काढणें फार सोपें असतें; कारण त्यांमधील अंतर ६० घटिकांस जर ग्रहाची दिनगति तर इष्ट घटिकांस किती, या त्रैराशिकानें निघतें. यास ग्रहाचें तात्कालिकीकरण म्हणतात. तात्कालिक मध्यम ग्रहापासून स्पष्ट ग्रह पूर्वोक्त रीतीनें करावा.

नक्षत्रें.

वर जी ग्रहस्थिति म्हटली आहे, ती मेषादि द्वादशराशिक्रांतील होय. चंद्राची स्थिति पंचांगांत राश्यात्मक व नक्षत्रात्मक

अशी दुहेरी देण्याची वाहिवाट आहे. नक्षत्र म्हणजे राशीचा ४ भाग. नक्षत्रे अश्विन्यादि असून तत्संबंधी चंद्रस्थितीसही नक्षत्रच म्हणतात. प्रत्येक नक्षत्राचे चार तुल्य चरण असतात. हीं नक्षत्रे विभागात्मक होत. तारात्मक नक्षत्रे यांहून भिन्न असतात.

ग्रहगति.

येथपर्यंत ग्रहाची स्थिति कशी काढितात यासंबंधानें विवेचन झालें. लागोपाठ दोन दिवसांच्या ग्रहस्थानांतील अंतरास ग्रहगति, अर्थात् ग्रहदिनगति म्हणतात. ग्रहाचे कल्पभगण व कल्पांतील सावन दिवस यांच्या प्रमाणावरून त्याची मध्यम दिनगति काढितात. त्या गतींत मांद गतिफल मिळविलें म्हणजे दोन दिवसांच्या मंदस्पष्ट ग्रहांतील अंतर आलें. यास मंदस्पष्टग्रहगति म्हणतात. मांद गतिफल म्हणजे दोन दिवसांच्या मंदफलांतील अंतर. आतां मंदफल काढण्याची सारणी—

मंदफलज्या = $\frac{\text{अंत्यफलज्या} \times \text{केंद्रज्या}}{\text{त्रिज्या}}$, ही वर दिलीच आहे;

अतिजवरून दोन दिवसांच्या मंदफलांची अंतरज्या = $\frac{\text{अंत्यफलज्या}}{\text{त्रिज्या}} \times$

(प्रथमदिनीयकेंद्रज्या - द्वितीयदिनीयकेंद्रज्या). परंतु कोणांत अल्प अंतर पडल्यास त्या अंतराशीं त्या कोणाच्या व सांतर

कोणाच्या भुजज्यांत पडणाऱ्या अंतराचें प्रमाण $\frac{\text{कोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$ हें

असतें, हा शून्यलब्धिगणितांतील सिद्धांत प्रसिद्ध आहे; म्हणून
(प्रथमदिनीयकेंद्रज्या - द्वितीयदिनीयकेंद्रज्या) =

$$\frac{\text{केंद्रदिनगति} \times \text{प्रथमदिनीयकेंद्रकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$\therefore \text{मांद गतिफल} = \frac{\text{अंत्यफलज्या}}{\text{त्रिज्या}} \times$$

$$\frac{\text{केंद्रदिनगति} \times \text{प्रथमदिनीयकेंद्रकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$\text{परंतु} \frac{\text{अंत्यफलज्या} \times \text{प्रथमदिनीयकेंद्रकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}} = \text{कोटिफल,}$$

$$\text{म्हणून मांद गतिफल} = \frac{\text{कोटिफल} \times \text{केंद्रदिनगति}}{\text{त्रिज्या}}$$

हे गतिफल केंद्र कर्क्यादि षट्कांत असल्यास धन असतें; कारण कर्क्यादि राशित्रयांत ऋण मंदफल कमी होत असतें, व तुलादि त्रयांत धन मंदफल वाढत असतें. केंद्र मकरादि षट्कांत असल्यास गतिफल ऋण असतें; कारण मकरादि त्रयांत धन मंदफल कमी होत असतें, व मेषादि त्रयांत ऋण मंदफल वाढत असतें.

चंद्राची केंद्रगति (चंद्रगति—चंद्रोच्चगति) इतकी असते. इतर ग्रहांच्या उच्चगतीच्या अल्पत्वामुळे त्यांची स्वतःची जी गति तीच केंद्रगति समजण्यास हरकत नसते.

मांद गतिफलाच्या सारणीवरून—

$$\text{परम मांद गतिफल} = \frac{\text{अंत्यफलज्या} \times \text{केंद्रदिनगति}}{\text{त्रिज्या}}$$

रवि व चंद्र यांची परम मांद गतिफलें अनुक्रमें २ कला १४ विकला व ६८ कला ४८ विकला असतात.

ज्या अर्थी $\frac{\text{गतिफल}}{\text{परम गतिफल}} = \frac{\text{केंद्रकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$, त्याअर्थी वर

परम गतिफलांस केंद्रकोटिज्येने गुणून त्रिज्येने भागिलें अस त्यांच्या गतिफलांच्या किंमती येतात.

चंद्रसूर्येतर ग्रहांची सूक्ष्म स्पष्ट गति काढावयाची असल्या ती मंदस्पष्ट गतीत शैथ्य गतिफल मिळवून न काढितां शीघ्रकेंद्रग स्पष्ट करून व ती स्पष्टकेंद्रगति शीघ्रोच्चगतीतून वजा करू काढितात. मंदस्पष्टगतिसाधनांतल्याप्रमाणें शैथ्य गतिफल काढण्याचें कारण असें कीं, मांद गतिफल काढितांना अंत्यफल ज्येचा भाजक त्रिज्या असते; परंतु शैथ्य गतिफल काढितां अंत्यफलजेचा भाजक कर्ण असतो, व एक दिवशीं जो क तोच दुसऱ्या दिवशीं नसतो. म्हणून मांद गतिफलाप्रमाणें शैथ्य गतिफल काढितां येत नाहीं.

मांद कर्मातील उच्च (चंद्रोच्च वर्ज्य केल्यास) स्थिरप्रा असतें. परंतु शैथ्य कर्मातील उच्च स्थिर नसून चल असतें; यामु मांद कर्मानें आलेली ग्रहस्थिति राशिचक्रासंबंधानें जशी खरी असो तशी शीघ्रप्रतिवृत्तावर मध्यम शीघ्रकेंद्रगतीनें फिरणाऱ्या ग्रहा स्थिति नसून, ती शीघ्रोच्चासंबंधानें मात्र खरी असते. शीघ्रोच्चस व भूमध्यस्थ द्रष्ट्यांच्या दृष्टिभेदासुळें जी गति ग्रहास आल्या सारखी दिसते तिजवरून तो शीघ्रोच्चाच्या जवळ येतो किं त्यापासून दूर जातो, येवढें मात्र कळतें. परंतु तें शीघ्रोच्च ग्रह घेऊन राशिचक्रांत भ्रमण करीत असल्यासुळें, ग्रहाची राशि चक्राच्या मानानें गति काढण्याकरितां वरील गति शीघ्रोच्चाच

वरील मध्यमकेंद्रगतिकला क का व शीघ्रफल का स यांच्या योगाची भुजज्या क ट ही काढावी. या दोन भुजज्यांमधील अंतर क च हे आहे. येवढी रेषा जर भू क या कर्णाचे अर्धी तर भू स्प या त्रिज्येच्या अर्धी केवढी रेषा, या त्रैराशिकाने स्प ल ही रेषा निघते; व ही प्रहाच्या आजच्या व उद्यांच्या स्पष्ट स्थानांची अंतरज्या किंवा स्पष्टकेंद्रगतिज्या आहे.

स्पष्टकेंद्रगतिज्या=

$$\frac{\text{त्रिज्या}}{\text{द्वितीयदिनीय शीघ्रकर्ण}} \times \left\{ \text{मध्यमकेंद्रगतिप्रथमदिनीयशीघ्रफलयोगज्या} \right. \\ \left. - \text{प्रथमदिनीयशीघ्रफलज्या} \right\}$$

(भुजज्येची वाढ कोणाच्या कोटिज्येप्रमाणें असल्यामुळे)

$$= \frac{\text{त्रिज्या}}{\text{द्वितीयदिनीयशीघ्रकर्ण}} \times \frac{\text{मध्यमकेंद्रगति} \times \text{प्रथमदिनीयशीघ्रफलकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}} \\ = \frac{\text{मध्यम शीघ्रकेंद्रगति} \times \text{प्रथमदिनीयशीघ्रफलकोटिज्या}}{\text{द्वितीयदिनीय शीघ्रकर्ण}}$$

ज्याप्रमाणें शीघ्रकेंद्र व शीघ्रफल यांची वजाबाकी इनांतर-तुल्य असते, त्याप्रमाणें दोन दिवसांच्या शीघ्रकेंद्रांमधील अंतरांत म्हणजे अर्थात् मध्यम शीघ्रकेंद्रगतीत शीघ्रफलांमधील अंतर वजा केले म्हणजे दोन दिवसांच्या इनांतरांमधील अंतर येतें; व स्पष्टकेंद्र म्हणजे मध्यमकेंद्रगति व दोन दिवसांच्या शीघ्रफलांमधील अंतर यांची वजाबाकी. तें अर्थात् दोन दिवसांच्या इनांतरांच्या अंतराशी तुल्य असतें. पण हें विधान वहिर्वर्ती प्रहासंबंधानें मात्र लागू आहे. बुध व शुक्र यांचें शीघ्रफल म्हणजे वास्तविक इनांतरच असल्यामुळे त्यांची स्पष्टकेंद्रगति म्हणजे शीघ्रफलांतरच होय.

या रीतीने आलेली इनांतरांतरतुल्य अथवा शीघ्रफलांतरतुल्य स्पष्टकेंद्रगति शीघ्रोच्चगतींतून वजा केली असतां अर्थात् स्पष्ट गति

येते. कारण ज्याप्रमाणें अंतर्वर्ती व बहिर्वर्ती ग्रहांच्या उच्चांतून अनुक्रमें शीघ्रफल व इनांतर वजा केलें असतां स्पष्ट ग्रह येतो त्याप्रमाणें त्यांच्या उच्चगतींतून अनुक्रमें शीघ्रफलांतर व इनांतरांतर वजा केलें असतां स्पष्ट गति येते. अंतर्वर्ती व बहिर्वर्ती ग्रहांच्या उच्चांचे अर्थ मात्र निराळे आहेत हें येथें लक्षांत ठेविलें पाहिजे.

विशेष सूक्ष्म गतीचें प्रयोजन नसल्यास स्थूल शीघ्रगति-फल काढितात तें असें:—मंदस्पष्ट ग्रहाची दिनगति (म्हणजे मध्यम दिनगतीस मांद गतिफलाचा संस्कार देऊन आलेली गति) शीघ्रोच्चदिनगतींतून वजा करून जी मध्यम शीघ्रकेंद्र-दिनगति येईल तिला शीघ्रकर्ण व त्रिज्या यांमधील अंतरानें गुणून शीघ्र कर्णानें भागावें; उत्तर शीघ्रगतिफल येईल. येथें केंद्रदिनगतीचा गुणक कोटिफलाशीं तुल्य असून ही सारणी मंदगतिफलाच्या सारणीसारखीच आहे हें उघड आहे. शैथ्य गतिफल म्हणजे दोन दिवसांच्या शीघ्रफलांतील अंतर हें सांगणें नकोच. शीघ्रफलाचें ऋणधनत्व मंदफलाच्या अगदीं उलट असल्यामुळें शैथ्य गतिफलाचें ऋणधनत्वही मांद गतिफलाच्या उलट असतें; म्हणजे शीघ्रकेंद्र कव्यादि षट्क्रांत असल्यास गतिफल ऋण असतें; अन्यथा तें धन असतें. मंदस्पष्ट ग्रहाच्या दिनगतीस शैथ्य गतिफलाचा संस्कार दिला म्हणजे स्पष्ट गति येते.

स्पष्ट गति=शीघ्रोच्चगति-स्पष्टशीघ्रकेंद्रगति. जोंपर्यंत स्पष्टशीघ्र-केंद्रगति शीघ्रोच्चगतीपेक्षां कमी असते, तोंपर्यंत ग्रह मार्गी असतो; म्हणजे त्याची गति राशिचक्रांत सुलट असते. ती जेव्हां शीघ्रोच्च-गतीपेक्षां अधिक असते, तेव्हां तो वक्री असतो; म्हणजे त्याची गति राशिचक्रांत उलट असते. मंगळ, बुध, गुरु, शुक्र व शनि हे ग्रह जेव्हां वक्री होतात, तेव्हां त्यांचीं शीघ्रकेंद्रे अनुक्रमें १६३, १४९, १२५, १६९ व ११३ अंश असतात. हे अंश ३६०

अंशांतून वजा केल्यास, अवशिष्ट रहाणारे अंश १९७, २१९, २३५, १९९ व २१७ त्या प्रहांच्या मार्गी होण्याच्या काळच्या शीघ्रकेंद्रांचे अंश होत. ग्रह वक्री किंवा मार्गी होण्याचे संधीस त्याची स्पष्ट गति शून्य असते.

योग.

मेषारंभापासून सूर्य व चंद्र यांच्या गतींची बेरीज $१३^{\circ} 2$ झाली, म्हणजे १ याग झाला असें म्हणतात. मेषारंभापासून दोघांच्या गतींची बेरीज ३२०° झाली, म्हणजे एक योगचक्र पुरें होऊन दुसऱ्यास सुरवात होते. स्पष्ट रविचंद्रांच्या स्थानांची बेरीज करून त्यास $१३^{\circ} 2$ नें भागिल्यास गतयोगसंख्या येते.

शर.

ज्याप्रमाणें पृथ्वीवरील स्थलाचा निश्चय करण्यास रेखांशां-
शिवाय अक्षांशांचेंही ज्ञान लागतें, त्याप्रमाणें ग्रहाची क्रांतिवृत्तीय
स्थिति कळ यास भोगाशिवाय शराचीही आवश्यकता असते.
पाश्चात्य उपपत्तीप्रमाणें प्रत्येक ग्रह सूर्याभोवतीं फिरतो तो क्रांति-
वृत्ताशी थोडेंबहुत तिर्यक्त्व असणाऱ्या कक्षेत फिरतो. या कक्षेत
फिरत असतां तो कधीं कधीं क्रांतिवृत्तावर येतो, व कधीं कधीं त्या-
पासून दूर जातो. तो क्रांतिवृत्तावर येतो, तेव्हां त्याचा शर शून्य
असतो; व तो त्यापासून अत्यंत दूर जातो तेव्हां त्याचा शर परम
म्हणजे त्याच्या कक्षेच्या तिर्यक्त्वावरोवर असतो. भारतीय ज्योति-
प्यांची उपपत्ति अशीच आहे. त्यांच्या मतें रवीशिवाय प्रत्येक
ग्रह विमंडलावर फिरत असून हें विमंडल मंदस्पष्ट ग्रह ज्या वर्तुला-
वर फिरतो त्या वर्तुलाशी तिरपें असतें. मंदस्पष्ट चंद्र कक्षावृत्तावर
फिरत असल्यामुळें त्याचें विमंडल कक्षावृत्ताशी संलग्न असतें. इतर
मंदस्पष्ट ग्रह शीघ्रप्रतिवृत्तावर फिरत असल्यामुळें त्यांचीं विमंडलें

शीघ्रप्रतिवृत्तांशीच संलग्न असतात. येथे चंद्रासंबंधाने कक्षावृत्त व इतर ग्रहांसंबंधाने शीघ्रप्रतिवृत्त पाश्चात्यांच्या क्रांतिवृत्ताचे ठिकाणी आहेत हे लक्षांत ठेविले पाहिजे. क्षेप (म्हणजे शर) या शब्दावरून विमंडलास क्षेपवृत्त किंवा विक्षेपवृत्तही म्हणतात.

ज्याप्रमाणे क्रांति काढण्याकरितां सायन ग्रह व परम क्रांति ही उपकरणे आवश्यक असतात, त्याप्रमाणे शर काढण्यास सपात ग्रह व परम शर यांचे ज्ञान पाहिजे असते. पात म्हणजे मंदस्पष्ट ग्रहांचे फिरावयाचे वर्तुल व विमंडल यांचा छेदनबिंदु. हे छेदनबिंदु दोन असतात. ग्रह त्या वर्तुलाच्या पातळीच्या वर जातांना एकामधून जातो, व खाली उतरतांना दुसऱ्यामधून जातो. यांस क्षेपपातही म्हणतात. नुसत्या पाताचा किंवा क्षेपपाताचा निर्देश केला म्हणजे उपरिनिर्दिष्ट बिंदूपैकी पहिला समजावा. पाताची राशिचक्रांतील गति संपाताप्रमाणे विलोम असते. मेषारंभाच्या उलट वाजूस ही गति किती सांचली आहे हे काढण्याकरितां राशिचक्रांतील पातस्थानास चक्रशुद्ध करावे लागते, म्हणजे ते स्थान द्वारा राशीतून वजा करावे लागते. शेष उरेल त्यांत प्रज्ञाचा भोग मिळविला म्हणजे सपात ग्रह येतो. पात चक्रशुद्ध न केल्यास ग्रहांतून पातस्थान वजा केले पाहिजे. अवशेषास विपात ग्रह म्हणतात. सपात ग्रह व विपात ग्रह यांचा किंमतीसंबंधाने अर्थ एकच आहे. प्रत्येक खेपेस पात चक्रशुद्ध करण्याची जी यातायात पडते, ती टाळण्याकरितां मेषारंभापासून उलट दिशेने राशिचक्र मांडून त्याजवर त्याच दिशेने पात मोजण्याची वहिवाट

आहे. यापूर्वी पातांची जी कल्पभगणें दिली आहेत, त्यांवरून निघणारे पात याच अर्थाचे असतात.

भारतीय ज्योतिष्यांनी मध्यम सूर्यासच मध्यम बुध व शुक्र मानिल्यामुळे यांपैकी कोणत्याही ग्रहाचा शर सपात ग्रहापासून काढिल्यास चूक पडली असती; कारण त्यांच्या मते सपात ग्रह म्हणजे त्या ग्रहाचा मंदफलसंस्कार दिलेला रवि व विलोम राशि-चक्रांतील पातस्थान यांचा योग; व खरा रविकेंद्रीय ग्रह शीघ्रोच्च-स्थानाजवळ असल्यामुळे त्याचा शर काढण्यास या उपकरणाचा मुळीच उपयोग होण्यासारखा नव्हता. म्हणून सपात ग्रहांत केंद्र मिळविण्यांत येतें. या योगापासून आलेला शर वास्तव ग्रहाचा, अतएव शुद्ध असतो. ज्या पूर्वकालीन ज्योतिष्यांनी पातांचे भगण ठरविले त्यांस या ग्रहांची शीघ्रोच्चेंच त्यांची रविकेंद्रीय वास्तव स्थानें आहेत ही गोष्ट माहीत असावी असें दिसतें. यावद्दल पूर्वी उल्लेख आलाच आहे.

पातांच्या कल्पभगणसंख्या पूर्वी दिल्या आहेत. त्या सुद्धां (चंद्रपात वर्ज्य केल्यास) उच्चभगणसंख्यांप्रमाणेंच पाश्चात्य मानानें फार चुकल्या आहेत. परंतु त्यांवरून जी वर्तमानकालची स्थानें येतात तीं मात्र तितकीं चुकलेलीं नाहींत. खालीं सिद्धान्त-णींतील व पाश्चात्य निरयनरैवत मानाची अनुलोम अंशात्मक तालिका आहेत, त्यांवरून ही गोष्ट स्पष्ट होईल. हीं तालिका आहेत.

अनुलोम अंशात्मक पातस्थाने.	ग्रह				
	मंगळ	बुध	गुरु	शुक्र	शनि
सिद्धांतशिरोमणीय	२२	२२	८२	६०	१०३
पाश्चात्य	३०	३०	$८१\frac{१}{४}$	$५७\frac{३}{४}$	९५

सिद्धांतशिरोमणि व पाश्चात्य ग्रंथ यांप्रमाणें परम मध्यम शरांची (सिद्धांतशिरोमणीच्या दृष्टीनें मध्यम शर म्हणजे ग्रहाचा शीघ्र कर्ण त्रिज्यातुल्य असतो तेव्हांचा शर, व पाश्चात्य ग्रंथांच्या दृष्टीनें मध्यम शर म्हणजे ग्रहाचा शीघ्रकर्ण व मंदकर्ण मध्यम असतां जो शर असतो तो.) कलात्मक मानें खालीं दिली आहेत.

	ग्रह				
	मंगळ	बुध	गुरु	शुक्र	शनि
सिद्धांतशिरोमणी-प्रमाणें.	११०	१५१	७६	१३६	१३०
पाश्चात्य ग्रंथांप्रमाणें.	१११	४२०	७५	२०३	१५०

येथेही बुधशुक्रांचे आंकडे फार चुकलेले आहेत. भारतीय ज्योतिषांतील फलसंस्काराची उपपत्ति स्पष्ट करितांना जी प्रतिवृत्ताची आकृति दिली आहे, तिच्यांत 'पा' या स्थानीं ग्रह असतां त्याचा शीघ्रकर्ण त्रिज्यातुल्य असून शर मध्यम असतो. या ठिकाणीं त्याचें शीघ्रकेंद्र \pm (९०° परमफलज्यार्धचा प) इतकें असतें.

सपात ग्रह व परम मध्यम शर यांपासून इष्ट मध्यम शर काढण्याची रीति, भोग व परम क्रांति यांपासून इष्ट क्रांति काढण्याच्या रीतीसारखीच आहे. मध्यम शराची सारणी येणेंप्रमाणें आहे:—

$$\text{मध्यमशरज्या} = \frac{\text{परममध्यमशरज्या} \times \text{सपातग्रहज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

सपात ग्रह पहिल्या राशिषट्कांत असल्यास शर उत्तर असतो; अन्यथा तो दक्षिण असतो.

शीघ्रप्रतिमंडलावरील शरास कक्षावृत्तावर आणिला म्हणजे तो स्पष्ट होतो. स्पष्ट शर = मध्यम शर $\times \frac{\text{त्रिज्या}}{\text{शीघ्रकर्ण}}$. शर अल्प

असल्यामुळें त्याच्या भुजज्येवद्दल त्याचाच उपयोग येथें केला आहे. या सारण्या स्थूल आहेत. मध्यम शराची पाश्चात्य सारणी भारतीय सारणीप्रमाणेंच आहे. स्पष्ट शराची पाश्चात्य सारणी ही आहे:—

$$\text{स्पष्टशरस्पर्शरेषा} = \text{मध्यमशरस्पर्शरेषा} \times \frac{\text{ग्रहमंदकर्ण}}{\text{ग्रहशीघ्रकर्ण}}$$

स्पष्ट शराची भारतीय सारणी चुकीची असून तिच्यांतील त्रिज्या हें उपकरणही स्थूल आहे. कारण तें स्थिर असून त्याच्या जोडीचें पाश्चात्य उपकरण ग्रहमंदकर्ण चल आहे. तरी ग्रहांचें परम शरच अल्प असल्यामुळें उपरिनिर्दिष्ट स्थूलपणामुळें शरांत फारसें अंतर पडत नाहीं.

चंद्राचा परम शर सिद्धांताशिरोमणीप्रमाणें २७० कला असून

पाश्चात्य ग्रंथांप्रमाणें ३०९ कला आहे. त्याचा इष्टकालिक शर वर दिलेल्या मध्यम शराच्या सारणीवरून निघतो.

ग्रहांस जशी गति असते, तशी तारकांस नसते. म्हणून त्यांचीं स्थानें एके काळीं जशीं असतात, तशींच अन्य काळींही असतात. अश्विन्यादि नक्षत्रांच्या योगतारांचे (योगतारा म्हणजे नक्षत्रांतील सर्वांत ठळक तारा.) कृतायनदृक्कर्मक भोग व शर खाली दिले आहेत.

राशात्मक भोग व अंशात्मक शर.	नक्षत्रे.													
	अ.	भ.	कृ.	रो.	आ.	पु.	पु.	भा.	म.	पू.	उ.	ह.	चे.	
भोग	०	०	१	१	२	२	३	३	३	४	४	५	५	६
	८	२०	७	१९	३	७	३	१६	१८	९	२७	५	२०	३
	०	०	२८	२८	०	०	०	०	०	०	०	०	०	०
शर (उत्तर किं. दक्षिण)	उ.	उ.	उ.	द.	द.	द.	उ.	उ.	द.	उ	उ.	उ.	द.	द.
	१०	१२	४	४	१०	११	६	०	७	०	१२	१३	११	१
	०	०	३०	३०	०	०	०	०	०	०	०	०	०	१५
	स्वा.	वि.	अ.	ज्ये.	मू.	पू.	उ.	अ.	श्र.	घ.	श.	पू.	उ.	रे.
भोग.	६	७	७	७	८	८	८	९	९	१०	१०	११	०	
	१९	२	१४	१९	१	१४	२०	२५	८	२०	२०	२६	७	०
	०	५	५	५	०	०	०	०	०	०	०	०	०	०
शर (उत्तर किं. दक्षिण)	उ.	द.	द.	द.	द.	द.	उ.	उ.	उ.	द.	उ.	उ.	उ.	
	३७	१	१	३	८	५	५	६२	३०	३६	०	२४	२६	०
	०	२०	४५	३०	३०	२०	०	०	०	०	२०	०	०	०

यांशिवाय अगस्त्य व लुब्धक इत्यादिकांचे भोगशरही भारतीय ज्योतिषांत उपयोगी पडतात. म्हणून ते देतो:—

तारा	अगस्त्य	लुब्धक	प्रजापति	अपांवत्स	आप	अग्नि	ब्रम्हहृदय
भोग	८७°	८६°	५७°	१८०°	१८०°	५२°	५२°
दक्षिण शर	७७°	४०°	०	०	०	०	०
उत्तर शर	०	०	३८°	३°	३°	८°	३०°

वर जे भोगांचे अंक दिले आहेत ते कृतायनदृक्कर्मक ताऱ्यांचे आहेत. कृतायनदृक्कर्मक तारा म्हणजे ताऱ्याचें स्पष्टक्रांतिसूत्र क्रान्तिवृत्तास ज्या स्थानी छेदितें तें स्थान, हें मार्गें आलेंच आहे. परंतु हे अंक शून्यायनांशकालींचे असल्यामुळें ते सांप्रत काळीं गणितोपयोगी होण्यास संस्कृत केले पाहिजेत. म्हणून वर दिलेल्यांपैकीं कोणत्याहि ताऱ्याच्या भोगांकास प्रथम अकृतायनदृक्कर्मक ग्रह समजून त्याची शून्यायनांशकालींची अयनवलनकोटिज्या काढावी. नंतर त्याच ताऱ्याच्या वर दिलेल्या शरांकास त्रिज्येनें गुणून त्या कोटिज्येनें भागावें. म्हणजे स्थूल अस्फुटशरज्या येईल. नंतर तिजपासून आयन दृक्कर्म आणून त्याचा संस्कार त्याच कृतायनदृक्कर्मकभोगांकास विलोम (म्हणजे अकृतायनदृक्कर्मक ग्रहास करितात त्याच्या उलट दिशेनें) करावा म्हणजे शून्यायनांशकालिक अकृतायनदृक्कर्मक स्थूल स्थान येईल. स्थूल म्हणण्याचें कारण असें कीं, आपण वर दिलेल्या भोगांकास प्रथम अकृतायनदृक्कर्मक कल्पिलें आहे. यामुळें जें अल्प अंतर पडतें, तें नाहींसें करण्याकरितां नुक्तेंच आलेंलें स्थूल अकृतायनदृक्कर्मक स्थान सूक्ष्मच आहे असें पुनः कल्पून त्याजपासून पुन्हा सूक्ष्मतर अकृ-

तायनदृक्कर्मक स्थान आणावें. असें वारंवार केल्यानें शून्यायनांश-
कालिक सूक्ष्म अकृतायनदृक्कर्मक स्थान येतें. नंतर त्यांत
हल्लींचे अयनांश मिळवून त्यापासून अयनवलन व अयनवलन-
कोटिज्या आणावी; व या उपकरणांपासून आयनदृक्कर्मसंस्कार
आणून तो सूक्ष्म अकृतायनदृक्कर्मक स्थानास सुलट द्यावा; म्हणजे
सांप्रतकालिक कृतायनदृक्कर्मक स्थान येतें. या कृतींत जी सूक्ष्म
अस्फुटशरज्या येते, तिला अयनवलनकोटिज्येनें गुणून त्रिज्येनें
भागिल्यास सांप्रतकालिक स्फुटशरज्या येते.

पाश्चात्य ज्योतिषांत ताऱ्यांस वास्तव गति आहे. पण ती
फारच अल्प आहे.

लंबन.

वर जो ज्योतींचा स्थाननिर्णय केला आहे तो भूमध्यस्थ
द्रष्ट्यासंबंधानें मात्र खरा आहे. परंतु सूर्यग्रहणादि चमत्कार
आपण भूपृष्ठावरून पाहत असल्यामुळे तो आपणांस त्या प्रसंगीं
उपयोगी पडणार नाही. भूमध्यस्थ द्रष्ट्याची व भूपृष्ठस्थ द्रष्ट्याची
ग्रहोन्मुख दृष्टि यांमधील ग्रहस्थानीय कोणास लंबन म्हणतात.
हा कोण भूव्यासार्धाच्या समोर असतो. आकाशस्थ ज्योति जो
जों पृथ्वीपासून दूर तो तो त्याचें लंबन कमी असतें. ताऱ्यांपैकीं
फारच थोड्यांचें लंबन पाश्चात्य गणितास आजपर्यंत
काढितां आलें आहे. कांहीं कांहीं तारे तर इतके दूर आहेत कीं,
भूव्यासार्धाऐवजीं आपण भूकक्षाव्यासार्धाच्या दोन अग्रांपासून
जरी त्यांकडे पाहूं लागलों, तरी लंबन दृग्गोचर होत नाही.
परंतु सर्व ज्योतींत चंद्र पृथ्वीस फार जवळ असल्यामुळे त्याचें
लंबन आपणांस मोजितां येतें इतकेंच नाही, तर सूर्यग्रहणप्रसंगीं
तें हिशेबांत न घेतल्यास ग्रहणें चुकतातही.

लंबन ज्योतीच्या दूरत्वाच्या मानानें जसें कमी कमी होत जातें तसें त्याचें खस्वस्तिकापासून जितकें कमी अंतर त्याच्या मानानेंही कमी कमी असतें. ज्योति द्रष्ट्याच्या डोक्यावर आल्यास त्याचें लंबन शून्य होतें; व तो क्षितिजाशीं असल्यास तें परम असतें. द्रष्ट्याच्या स्थानभेदामुळे ज्योतीच्या दृढ्मंडलावरील स्थितीत जो फरक पडतो त्यास आपण दृढ्मंडलस्थ लंबन म्हणूं. हें लंबन जसें दृष्टिभेदामुळे उत्पन्न होतें तसेंच शीघ्रफलही उत्पन्न होत असल्यामुळे शीघ्रफळाची सारणी दृढ्मंडलस्थ लंबन साधण्याचे काहीं उपयोगी पडेल; ती सारणी लंबनास लावितांना भूमध्यास प्रवृत्तमध्य, भूपृष्ठस्थ द्रष्ट्यास कक्षावृत्तमध्य, दृढ्मंडलीय नतांशांस (१८०-शीघ्रकेंद्र), परम लंबनास अंत्य शीघ्रफल व भूपृष्ठापासून ग्रहावर जाणाऱ्या रेषेस शीघ्रकर्ण समजलें म्हणजे झालें.

$$\text{आतां शीघ्रफलज्या} = \frac{\text{अंत्यशीघ्रफलज्या} \times \text{शीघ्रकेंद्रज्या}}{\text{शीघ्रकर्ण}}$$

$$\text{म्हणून दृढ्मंडलस्थलंबनज्या} = \frac{\text{परमलंबनज्या} \times \text{ग्रहनतांशज्या}}{\text{भूपृष्ठापासून ग्रहाचें अंतर.}}$$

आतां जो जो ग्रह पृथ्वीपासून दूर दूर तो तो त्याजपासून भूमध्य व भूपृष्ठ यांवर जाणाऱ्या रेषांची वजावाकी कमी कमी असावयाची. ही वजावाकी सर्व ग्रहांसंबंधानें उपेक्षणीयच असल्यामुळे सारणीतील छेदाएवजीं आपण त्रिज्या घातल्यास फलांत मोठीशी चूक पडणार नाही. तसेंच लंबन फार अल्पप्रमाण असल्यामुळे त्याच्या भुजज्येबद्दल तेंच घातलें तरी चालेल. म्हणून—

$$\text{दृढ्मंडलस्थ लंबन} = \frac{\text{परम लंबन} \times \text{ग्रहनतांशज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$= \frac{\text{परम लंबन} \times \text{ग्रहदृग्ज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

दृढमंडलस्थ लंबनाचा ज्योतिर्गणितांत फारसा उपयोग नसतो. म्हणून त्या लंबनामुळे ग्रहाच्या भोगांत व शरांत काय फरक पडतो हे काढिले पाहिजे. भोगांत जें अंतर पडतें त्यास स्पष्ट लंबन म्हणतात, व शरांत जें अंतर पडतें त्यास नति म्हणतात. आपणांस मुख्यत्वेकरून ग्रहणकालिक चंद्राचाच विचार कर्तव्य असल्यामुळे, आपण ग्रह क्रांतिवृत्ताच्या फार जवळ आहे, अर्थात् त्याचा शर शून्यकल्प आहे, असें कल्पूं या.

क्रांतिवृत्ताचा जो अर्धवर्तुलात्मक भाग क्षितिजावर असतो त्याचा मध्य काढावा हा मध्य लग्नापासून म्हणजे पूर्व क्षितिजाशीं संलग्न असलेल्या क्रांतिवृत्तप्रदेशापासून तीन राशींच्या अंतरावर असतो, म्हणून त्यास वित्रिभ लग्न किंवा त्रिभोन लग्न म्हणतात. वित्रिभ लग्नाच्या दृग्ज्येस म्हणजे वित्रिभ लग्न व स्वस्वस्तिक यां- मधील अंतराच्या भुजज्येस दृक्क्षेप म्हणतात. स्पष्ट लंबन व नति काढितांना या दृक्क्षेपाचा फार उपयोग होतो.

क्रांतिवृत्तच दृढमंडल असून वित्रिभ लग्न द्रष्ट्याच्या डोक्यावर असेल, तेव्हां दृढमंडलस्थ व स्पष्ट लंबन एकच असतात. या लंबनास मध्यम लंबन म्हणतात. वित्रिभ लग्न व त्याबरोबर क्रांतिवृत्त जो जो स्वस्वस्तिकापासून खाली कळं लागतें किंवा पर्यायानें जो जो ग्रहाचा शंकु त्रिज्येपेक्षां कमी होत जातो, तो तो मध्यम लंबनापेक्षां स्पष्ट लंबन कमी कमी होत जातें व नति वाढत जाते.

वित्रिभ लग्न जेव्हां डोक्यावर असतें, तेव्हां—

$$\text{मध्यम लंबन} = \frac{\text{परम लंबन} \times \text{भुजज्या (ग्रह-वित्रिभ लग्न)}}{\text{त्रिज्या}}$$

वित्रिभ लम्न डोक्यावरून खाली कलल्यास—

स्पष्ट लंबन : मध्यम लंबन :: वित्रिभलम्नशंकु : त्रिज्या

$$\text{यावरून स्पष्ट लंबन} = \frac{\text{वि० ल० शंकु}}{\text{त्रिज्या}} \times \frac{\text{परम लंबन}}{\text{त्रिज्या}} \times \text{भुजज्या (ग्रह-वित्रिभ लम्न)}$$

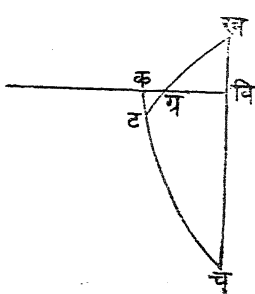
पाश्चात्य ज्योतिषाप्रमाणे—

$$\text{स्पष्ट लंबन} = \frac{\text{वित्रिभलम्नोन्नतांशज्या}}{\text{त्रिज्या}} \times$$

$$\frac{\text{परम लंबन} \times \text{भुजज्या (ग्रह-वित्रिभ लम्न + स्पष्ट लंबन)}}{\text{कोटिज्या (शर+नति)}}$$

ग्रहणकालिक चंद्राचा शर व नति फार लहान असल्यामुळे व (ग्रह-वित्रिभ लम्न) या राशीच्या मानाने स्पष्ट लंबन फार अल्प असल्यामुळे हे तिन्ही राशि उपेक्षिले असतां चालते; व याप्रमाणे पाश्चात्य सारणीतील उजवीकडील पक्षांतील स्पष्ट लंबन नाहीसे होऊन आणि कोटिज्या (शर+नति) या राशीवद्दल त्रिज्या येऊन ही सारणी भारतीय सारणीशी तुल्य होते.

आतां नति काढावयाची:—



या आकृतीत ख हें स्वस्वस्तिक, क वि हें क्रांतिवृत्त, वि हें वित्रिभ लम्न, ग्र हें ग्रहाचे स्थान, ग्र ट हें दृढ-मंडलस्थ लंबन, क ग्र हें स्पष्ट लंबन व क ट ही नति आहे. आतां भुजज्या ख ग्र वि = भुजज्या क ग्र ट; परंतु भुजज्या ख ग्र वि = भुजज्या ख वि

$$\frac{\text{त्रिज्या}}{\text{त्रिज्या}} = \frac{\text{भुजज्या ख वि}}{\text{भुजज्या ख ग्र}}$$

व $\frac{\text{भुजज्या कट}}{\text{त्रिज्या}} = \frac{\text{भुजज्या कट}}{\text{भुजज्या कट}}; \text{ म्हणून } \frac{\text{भुजज्या ख वि}}{\text{भुजज्या ख प्र}} = \frac{\text{भुजज्या कट}}{\text{भुजज्या प्रट}}$
 येथे कट व प्रट हे चाप फार लहान असल्यामुळे त्यांच्या भुज-
 ज्यांच्या जागी त्यांसच घातले असतां, कट = प्रट $\times \frac{\text{भुजज्या ख वि}}{\text{भुजज्या ख प्र}}$;

परंतु वर सिद्ध केल्याप्रमाणें

$$\text{प्रट} = \frac{\text{परम लंबन} \times \text{भुजज्या ख प्र}}{\text{त्रिज्या}} \quad \text{व ख वि} = \text{त्रिभोनलमनतांश};$$

$$\therefore \text{कट} = \frac{\text{परम लंबन} \times \text{त्रिभोनलमनतांशज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$= \frac{\text{परम लंबन} \times \text{दृक्षेप}}{\text{त्रिज्या}} = \text{नति.}$$

दृढमंडलस्थ लंबन, नति व स्पष्ट लंबन या तिहींच्या साध-
 नांत $\frac{\text{परम लंबन}}{\text{त्रिज्या}}$ हा स्थिर राशि साधारण आहे. हा प्रत्येकाच्या

सारणीतून जाऊन बाकी जे राशि रहातात, ते मिळून एका सरल-
 रेषीय काटकोन त्रिकोणाच्या तीन बाजू होतात. त्या तीन बाजू
 म्हणजे अनुक्रमें ग्रहदृग्ज्या, दृक्षेप व भुजज्या (ग्रह—त्रिभोन लम्ब) \times

$\frac{\text{शंकु}}{\text{त्रिज्या}}$ ह्या होत. यांतील शेवटच्या राशीस दृढनति म्हणतात;

व तिची किंमत $\sqrt{\text{ग्रहदृग्ज्या}^2 - \text{दृक्षेप}^2}$ इतकी असते.

भारतीय ज्योतिष्यांनी ग्रहांची जी योजनात्मक दिनगति
 मानिली आहे, तिचा $\frac{1}{2}$ भूव्यासार्ध मानिला आहे. ग्रहांचें
 लंबन जेव्हां परम असतें तेव्हां ग्रहस्थानीयकोणरूपी लंबनासमोर

भूव्यासार्ध असतो. अर्थात् त्याच्या परम लंबनाची योजनात्मक किंमत भूव्यासार्धतुल्य असते. त्याचप्रमाणे ग्रहांचे अंशात्मक परम लंबनही त्या ग्रहाच्या अंशात्मक दिनगतीच्या $\frac{1}{96}$ असते. ग्रहांचे कालात्मक परम लंबन काढावयाचे असल्यास ते संपूर्ण दिनगतीस जर ६० घटिका तर $\frac{1}{96}$ दिनगतीस किती, या त्रैराशिकाने निघते. ते अर्थात् ४ घटिका असते. याचा अर्थ असा की, लंबनामुळे ग्रहस्थितीत जे अंतर पडते, ते आक्रमण्यास त्यास ४ घटिका लागतात. हे कालात्मक लंबनही सर्व ग्रहांस सारखेच असते. सर्व ग्रहांची योजनात्मक दिनगति एकच असून भूव्यासार्धतुल्य असते हा मूल सिद्धांतच चुकीचा असल्यामुळे या नियमाने येणारी परम लंबने चंद्राशिवाय इतर ग्रहांची चुकीची असतात. भारतीय परम चंद्रलंबन ५२ कला ४२ विकला आणि आधुनिक सूक्ष्म परम चंद्रलंबन ५७ कला १ विकला आहे. चंद्राचे परम लंबन फारसे न चुकण्याचे कारण असे आहे की, भूव्यासार्ध व चंद्राचे पृथ्वीपासून अंतर यांचे भारतीय ज्योतिषांतील गुणोत्तर वास्तविक गुणोत्तराच्या बरेच जवळ आहे. तसे इतर ग्रहांचे नाही.

ग्रह वित्रिभ लग्नाच्या पूर्वेस असला म्हणजे त्याचे स्पष्ट लंबन धनात्मक असते, व त्याच्या प्रश्चिमेस असला म्हणजे ते ऋणात्मक असते. भूमध्यापेक्ष ग्रहस्थितीस स्पष्ट लंबनाचा संस्कार दिला म्हणजे भूपृष्ठापेक्ष स्थिति येते. त्याचप्रमाणे वित्रिभ लग्नाचे नतांश खस्वस्तिकाच्या ज्या दिशेस असतील, तीच दिशा क्रांतिवृत्ताच्या मानाने शराची असल्यास, नति शरांत मिळवावी, व विरुद्ध असल्यास वजा करावी; म्हणजे भूपृष्ठापेक्ष शर येतो.

*

केसरी-मराठा ग्रंथशालेने
देणगीदाखल दिलेले पुस्तक

भाग तिसरा.

अंतरिक्षांतील चमत्कार.

सायन, निरयनचैत्र व निरयनरैवत या पक्षांनी ज्योतिश्चक्रांत निरनिराळीं आरंभस्थानें मानिल्यामुळें ग्रहांच्या स्थितीसंबंधानें त्यांचा मतभेद होतो, हें पूर्वीं आलेंच आहे. अंतरिक्षांतील चमत्कारांसंबंधानें असा मतभेद होण्याचें कारण नसतें. कारण ते चमत्कार एका विशिष्ट पक्षानेंच ज्या गोष्टींबद्दल आग्रह धरिला आहे अशा गोष्टींवर, म्हणजे विशिष्ट आरंभस्थान, संक्रांति, नक्षत्रें, योग, अधिकमास, क्षयमास, यांवर अवलंबून नसून, ते वर्तविण्यास सर्वपक्षसंमत अशा गोष्टींचेंच ज्ञान आवश्यक असतें. उदाहरणार्थ, ग्रहस्थितीसंबंधानें जरी या पक्षांचा मतभेद असला, तरी ग्रहगतीसंबंधानें नसतो. कारण गति म्हणजे दोन दिवसांच्या स्थितींमधील अंतर; व हें अंतर सर्व पक्षांच्या मते एकच असतें. लंकोदय, सायन लग्न, क्रांति व शर हीं संपात व क्षेपपात यांपासून ग्रहाचें जें अंतर असतें त्यावर अवलंबून असल्यामुळें व हें अंतर सर्व पक्षांप्रमाणें एकच असल्यामुळें, एकच असतात. त्याचप्रमाणें ज्योतींची खगोलापेक्ष स्थिति—म्हणजे त्यांचे नतोन्नतांश, दिगंश, नतोन्नतकालांश—व तिच्यांत किंवा भगोलापेक्ष स्थितींतही अंतर पाडणारीं लंबनादि कारणें हीं सुद्धां सर्वांच्या दृष्टीनें तींच असतात. त्यांचें विवेचनाच्या सोईप्रमाणें त्या त्या स्थलीं स्पष्टीकरण झालेंच आहे. या भागांत येणारे चमत्कार ग्रहांच्या भगोलापेक्ष अंतरावर किंवा खगोलापेक्ष स्थितीवर

अवलंबून असल्यामुळे, त्यांसंबंधाने सुद्धां मतभेद होण्याचा संभव नाही. भगोलापेक्ष स्थितीतील अंतरावर अवलंबून राहणारे चमत्कार तिथि, करणें, ग्रहयुति, भ्रमग्रहयुति, ग्रहणें, दर्शनादर्शन, उदयास्त व महापात हे होत. यांपैकी तिथि, करणें, कदंबसूत्रीय ग्रहयुति व भ्रमग्रहयुति हे नुस्त्या भोगांतील अंतरावर अवलंबून असतात; भेदयुति व ग्रहणें भोगांतील व शरांतील अंतरावर अवलंबून असतात; आणि ध्रुवसूत्रीय युति, दर्शनादर्शन हे ग्रहांच्या किंवा रवितारकांच्या विषुवांशांमधील अंतरावर व महापात रविचंद्रांच्या क्रांतीतील अंतरावर अवलंबून असतात. उदयास्त व शृंगोन्नति हे चमत्कार रविचंद्रांच्या खगोलापेक्ष स्थितीवर अवलंबून असतात. या सर्वांचा क्रमानें विचार करूं.

तिथि व करणें.

मध्यम रवि व चंद्र यांत १२ अंश अंतर पडलें म्हणजे मध्यम मानाची एक तिथि होते; व स्पष्ट रविचंद्रांत तितकें अंतर पडलें म्हणजे स्पष्ट मानाची एक तिथि होते. स्पष्ट रविचंद्रांमधील अंशात्मक अंतरास १२ नें भागिलें म्हणजे महिन्यांतील स्पष्ट गत तिथि येतात. महिन्यांतील पहिल्या १५ तिथि मिळून शुक्ल पक्ष व पुढील १५ तिथि मिळून कृष्ण पक्ष होतो. ३० तिथींत चंद्र सूर्यास ३६०° मार्गे सारून पुन्हां त्यास येऊन मिळतो.

तिथीचें अर्थ म्हणजेच करण. करणें बववालवादि ११ आहेत. यांपैकी शकुनि, चतुष्पद, नाग व किंस्तुन्न हीं शेवटचीं चार करणें वद्य चतुर्दशीच्या उत्तरार्धापासून तों पुढील महिन्याच्या शुद्ध प्रतिपदेच्या प्रथमार्धाच्या अंतापर्यंत मात्र असतात. व बव, बालव,

कौलव, तैत्तिल, गर, वणिज व भद्रा या पहिल्या सात करणांचे शुद्ध प्रतिपदेच्या द्वितीयार्धापासून तों वद्य चतुर्दशीच्या पूर्वार्धाच्या अंतापर्यंत आठ फेरे होतात.

ग्रहयुति.

ग्रहांचे भोग तुल्य असतात तेव्हां त्यांची युति होते. इष्ट दिनीं दोन ग्रहांच्या अंतरकला त्यांच्या गत्यंतरकलांनीं किंवा त्यांपैकीं एक वक्री असल्यास त्यांच्या गतियोगकलांनीं भागून जो भागाकार येईल, तितक्या दिवसांनीं त्यांची युति गत झाली असें समजावें. मात्र हा नियम दोहोंपैकीं अल्पतर गतीच्या ग्रहाचा किंवा वक्रीभूत ग्रहाचा भोग दुसऱ्यापेक्षां कमी असतो तेव्हां मात्र लागू पडतो. अन्यथा युति तितक्याच दिवसांनीं गम्य आहे असें समजावें. दोन्ही ग्रह वक्र असल्यास त्यांपैकीं अल्पतर गतीच्या ग्रहाचा भोग दुसऱ्या ग्रहाच्या भोगापेक्षां कमी असेल तेव्हां युति व्हावयाची आहे, अधिक असेल तेव्हां ती गत आहे, असें समजावें.

वर सांगितलेली युति कदंबसूत्राच्या मानानें झाली. ध्रुवसूत्राच्या मानानें ग्रहयुति काढावयाची झाल्यास, कदंबसूत्रीय युति ज्या दिवशीं येईल त्या दिवशींचे दोन्ही कृतायनदृक्कर्मक ग्रह काढून त्यांचें अंतर काढावें; व त्यांस वरच्याप्रमाणेंच गत्यंतरानें किंवा गतियोगानें भागून गतगम्य दिवस काढावे.

युतिकालीं ग्रहांचें दक्षिणोत्तर अंतर काढण्याकरितां त्यांचीं युतिकालीन स्थानें काढून त्यांपासून त्यांचे शर एका दिशेचे असल्यास त्यांचें अंतर व भिन्न दिशांचे असल्यास त्यांचा योग करावा; म्हणजे त्या ग्रहांचें क्रांतिवृत्तीय याम्योत्तर अंतर येतें.

जेव्हां दोन ग्रह एकमेकांस भेदितात, तेव्हां त्यांची भेदयुति झाली असें म्हणतात. ती काढण्याकरितां ग्रहांचीं विवे माहित असलीं पाहिजेत.

भौमादि ग्रहांचीं कलात्मक मध्यम विवे—म्हणजे त्यांचे शीघ्र कर्ण त्रिज्यातुल्य असतांना त्यांचीं जीं विवे दिसतात तीं—खालीं दिलीं आहेत. रविचंद्रांच्या विवांचा ग्रहणप्रसंगीं विचार होईल.

मंगळ.	बुध.	गुरु.	शुक्र.	शनि.
४' ४५"	६' १५"	७' २०"	९'	५' २०"

शीघ्रकर्ण जेव्हां त्रिज्येपेक्षां कमी असतो, तेव्हां स्पष्ट विव मध्यम विवापेक्षां मोठें दिसतें; व तो मोठा असतो तेव्हां तें त्यापेक्षां लहान दिसतें. हा जो विवांचा उपचय व अपचय होतो, त्याचें परम मान मध्यम विवाच्या $\frac{3}{4}$ इतकें असतें. अपचयाची व उपचयाची मधील मानें अंत्यशीघ्रफलज्येस जर $\frac{3}{4} \times$ मध्यम विव तर इष्टशीघ्रफलज्येस किती, या त्रैराशिकानें काढावी; व तीं मध्यम विवांत ऋणधन करावीं; म्हणजे स्पष्ट विवे येतात.

हें साधन फारच स्थूल आहे. पाश्चात्य ज्योतिषाप्रमाणें भौमादि ग्रह त्यांच्या मध्यम मंदकर्णाइतक्या अंतरांवरून पाहिले असतां त्यांचीं विवे अनुक्रमें ७". २८, १७". २५, ३७". ७४, २२". ९६ व १७." ५ इतकीं दिसतात. ज्याअर्थीं अंतर व विव यांचा व्यस्त संबंध असतो त्याअर्थीं या मध्यम विवांस त्या मध्यम मंदकर्णांनीं गुणून शीघ्रकर्णांनीं भागल्यास स्पष्ट विवे येतात.

ग्रहांचें याम्योत्तर अंतर त्यांच्या विंबमानैक्याच्या (विंबमानैक्य म्हणजे दोन्ही विंबांची बेरीज.) निम्त्यापेक्षां कमी असलें तर त्यांचीं विंबे एकमेकांवर येऊन भेदयुति होते. हा प्रकार ग्रहणासारखाच आहे. सबब याचें पूर्ण स्पष्टीकरण ग्रहणप्रकरणीं होईल.

भग्रहयुति.

भग्रहयुति म्हणजे ताऱ्याची व ग्रहाची युति. प्रथम ग्रह कृतायन-दृक्कर्मक करावा, व त्याचा शर स्फुट म्हणजे ध्रुवसृत्रीय करावा. मागील भागांत ताऱ्यांचे जे भोग व शर दिले आहेत, ते अनुक्रमे कृतायनदृक्कर्मक व स्फुट असेच आहेत. नंतर इष्ट ग्रहाच्या व इष्ट ताऱ्याच्या भोगांतील अंतरकला काढून त्यांस कलात्मक ग्रहदिनगतीनें भागावें. भागाकार येईल तितक्या दिवसांनीं युति गत झाली असें समजावें. ग्रहाचा भोग ताऱ्याच्या भोगापेक्षां कमी असेल, तेव्हां मात्र युति तितक्या दिवसांनीं पुढें व्हावयाची आहे असें समजावें. ग्रह वक्र असल्यास, वरील गतगम्याचा नियम विपर्ययानें समजावा.

नक्षत्र व ग्रह यांजमधील याम्योत्तर अंतर ग्रहयुतिप्रसंगीं सांगितल्याप्रमाणेंच काढावें.

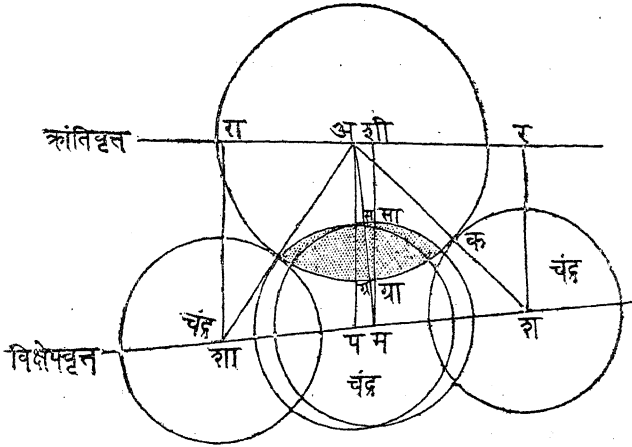
ग्रहणें.

ग्रहणें हीं ग्रहयुतीप्रमाणेंच आहेत. इतकेंच कीं, हीं सूर्यचंद्रां-सारख्या मोठ्या, तेजस्वी व महत्त्वाच्या ज्योतीसंबंधानें असल्यामुळें यांचा ग्रहयुतीपेक्षां विस्तृत विचार करण्यांत येतो.

चंद्रग्रहण.

चंद्रग्रहण घडतें, तें पृथ्वीच्या छायेत चंद्र आल्यामुळें घडतें.

ते कसे लागते हे खाली आकृति दिली आहे तिजवरून चांगले लक्षांत येईल.



अ कः—भूमेर्च मानार्ध (भूमा म्हणजे पृथ्वीची छाया.)

क शः—चंद्रार्च मानार्ध.

श रः—स्पर्शकालींचा चंद्रशर.

शा राः—मोक्षकालींचा चंद्रशर.

प अ मः—विक्षेपवलन (म्हणजे अ या भूमामध्यापासून शा प म श या विक्षेपवृत्तावर काढिलेला लंब अ म व त्याच विंदूपासून रा अ शी र या क्रांतिवृत्तास तिर्यक्—म्हणजे प्रत्येक बाजूस ९० अंशांचा कोण करणारी—काढिलेली रेषा अ प यांजमधील कोण.)

प मः—पर्वान्त व ग्रहणमध्यकाल यांच्या चंद्रस्थितीमधील अंतर.

प अः—पर्वान्तकालींचा चंद्रशर.

म श व म शाः—स्थित्यर्थ म्हणजे ग्रहणारंभापासून ग्रहणांत-
यर्थेत चंद्रानें आक्रमिलेला भाग श शा याचा अर्थ.

ग्रा सः—ग्रास म्हणजे भूभेंत गेलेला चंद्रबिंबाचा भाग.

अ क हें भूभेचें मानार्थ व क श हें चंद्राचें मानार्थ यांच्या वेरजे-
पेक्षां चंद्रशर जेव्हां लहान असतो, तेव्हांच ग्रहण लागतें. मोठा
असल्यास लागणें शक्य नाहीं हें उघड आहे. म्हणून प्रथम चंद्र
व भूभा यांच्या बिंबांचीं मानें काढिलीं पाहिजेत.

रविचंद्र व भूभा यांचीं बिंबें.

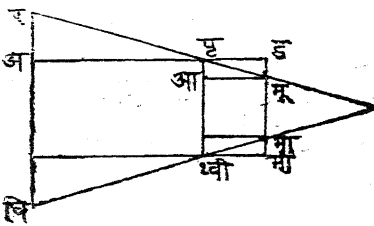
भारतीयांनीं आकाशाचा जो योजनात्मक परिधि मानिला आहे,
त्यास सूर्याच्या व चंद्राच्या कल्पभगणसंख्यांनीं भागिलें म्हणजे
त्यांच्या योजनात्मक कक्षा येतात, हें पहिल्या भागांत आलेच
आहे. या कक्षा अनुक्रमें ४३३१४९७ $\frac{३}{४}$ व ३२४००० आहेत.
त्यांवरून त्यांचे योजनात्मक कर्ण म्हणजे पृथ्वीपासूनचीं अंतरें
काढितां येतात. हे कर्ण अनुक्रमें ६८९३७७ व ५१५६६
होत. परंतु हे कर्ण मध्यम मानाचे होत. ते सूक्ष्म करण्या-
करितां प्रथम कलात्मक कर्ण स्फुट केले पाहिजेत. परम
मंदफलाचीं मानें त्रिज्यातुल्य कर्ण असतेवेळचीं दिलेलीं असल्या-
मुळें, त्यांपासून निवणारे कलाकर्ण स्थूल मानाचे असतात. म्हणून
ते असकृतकृतीनें स्पष्ट करावे लागतातः—म्हणजे आलेल्या कर्णास
परम मंदफलानें गुणून व त्रिज्येनें भागून दुसरें परम मंदफल व
त्यापासून दुसरा कर्ण आणि पुन्हां त्या कर्णापासून तिसरें परम
मंदफल व तिसरा कर्ण, याप्रमाणें दोन लागोपाठ वेणारे
कर्ण अगदीं तुल्यप्राय होत तोंपर्यंत हें असकृतकर्म चालू ठेवावें;
म्हणजे बराच सूक्ष्म कर्ण येईल. सिद्धान्तशिरोमणींत सकृतकर्मांनें
म्हणजे एकदमच कर्ण काढण्याची रीत दिली आहे, ती अशीः—

पहिल्यानं त्रिज्येपासून जो कर्ण निघतो तो त्रिज्येहून कमी असल्यास त्यांमधील अंतर त्रिज्येत मिळवून व तो अधिक असल्यास तें अंतर तिजमधून वजा करून जें उत्तर येईल त्यास जर त्रिज्यातुल्य कर्ण तर त्रिज्येस किती, हें त्रैराशिक मांडून त्रिज्येच्या वर्गास त्या उत्तरानें भागावें; म्हणजे स्फुट कलाकर्ण येईल.

याप्रमाणें आलेला सूक्ष्म कलाकर्ण जर त्रिज्या व्यासार्ध असतां तर योजनात्मक व्यासार्ध असतां किती, या त्रैराशिकानें योजनात्मक स्फुट कर्ण येईल.

भारतीय ज्योतिषांत सूर्याचें विं व ६५२२ योजनें, चंद्राचें विं व ४८० योजनें व भूव्यास १९८१ योजनें मानिला आहे.

योजनात्मक भूमा काढावयाची रीत खालील आकृतीवरून उघड होईल:—



र वि हा योजनात्मक सूर्य-व्यास, पृथ्वी हा योजनात्मक भूव्यास व भूमा ही चंद्रकक्षेतील योजनात्मक भूछाया आहे. पृथ्वी या भूव्यासापेक्षां भूमा ही वरच्या बाजूनें

पृ आ इतकी व खालील बाजूनेंही तितकीच कमी आहे. त्याच प्रमाणें सूर्यव्यास व भूव्यास यांमधील अंतर र अ च्या दुप्पट आहे. आतां र अ आ व पृ आ मू हे दोन त्रिकोण समकोण असल्यासुळे—

अ पृ म्हणजे पृथ्वीपासून सूर्याचें अंतर : र अ अथवा $\frac{2}{3}$ (सूर्यव्यास—भूव्यास) : : मू आ म्हणजे पृथ्वीपासून चंद्राचें अंतर : पृ आ अथवा $\frac{1}{3}$ (भूव्यास—चंद्रकक्षेतील भूमा);

यावरून (भूव्यास—चंद्रकक्षेतील भूभा) हे अंतर निघते. हे भूव्यासांतून वजा केले असता चंद्रकक्षेतील योजनात्मक भूभा निघते.

स्पष्ट रविचंद्रबिंब व भूभाबिंब यांच्या योजनात्मक रूपांपासून कलात्मक रूपे खालील समीकरणावरून निघतात:—

$$\frac{\text{त्रिज्यारूप व्यासार्ध}}{\text{कलात्मक बिंब}} = \frac{\text{योजनात्मक व्यासार्ध अथवा कर्ण}}{\text{योजनात्मक बिंब}}$$

कर्णाशी असलेल्या संबंधावरून बिंबांचीं रूपे न काढितां गतीशी असलेल्या संबंधावरून काढावयाची असल्यास तीं खालील रीतीनें काढावीं:—

कर्ण त्रिज्येपेक्षां मोठा असल्यास कलात्मक ग्रहबिंब लहान व गतिही अल्प असते. कर्ण त्रिज्येपेक्षां लहान असल्यास याच्या उलट प्रकार असतो. बिंब व गति यांचा याप्रमाणें संबंध असल्यामुळे गतिवरूनही बिंब साधितां येते. उदाहरणार्थ, सूर्याची योजनात्मक दिचगति (ही ११८५९ योजनें असते.) : त्याचें योजनात्मक बिंब म्हणजे ६५२२ : : कलात्मक गति : कलात्मक बिंब;

यावरून कलात्मक बिंब = $\frac{33}{25} \times$ कलात्मक गति. याचप्रमाणें— चंद्राची योजनात्मक गति (सूर्याइतकीच म्हणजे ११८५९) : त्याचें योजनात्मक बिंब म्हणजे ४८० : : कलात्मक गति : कलात्मक बिंब. ∴ कलात्मक बिंब = $\frac{3}{8}$ कलात्मक गति.

सूर्य व चंद्र यांच्या बिंबांची कलात्मक मध्यम मानें अनुक्रमें ३२'—३१"—३३" व ३२'—०"—९" आहेत.

पाश्चात्य ज्योतिषांत बिंब कर्णाशी व्यस्त प्रमाणांत व गतीच्या वर्गमूलाशी सम प्रमाणांत असतें. त्यांतील मध्यम रविचंद्रबिंब अनुक्रमें ३२' २ व ३१' २ आहेत.

चंद्रकक्षेतील भूमेचे कलात्मक रूप काढण्याचा प्रकार:-प्रथम पृथ्वी व सूर्य यांच्या व्यासांचे योजनात्मक अंतरास कलात्मक रूप दिले पाहिजे. वरील आकृतीतहें अंतर र अ च्या दुप्पट असून तें सूर्यकक्षेत असल्यामुळे त्यास कलात्मक रूप देतांना कलात्मक व योजनात्मक सूर्यदिनगतीच्या परस्परप्रमाणाचा उपयोग केला पाहिजे. म्हणून—
 योजनात्मक रविदिनगति म्हणजे ११८५९ : रविगतिकला : :
 भूरविव्यासांतरयोजने म्हणजे ४९४१ (रविव्यास ६९२१—
 भूव्यास १९८१) : कलात्मक भूरविव्यासान्तर; या
 त्रैराशिकने जें कलात्मक भूरविव्यासान्तर येतें त्याच्या-
 इतक्याच कला अर्थात् भूर्विव व भूभा यांच्या अंतराच्या झाल्या.
 कारण या त्रैराशिकानें येणाऱ्या भूरविव्यासान्तरकला=

$$\frac{\text{रविगतिकला} \times \text{भूरविव्यासांतरयोजने}}{\text{रविदिनगतियोजने}}; \text{ व त्याचप्रमाणें—}$$

$$\text{भूभाभूव्यासांतरकला} = \frac{\text{चंद्रगतिकला} \times \text{भूभाभूव्यासांतरयोजने}}{\text{चंद्रदिनगतियोजने}}$$

परंतु ज्याअर्थी—

$$\frac{\text{भूरविव्यासांतरयोजने}}{\text{भूभाभूव्यासांतरयोजने}} = \frac{\text{पृथ्वीपासून सूर्याचे योजनात्मक अंतर}}{\text{पृथ्वीपासून चंद्राचे योजनात्मक अंतर}}$$

$$= \frac{\text{चंद्राची कलात्मक दिनगति}}{\text{सूर्याची कलात्मक दिनगति}}, \text{ व ज्याअर्थी चंद्रसूर्याची}$$

योजनात्मक दिनगति सारखीच आहे, त्याअर्थी—

$$\frac{\text{रविगतिकला} \times \text{भूरविव्यासांतरयोजने}}{\text{रविदिनगतियोजने}} = \frac{\text{चंद्रगतिकला} \times \text{भूभाभूव्यासांतरयोजने}}{\text{चंद्रदिनगतियोजने}}$$

$$\therefore \text{भूरविव्यासांतरकला} = \text{भूभाभूव्यासांतरकला.}$$

भू ड ही रेखा आ पृबरोबर करा. भू भा ही रेखा खालील बाजूनेही भू डइतकीच वाढवा.

आपण चंद्रकक्षेत असलेलं पृथ्वीयेवढें ड मां हें बिंब भूमध्या-
पासून पाहिलें तर त्याचें कलात्मक मान काय दिसेल तें काढूं.

चंद्रगतियोजने म्हणजे ११८५९ : चंद्रगतिकला ::
भूव्यासयोजने : चंद्रकक्षांतर्गतभूव्यासकला ∴ चंद्रकक्षा-
तर्गतभूव्यासकला = $\frac{\text{चंद्रगतिकला} \times \text{भूव्यासयोजने}}{\text{चंद्रगतियोजने}}$

आतां भूभाकला = कलात्मक ड मा - २, × कलात्मक ड भू.
परंतु कलात्मक ड मा म्हणजे नुकत्याच काढिलेल्या चंद्रकक्षांतर्गत-
भूव्यासकला होत; व ड भू = $\frac{3}{2}$ भूभाभूव्यासांतरकला = $\frac{2}{3}$

भूरविद्यासांतरकला = $\frac{1}{2} \times \frac{\text{रविगतिकला} \times \text{भूरविद्यासांतरयोजने}}{\text{दिनगतियोजने}}$

∴ भूभाकला =

$\frac{\text{चंद्रगतिकला} \times \text{भूव्यासयोजने}}{\text{दिनगतियोजने}} - \frac{\text{रविगतिकला} \times \text{भूरविद्यासांतरयोजने}}{\text{दिनगतियोजने}}$

याप्रमाणें कलात्मक भूभा निघते. इलाच राहु म्हणतात.

याप्रमाणें चंद्रकक्षांतर्गतभूव्यासकला व भूभाभूव्यासांतरकला
यांच्या अंतराबरोबर त्याच कक्षेतील भूभाकला असतात. भार-
तीय ज्योतिषांतील चंद्रकक्षांतर्गतभूव्यासकला व भूभाभूव्यासांतरक-
लांचीं मानें मध्यम चंद्रगति असतां अनुक्रमें १०६' व २९' आहेत,
व भूमेचें मध्यम मान अर्थात् ८१' आहे. भूमेची पाश्चात्य सारणी
२ चंद्रपरमलंबन—रविबिंब ही असून मध्यम परमलंबन व मध्यम
रविबिंब यांचीं मानें अनुक्रमें ५७'. २ व ३२'. २ हीं आहेत; व

मध्यम भूमा अर्थात् ८२'. २ आहे. भारतीय ज्योतिषांतील योजनात्मक मानें कलात्मक मानांस जुळतील अशीच घेतल्यामुळें त्यांचीं फलें पाश्चात्य फलांशीं जुळतात. आतां ग्रहणसंभवाकडे वळूं-

ग्रहणसंभव.

शरसाधन सपात ग्रहाच्या भुजज्येपासून करितात, हें मागील भागांत आलेंच आहे. आतां पर्वातकालीं, म्हणजे ज्या कालीं रवि व चंद्र यांच्या भोगांच्या समकला असतात त्या कालीं, त्यांज-मधील अंतर ६ राशि असल्यामुळें त्यांचा भुज एकच असतो. म्हणून सपात सूर्यापासून काढिलेला शर सपात चंद्रापासून काढिलेल्या शराच्या बरोबर असतो.

कल्पांत सूर्याचे व चंद्रपाताचे जितके भगण होतात, त्यांची बेरीज ४५५२३१११६८ होते. इला १२ नें गुणिल्यास राशि ५४६२७७३४०१६ येतात. यांस कल्पचांद्रमाससंख्येनें म्हणजे ५३४३३३०००००० नें भागिल्यास एका चांद्र मासांतील सपात सूर्याची गति १ राशि ० अंश ४० कला इतकी येते. इनें कल्पांतील गत चांद्र मासांस गुणून त्यांत चालू मासाच्या आरंभापासून पौर्णिमेपर्यंतच्या १५ दिवसांच्या पात-रविगतीची बेरीज १५ अंश मिळविली असतां मध्यम सपात सूर्य येतो. यामध्यें व स्पष्ट सपात सूर्यामध्यें कधीं कधीं सुमारानें २ अंशांपर्यंतही अंतर असूं शकतें; म्हणजे मध्यम सपात सूर्य जेव्हां १४ किंवा ७ अंश असतो, तेव्हां स्पष्ट सपात सूर्य अनुक्रमें १२ किंवा ९ अंशही आढळून येण्याचा संभव असतो. सबब मध्यम सपात सूर्यांत २ अंश मिळवून त्याचा भुज काढावा; व त्या भुजापासून व चंद्रपरमशरापासून पर्वकालिक चंद्रशर साधावा.

पर्वकालिक चंद्रशर रविचंद्रबिंबांच्या योगार्धापेक्षां कमी असतो तेव्हां चंद्रग्रहण लागतें, हें पूर्वीं आलेंच आहे. चंद्रबिंब व भूमा

यांचें मध्यम मानैक्यार्ध ५६ कला असतें. इतका शर होण्यास स्पष्ट सपात सूर्याचा भुज १२ अंश म्हणजे मध्यम सपात सूर्याचा ज्यास्तीत ज्यास्ती भुज १४ अंश असावा लागतो. तो तसा असला म्हणजे ग्रहणाचा संभव आहे, व तो त्यापेक्षां अधिक असला तर ग्रहण होणार नाही असें समजावें.

याप्रमाणेंच सर्वांत कमी मानैक्यार्ध ५१ कला असतें. इतका शर होण्यास स्पष्ट सपात सूर्याचा भुज ९ अंश म्हणजे मध्यम सपात सूर्याचा कर्मांत कमी भुज ७ अंश असावा लागतो. ह्यापेक्षां कमी असल्यास ग्रहण खात्रीनें घडणार असें समजावें.

ग्रहणमध्य.

पर्वांतकाल म्हणजे सूर्य व चंद्र यांमध्ये बरोबर ६ राशि अंतर असतें तो काल. हा काल नेहमीं ग्रहणमध्यकालाशीं तुल्य असतो असें नाही. ग्रहणमध्यकाल म्हणजे स्पर्शकाल व मोक्षकाल यांजमधील अंतराचा मध्य, अर्थात् भूमामध्यापासून चंद्रकक्षेवर ज्या स्थानीं लंब पडतो त्या स्थानीं चंद्र येण्याचा काल; व पर्वांतकाल म्हणजे भूमेच्या मध्यबिंदूवर चंद्रशर ज्या काळीं पडतो तो काल. तो लंब व हा शर या दोन रेषांमधील जो कोण असतो त्यास विक्षेपवलन म्हणतात. या चापात्मक रेषा अनुक्रमे चंद्रकक्षेचा उत्तर बिंदु व कदंब यांस जाऊन मिळतात. या दोन बिंदूस सांधणारा चाप परमशरतुल्य असतो. हा प्रकार अयनवलनासारखा आहे. विक्षेपवलनाचें साधनही अयनवलनाप्रमाणेंच असतें. म्हणजे विक्षेपवलनज्या=परमशरज्या×सपातचंद्रकोटिज्या.

विक्षेपवलनासमोर चंद्रकक्षेवर जो चाप असतो, त्याचे अंशांची भुजज्या=चंद्रशरज्या × चंद्रविक्षेपवलनज्या. हा चाप किंवा त्याच्या जोडीचें क्रांतिवृत्तखंड अशी म्हणजेच पर्वांतकालीन

व ग्रहणमध्यकालीन चंद्रस्थितीतील अंतर होय. या दोन स्थितीं-
मध्ये जो काळ जातो तो सपातसूर्यभुजाच्या प्रत्येक अंशास २
पळे इतकाच व म्हणून फार अल्प असल्यामुळे तो आपल्या
ज्योतिषांत जमेस धरिला नाही. त्यांत पर्वीतकाल तोच ग्रहण-
मध्यकाल मानिला आहे. असो. या कालाचा संस्कार पर्वीत-
कालास केला म्हणजे ग्रहणमध्यकाल येतो.

स्पर्श व मोक्ष.

स्पर्शकालापासून ग्रहणमध्यकालपर्यंत जितका काल लोटतो
तितकाच त्यानंतर मोक्षकालापर्यंत लोटावयाचा असतो. स्पर्श-
कालापासून मध्यकालापर्यंत किंवा मध्यकालापासून मोक्षकालापर्यंत
जो काळ जातो, त्या काळांत चंद्र स्वक्षेचा जितका भाग
चालून जातो त्यास स्थित्यर्ध किंवा स्थितिखंड म्हणतात.

चंद्रग्रहणाची जी आकृति वर दिली आहे, तीत अ क हें
भूमेचें मानार्ध, क श हें चंद्रविंवाचें मानार्ध व अ श हे दोघांचें
मानैक्यार्ध आहे; आणि श र हा स्पर्शकालिक चंद्रशर आहे. अ र श हा
काटकोन आहे. म्हणून मानैक्यार्धवर्गांतून चंद्रशरवर्ग वजा करून
उरलेल्या बाकीचें वर्गमूळ काढिलें असतां अ र हें सुमाराचें स्थित्यर्ध
म्हणजे चंद्रानें स्पर्शकालापासून मध्यकालापर्यंत आक्रमिलेल्या
कला निघतात. त्या कला आक्रमण्यास चंद्रास किती काल लागतो
हें रविचंद्रगत्यंतरावरून काढितां येतें; व त्यापासून स्पर्शकाल व
मोक्षकालही निघतो. स्पर्शकालिक शर माहित नसल्यामुळे मध्यका-
लिक शरापासूनच हें साधन करावें लागतें. यामुळे हीं सर्व फलें
स्थूल असतात.

मध्यकालीन ग्रास.

चंद्रग्रहणाच्या आकृतीत अ प्र हें भूमानार्ध व स म हें चंद्र-
विंवामानार्ध आहे. यांची बेरीज अस + २ सप्र + प्रम ही आहे.

इच्यांतून (सुमाराचा) चंद्रशर अ म (म्हणजे अ स + स अ + अ म) वजा केला असतां बाकी स अ रहाते. हाच आस होय. हा आस म्हणजे (मानैक्यार्ध-शर) जेव्हां चंद्रविंबापेक्षां अधिक असतो तेव्हां ग्रहण खग्रास असते.

संमीलन व उन्मीलन.

खग्रास ग्रहणांत ज्या काळीं चंद्रविंबाचा भूमेमध्ये पूर्णपणें प्रवेश होऊन तिच्या आंतील वाजूस त्याच्या पाठीमागच्या अप्राचा स्पर्श होतो, त्या काळास संमीलनकाल म्हणतात. पूर्ण-अस्त चंद्रविंब भूमेतून बाहेर पडण्याच्या पूर्वी त्याच्या पुढील अप्राचा भूमेच्या आंतील वाजूस ज्या काळीं स्पर्श होतो त्या काळास उन्मीलनकाल म्हणतात. या दोन कालांच्या व मध्यकालाच्या मधील स्थित्यर्थास अनुक्रमें आद्य व अंत्य मर्द-स्थितिखंडें म्हणतात. ग्रहणमध्यकालापासून स्पर्शकाल काढितांना ज्याप्रमाणें मानैक्यार्ध एका काटकोन त्रिकोणांतील कर्णाचे ठिकाणी असतें त्याप्रमाणें मर्दखंड काढितांना मानांतरार्ध कर्णरूप व पूर्ववत् शर कोटिरूप असून त्यांपासून मर्दखंड, संमीलनकाल व उन्मीलनकाल काढितां येतात. परंतु हेही वर दिलेल्या कारणा-मुळे स्थूल असतात.

स्पर्शकाल, मोक्षकाल, संमीलनकाल, उन्मीलनकाल सूक्ष्म काढावयाचे असल्यास प्रथम ते काल स्थूल साधून नंतर त्या काळचे चंद्र, पात व शर साधून त्यांपासून पुन्हा तेच पण सूक्ष्मतर काल काढावे. याप्रमाणें ते काल स्थिर होत तोंपर्यंत पुनःपुनः करावें; म्हणजे सूक्ष्म काल निघतात.

इष्टकालिक ज्ञानें.

चंद्रग्रहणविचारांत इष्टकालिक चंद्र व मध्यस्थिति यांच्या दरम्यान जे अंश असतात त्यांस भुज, शरास कोटि आणि चंद्र व

भूमा यांच्या मध्यबिंदूस सांधणाऱ्या रेषेस कर्ण म्हणतात. स्पर्शानंतर व मोक्षापूर्वी केव्हांही भुज किती आहे हें निघालें म्हणजे त्यावरून रविचंद्रगत्यंतराच्या साहाय्याने मध्यस्थितीपर्यंत किती काल आहे हें काढितां येते, व कर्णही काढितां येतो.

स्थितिसंढकालांतून स्पर्शकाल (किंवा मोक्षकाल) व इष्टकाल यांजमधील अंतर वजा करून घटिकात्मक अवशेषास गत्यंतरांशांनी गुणिलें असतां भुजकला येतात. त्यांचा व शरकलांचा वर्ग करून आणि दोन्ही वर्गांची बेरीज करून तिचे वर्गमूळ काढिलें असतां कर्ण (म्हणजे भूमा व चंद्रबिंब यांच्या मध्यांतील अंतर) निघतो.

मानैक्यार्धांतून इष्टकालिक कर्ण वजा केल्यास इष्टकालिक ग्रास निघतो. याचें स्पष्टीकरण करण्याची जरूर नाही. तें वरील आकृतीवरून उघड होईल.

स्पर्शमोक्षदिशा.

यानंतर स्पर्श कोणत्या दिशेनें होतो हें काढावयाचें. भूमेच्या पूर्वोन्मुख गतीपेक्षां चंद्राची पूर्वोन्मुख गति अधिक असल्यामुळे चंद्र भूमेत पश्चिमेकडून प्रवेश करितो, व त्याच्या बिंबास पूर्वेकडून ग्रहण लागते. पण तें त्या बिंबाच्या थेट पूर्वेस लागत नाही. चंद्रबिंबास भूमेचा स्पर्श होतो, तो स्पर्शकाली त्याच्या व भूमेच्या मध्यबिंदूस सांधणाऱ्या रेषेत असणाऱ्या त्याच्या अग्राशीं होतो. या अग्रावर घडणारा चंद्रबिंबव्यासार्ध व चंद्रकक्षा यांमधील कोण म श क हा आहे. त्याची भुजज्या $\frac{\text{त्रिज्या} \times \text{शर}}{\text{मानैक्यसंढ}}$ ही आहे. चंद्रकक्षेच्या

पूर्वबिंदूपासून या कोणाइतक्या अंतरावर उत्तरेस स्पर्श होतो. ग्रास दक्षिणेस असल्यास मात्र स्पर्श पूर्वबिंदूच्या दक्षिणेस होतो. आतां

आपणांस स्पर्शदिशा काढावयाची ती आपण ज्या स्थळीं आहोंत त्याच्या मानानें काढावयाची असते. म्हणून आपणांस चंद्रकक्षेचा पूर्वबिंदु व आपल्या स्थलाचा पूर्वबिंदु यांजमधील अंतर काढिलें पाहिजे. हें अंतर अर्थात् दोहोंच्या उत्तरबिंदूतील अंतराइतकेंच असतें. आतां चंद्रस्थानापासून चंद्रकक्षेचा उत्तरबिंदु व कदंब यांजवर जाणाऱ्या सूत्रांमध्ये चंद्राचें विक्षेपवलन, कदंब व ध्रुव यांजवर जाणाऱ्या सूत्रांमध्ये अयनवलन व ध्रुव आणि इष्ट स्थलाचा उत्तरबिंदु यांजवर जाणाऱ्या सूत्रांमध्ये अक्षवलन असल्यामुळें हे तिन्ही संस्कार चंद्रकक्षेच्या उत्तरबिंदूस केले म्हणजे इष्ट स्थलाची उत्तरदिशा येते, व पूर्वबिंदूस केले म्हणजे पूर्वदिशा येते. चंद्रकक्षेच्या पूर्वदिशेपासून किती अंतरावर स्पर्श झाला हें आपणांस माहित असल्यामुळें स्वस्थलाच्या पूर्वेपासून तो किती अंतरावर झाला हें अर्थात्च काढितां येतें. मोक्षदिशासाधनही या प्रकारेंच करावें. अंतर इतकेंच कीं मोक्ष बिंबाच्या पश्चिमेकडून होत असल्यामुळें मोक्षदिशेचें उत्तर किंवा दक्षिण अंतर काढावयाचें तें पश्चिमबिंदूपासून काढावयाचें असतें. ग्रहणप्रसंगीं पात चंद्राच्या फार जवळ असल्यामुळें विक्षेपवलन परम शराच्या जवळ जवळच असतें. म्हणून दिक्साधनार्थ विक्षेपवलनाचा संस्कार देण्याऐवजीं परम शराचा दिल्यास चालतें.

सूर्यग्रहण.

चंद्रग्रहणाची चांगली कल्पना आली म्हणजे सूर्यग्रहण समजण्यास सोपें जातें. पहिल्यापेक्षां दुसऱ्यांत जे विशेष आहेत ते खालीं देतोः—

ग्रहणसंभव.

चंद्रास ग्रहण लागते तें त्याचें विंब भूमेमधून गेल्यामुळे लागते. सूर्यास ग्रहण लागते तें सूर्यविंबाच्या आड चंद्रविंब आल्यानें लागते; म्हणजे सूर्यग्रहण होण्यास सूर्यविंब व चंद्रविंब यांच्या मानैक्यार्धापेक्षां चंद्रशर कमी असावा लागतो. हें मानैक्यार्ध मध्यम मानानें ३२ कला असतें. चंद्रशर ३२ कला होण्यास व त्यामुळे ग्रहणसंभव असण्यास सपातसूर्यभुज ७ अंश असावा लागतो. परंतु ग्रहणसंभव वधण्यापूर्वी सपात सूर्यास दोन संस्कार ज्यास्त द्यावे लागतात. चंद्रग्रहण पौर्णिमेस व सूर्यग्रहण अमावास्येस होत असल्यामुळे सूर्यग्रहणकालीं सपात सूर्य चंद्रग्रहणकालापेक्षां पंधरा दिवसांच्या पातरविवियोगानें म्हणजे १५ अंशांनी अधिक असतो. हे अंश मिळून येणारा सपातसूर्यभुज सपात सूर्य (म्हणजे सपात चंद्रच) उत्तर गोलान्त असतां उत्तर, अथवा दक्षिण समजावा. दुसरें असें कीं सूर्य-ग्रहणांत नतिसंस्कृत शर द्यावा लागत असल्यामुळे सपात सूर्यास दुसराही एक संस्कार करावा लागतो.

लग्न व त्रिभोन लग्न यांमध्ये तीन राशींचें अंतर असतें. लग्न व सूर्य यांमध्ये जें क्रांतिवृत्तावर अंतर असतें त्यास विषुववृत्तावरील रूप देऊन त्याच्या घटिका केल्यास त्या लग्नाच्या मानानें उन्नत घटिका होतात. त्याचप्रमाणें सूर्य व त्रिभोन लग्न यांतील क्रांतिवृत्तीय अंतरास विषुववृत्तीय करून त्याच्या घटिका केल्यास त्या त्रिभोन लग्नाच्या मानानें नत घटिका होतात. याच्या उलट त्रिभोनलग्नीय नत घटिकांपासून त्रिभोन लग्न व सूर्य यांतील अंतर निघतें. आतां प्रथम दृष्टकालच्या नतकालघटिका आणाव्या. या ६ नें भागून येतात. यांनाच तूर्त

स्थूल मानानें त्रिभोनलम्बीय नत घटिका समजण्यास हरकत नाही. नंतर ज्याअर्थी त्रिभोनलम्बीय नत घटिकांच्या चतुर्थांशतुल्य लंबन असतें, त्याअर्थी आलेल्या घटिकांत लंबनार्थ त्यांचा चतुर्थांश मिळवावा. नंतर ज्याअर्थी ५-९ घटिकांनीं सुमारानें एक एक राशि याप्रमाणें राशिचक्र भ्रमण करितें, त्याअर्थी त्या बेरजेस ५ नें भागावें; म्हणजे सूर्य व त्रिभोन लम्ब यांमध्ये असलेल्या राशि सुमाराच्या येतात. त्या पूर्वाह्न असतां सूर्यांत वजा कराव्या, व अपराह्न असल्यास त्यांत मिळवाव्या; म्हणजे सुमारानें वित्रिभ लम्ब येतें. सुमारानें म्हणावयाचें कारण असें कीं आपण लंबनसंस्कार दिला आहे तो त्रिभोनलम्बीय नत घटिकांस न देतां नतकालघटिकांस दिला आहे. असो; आलेल्या वित्रिभ लम्बाची क्रांति काढून तिला मध्यान्हकालिकरविनतांशसाधनांतल्याप्रमाणें अक्षांशांचा संस्कार केला म्हणजे सुमारानें त्रिभोन लम्बाचे नतांश येतात.

येथें सुमारानें म्हणण्याचें कारण जरा विस्तारानें दिलें पाहिजे. आपण ज्या स्थलीं आहोंत तेथील याम्योत्तरलम्बविषुवांश व अक्षांश हे तेथील खस्वस्तिकाचे अनुक्रमें विषुवांश व क्रांति होत; व त्रिभोन लम्ब व त्याचे नतांश हे त्या खस्वस्तिकाचे अनुक्रमें सायन भोग व व्यस्तदिकू (भिन्न दिशेचा, म्हणजे नतांश दक्षिण असल्यास शर उत्तर व ते उत्तर असल्यास शर दक्षिण) शर होत. इष्टकालीन लम्बापासून त्याचे विषुवांश व त्यांतून तीन राशि वजा केल्यास याम्योत्तरलम्बविषुवांश निघतात; व आपल्या स्थळाचे अक्षांश आपणांस माहित असतातच. या दोन राशींपासून विषुवांशक्रांतींपासून सायनभोगशर काढावयाच्या रीतीनें त्रिभोन लम्ब व त्याचे नतांश निघूं शकतात. या नतांशांचें दुसरेंही एक साधन आहे. हे नतांश व याम्योत्तरवृत्त यांज-

मधील कोण अग्राचापाच्या बरोबर (कारण खस्वस्तिका-पासून क्षितिजस्थ लम्बावर जाणारा चाप समवृत्ताच्या पूर्वबिंदू-पासून जितक्या अंतरावर असतो तितक्याच अंतरावर खस्व-स्तिकापासून त्रिभोन लम्बावरून क्षितिजापर्यंत जाणारा चाप सम-वृत्ताच्या दक्षिणबिंदूपासून असतो.) असून त्याचे कोटिस्थानीं ते नतांश व कर्णस्थानीं खस्वस्तिक व याम्योत्तरलम्ब यांच्या-मधील अंतर असतें. क्षितिजस्थ लम्बापासून त्याच्या जोडीचे विषुवांश काढून त्यांमधून ९० अंश वजा केले म्हणजे याम्योत्तरलम्ब-विषुवांश निघतात हें वर आलेंच आहे. त्यांपासून याम्योत्तरलम्ब काढून त्याच्या क्रांतीस अक्षांशांचा संस्कार दिला म्हणजे खस्वस्तिक व याम्योत्तरलम्ब यांमधील अंतर येतें. त्याच्या भुजज्येस अग्नेनें गुणून त्रिज्येनें मागिल्यास याम्यो-त्तरलम्ब व त्रिभोन लम्ब यांमधील अंतराची भुजज्या येते. याप्रमाणें खस्वस्तिक, त्रिभोन लम्ब व याम्योत्तरलम्ब या बिंदूंमधील चापांनीं होणाऱ्या त्रिकोणांतील कर्ण व भुज समजल्या-वर त्यांपासून कोटिस्थानीं असलेले त्रिभोनलम्बनतांशही साधितां येतात. ते वित्रिभ लम्बाची क्रांति व अक्षांश यांच्या अंतरानें साधितां येणार नाहीत. कारण हें अंतर त्याच अग्राचापाचे कोटि-स्थानीं असून त्रिभोनलम्बनतांश हे कर्णस्थानीं आहेत. मात्र हिंदुस्थानांतील परम अग्राचापाच्या कोटिज्येचें कर्णाशीं गुणोत्तर सारे $\frac{4}{5}$ च असल्यामुळें तें प्रस्तुतसारख्या स्थूल साधनांत उपेक्षण्यास हरकत नाही. येथपर्यंत स्थूल त्रिभोनलम्बनतांशांचें साधन झालें. या नंतर त्रिज्येस जर चंद्राची परमलंबनतुल्य नति म्हणजे ४८' ४६" तर ४५ अंशांच्या (४९° अंशांपर्यंत कोण व भुजज्या यांच्या वाढीचें प्रमाण सामान्यतः सारखें असतें. त्यांहून अधिक नतांशांचा विचार करण्याचें दक्षिणात्यांस कारण नसतें. कारण

त्यांहून अधिक नतांश २२ हून अधिक अक्षांश असतांना मात्र संभवतात.) भुजज्येस किती, या त्रैराशिकानें तितक्या अंशांची नति ३४' ३०" इतकी येते. परंतु ७० कला नति व्हावयास १५ अंश भुज असावा लागतो तर वर आलेल्या नतीइतका शर होण्यास किती भुज पाहिजे, या त्रैराशिकानें ७ अंश २४ कला हें उत्तर येतें. हे भुजांश सुमारानें ४५ भुजांशांच्या $\frac{1}{2}$ आहेत. यावरून भुजांश स्थूल मानानें नतांशांच्या $\frac{1}{2}$ धरण्यास हरकत नाही हें उघड झालें. सबब नुक्तेच आलेल्या इष्टकालिक त्रिभोनलम-नतांशांचा सहावा हिस्सा घेऊन त्याची व सपातसूर्यभुजाची दिशा एक असल्यास तो त्यांत मिळवावा; तसें नमल्यास वजा करावा; म्हणजे सपात सूर्य ग्रहणसंभव पाहण्यास योग्य होतो. संस्कृतसपातसूर्यभुजांश जर ७ अंशापेक्षां कमी असतील तर सूर्यग्रहणाचा संभव आहे असें समजावें. कारण रविचंद्रांचें मध्यम मानैक्यार्थ ३२ कला आहे; व चंद्रशर इतका होण्यास सपात-सूर्यभुज ७ अंश असावा लागतो.

वर दिलेलें साधन सिद्धांतशिरोमणींतील आहे. त्यावरून भारतीय ज्योतिषी साधन सुलभ करण्याकरितां कोणत्या युक्त्या करितात, याची साधारण अटकळ होईल.

चंद्रग्रहणांत लंबनाची आवश्यकता नसून सूर्यग्रहणांत ती असते, याचें कारण असें कीं, चंद्रग्रहणग्रंथसंगी भूभा व चंद्रविच ही एकाच कक्षेंत असतात, यामुळे लंबनाचा परिणाम दोघांवर सारखा होतो; परंतु सूर्यग्रहणांत चंद्र व सूर्य हे भिन्न कक्षांतील ग्रह असल्यामुळे, हे भूमध्यापासून जरी एकावर एक असलेले दिसले, तरी (ते खस्वस्तिकाजवळ नसल्यास) भूपृष्ठापासून तसे दिसत नाहींत; तर त्यांच्या स्थानांमध्ये दोघांच्या लंबनांतील अंतराइतकें अंतर दिसून येतें. वर परम लंबन हे शब्द योजिले आहेत ते दोघांच्या

परम लंबनांतील अंतर या अर्थांचे जो जिले आहेत. हे अंतर अर्थात् उभयतांच्या गतीमधील अंतराच्या $\frac{1}{2}$ शी तुल्य असते.

दर्शान्तकाली (अमावास्येच्या अंती) जें घटिकात्मक लंबन उत्पन्न होते, तें सूर्य वित्रिभ लग्नापेक्षां कमी असल्यास दर्शान्त-घटिकांत मिळवावें, व सूर्य वित्रिभ लग्नापेक्षां अधिक असल्यास तें त्या घटिकांत वजा करावें. याप्रमाणे आलेल्या लंबनसंस्कृत दर्शान्तकालापासून लग्न व त्यापासून वित्रिभ लग्न आणून त्यापासून पुन्हां घटिकात्मक लंबन साधावें; व त्याचा दर्शान्तकालास संस्कार करावा. दर्शान्तकाल पूर्णपणे स्थिरावेपर्यंत हे दर्शान्तकालसंस्काराचें काम चालू ठेवावें; म्हणजे सूक्ष्म ग्रहणमध्यकाल येतो. दुसऱ्या भागांत लंबनविचारप्रसंगी जो लंबनाच्या ऋणधनत्वाबद्दल नियम दिला आहे, त्याच्या उलट नियम येथे देण्याचें कारण इतकेंच कीं येथे ग्रहस्थान साधावयाचें नसून दर्शान्तकाल साधावयाचा आहे.

सूर्यग्रहणांतील स्थित्यधमर्द्धां चंद्रग्रहणांतल्याप्रमाणेंच आणावयाचें मात्र तें आणिताना भूमा व चंद्रविंब यांच्या मानैक्यार्धाबद्दल रविविंब व चंद्रविंब यांचें मानैक्यार्ध समजावयाचें. अंशात्मक स्थित्यर्धापासून घटिकात्मक स्थित्यर्ध चंद्रग्रहणांतल्याप्रमाणेंच काढावें.

स्पर्शकाल काढावयाचा असल्यास तिथ्यंतकालांत घटिकात्मक स्थित्यर्ध वजा करून, व मोक्षकाल साधावयाचा असल्यास मिळवून, तत्कालिक घटिकात्मक लंबन साधावें, व त्याचा कालात्मक-स्थित्यर्धसंस्कृत तिथ्यंतकालास संस्कार करावा; म्हणजे स्थूल स्पर्शकाल किंवा मोक्षकाल येतो. तो व मध्यस्थितिकाल यांमधील अंतर स्थूल कालात्मक स्थित्यर्ध झालें. तेवढ्या कालांत होणाऱ्या चंद्रगतीच्या अंशांचा समकल चंद्रास क्षत्रात्मक संस्कार करून त्याचा शर काढावा, व तत्कालिक वित्रिभोत्पन्न नतीचा त्यास संस्कार देऊन त्या शरापासून अशात्मक, व त्यापासून घटिकात्मक स्थित्यर्ध

काढावे. त्या स्थित्यर्थाचा गणितानें आलेल्या दर्शातकालास पुन्हां संस्कार करावा; व येणाऱ्या कालास वर आलेल्या घटिकात्मक लंबनाचा संस्कार द्यावा. याप्रमाणें वारंवार करून जो काल येईल तो स्पष्ट स्पर्शकाल किंवा मोक्षकाल जाणावा.

याचप्रमाणें मर्दखंडापासून संमीलनकाल व उन्मीलनकालही चंद्रग्रहणांतल्याप्रमाणेंच काढितां येतात. मात्र ते पौनःपुन्यानें सूक्ष्म केले पाहिजेत.

त्याचप्रमाणें भुज, कोटि, ग्रास वगैरे प्रकारही चंद्रग्रहणांतल्याप्रमाणेंच काढावे. मात्र त्यांनाही नतिसंस्कृतशरोत्पन्न-स्थित्यर्थापेक्षेनें स्फुट केले पाहिजे. भुजाचें स्पष्टीकरण स्फुट स्थित्यर्थास जर येवढा भुज तर तत्कालिक स्फुटशरोत्पन्न स्थित्यर्थास किती, या त्रैराशिकानें होतें.

सूर्यग्रहणांत स्पर्श पश्चिमेकडून व मोक्ष पूर्वेकडून होतो. स्पर्शमोक्षदिशा काढितांना विक्षेपवलनाचा संस्कार द्यावा लागत नाही; फक्त अयनवलन व अक्षवलन हे संस्कार द्यावे लागतात. याचें कारण असें कीं, प्रथम जी दिशा येते ती क्रांतिवृत्त-संबंधी असते.

दर्शनादर्शनें.

ग्रह सूर्याच्या फार जवळ आल्यास दिसेनासा होतो, व त्यापासून कांहीं दूर गेल्यावर पुन्हां दिसूं लागतो. या चमत्कारांस आपल्या ज्योतिषग्रथांत अस्तोदय म्हटलें आहे. परंतु त्याच ग्रथांत उदय व अस्त या शब्दांचे अर्थ ग्रह क्षितिजावर येणें व त्याखालीं जाणें (यांस नित्योदयास्त म्हणतात.) हेही आहेत; व या दोन्ही अर्थांच्या उदयास्तांचा विचार एकाच अध्यायांत केलेला असतो. या निबन्धांत संदिग्धता टाळण्याकरितां आधुनिक ज्योतिष्यांच्या पद्धतीस

अनुसरून पहिल्या अर्थां दर्शनादर्शने किंवा दर्शनलोप व दुसऱ्या अर्थां उदयास्त हे शब्द योजिले आहेत.

सूर्य व इतर ग्रह यांजमध्ये जे भोगांश असतात त्यांस विषुव-वृत्तावरील रूप दिलें कीं कालांश होतात. सूर्याचा उदय किंवा अस्त झाल्यानंतर इतर ग्रहांचे दर्शनलोप कमीत कमी जितक्या घटिकांनीं होतात त्यांस ६ नें गुणिलें असतां जे कालांश येतात ते दर्शनादर्शनसंघिकालींचे कालांश होत. चंद्र, मंगळ, बुध, गुरु, शुक्र व शनि हे ग्रह व सूर्य यांजमधील कालांश अनुक्रमें १२, १७, १४, ११, १० व १५ झाले असतां ते ग्रह सूर्यापासून दूर जात असल्यास दर्शनोन्मुख व सूर्याजवळ येत असल्यास अदर्शनोन्मुख होतात. बुध व शुक्र वकी असतां त्यांचे दर्शनलोपसंघिकालिक कालांश २ नें कमी असतात. कारण तेव्हां त्यांचीं विंवे अधिक स्थूल दिसतात.

ज्या ग्रहाची गति सूर्यापेक्षां कमी असते त्या ग्रहाचें दर्शन तो सूर्याचे पश्चिमेस रेंगाळूं लागल्यानंतर पूर्वेकडे म्हणजे सूर्योदयापूर्वीं होतें, व पश्चिमेकडे म्हणजे सूर्यास्तानंतर अदर्शन म्हणजे लोप होतो. उलट पक्षीं ज्याची गति सूर्यापेक्षां अधिक असते तो सूर्यामधील व स्वतःमधील अंतर तोडितां तोडितां पूर्वेस दिसेनासा होतो; व अंतर तोडून कांहीं मार्ग आक्रमिल्यावर पुन्हां पश्चिमेस दृश्य होतो. परंतु बुध व शुक्र हे अंतर्वर्ती ग्रह मात्र जेव्हां मार्गी असतात तेव्हां पश्चिमेकडे दिसूं लागतात; व कांहीं दिवसांनीं वकी होऊन पश्चिमेकडेच दिसेनासे होतात. नंतर त्याच वक्रगतीनें पूर्वेकडे दिसूं लागून पुन्हां उलट गतीनें पूर्वेकडेच दिसेनासे होतात.

आतां मध्यम सूर्य व स्थूलस्फुट ग्रह यांमध्ये वर दिलेल्या कालांशांइतके क्षेत्रांश असण्यास व त्यासुळें त्या ग्रहांचे दर्शनलोप घडण्याचा

संभव असण्यास, त्यांची शीघ्रकेंद्रे किती असली पाहिजेत हे पाहू. मध्यम रवि व मंदस्फुट ग्रह यांमधील अंतरास शीघ्रकेंद्र म्हणतात हे मागे आलेच आहे. मंगळाचे शीघ्रकेंद्र २८ अंश असले म्हणजे शीघ्रफल ११ अंश असते, व ते शीघ्रफल मंदस्फुट मंगळांत मिळवून बेरीज मध्यम सूर्यातून वजा केली म्हणजे मंगळाच्या दर्शनलोपसंधिकालिक कालांशांइतके म्हणजे १७ अंश अवशिष्ट रहातात. हे क्षेत्रांश म्हणजे क्रांतिवृत्तावरील अंश होत. व इतके अंतर मध्यम रवि व स्थूलस्फुट मंगळ यांच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानांत असले म्हणजे मंगळाचे स्थूल दर्शन आले. वरील केंद्रांश म्हणजे २८ अंश ३६० अंशांतून वजा केले म्हणजे बाकी ३३२ उरते, व इतके केंद्रांश असतांना मंगळाचा स्थूल लोप होईल हे उघड आहे. गुरु व शनि यांची स्थूल दर्शने अनुक्रमे १४ व १७ अंश शीघ्रकेंद्रे असता व स्थूल लोप अनुक्रमे २४३ व २४३ अंश शीघ्रकेंद्रे असता घडून येतात. या तिघांची दर्शने नेहमी पूर्वेस व लोप नेहमी पश्चिमेस होतात हे वर आलेच आहे. बुध व शुक्र यांचे प्रत्येक दिशेस एक एक दर्शनलोप होतात. यांची शीघ्रकेंद्रे अनुक्रमे ५० व २४ अंश असता यांची धनात्मक शीघ्रफले, व शीघ्रकेंद्रे अनुक्रमे १५५ व १७६ अंश असता यांची ऋणात्मक शीघ्रफले अनुक्रमे १४ व १० अंश असतात; व ही शीघ्रफले मध्यम बुधशुक्रांत (म्हणजे पर्यायाने मध्यम रवीतच) मिळवून किंवा वजा करून येणाऱ्या स्थानांची मध्यम रवीपासून अंतरें तितकेच अंश म्हणजे १४ व १० होतात; व इतकेच त्यांचे दर्शनलोपसंधिकालिक कालांश असतात. पर्यायाने म्हणावयाचे झाल्यास बुधशुक्रांची शीघ्रफले त्यांच्या कालांशांइतकी झाली म्हणजे त्यांचे स्थूल दर्शनलोप घडून येतात. असो. याप्रमाणे या दोन ग्रहांची पश्चिमेकडील स्थूल दर्शने त्यांची शीघ्रकेंद्रे अनुक्रमे ५०

व २४ असतां होतात; व अर्थात्च त्यांचे पूर्वेकडील स्थूल लोप तीं शीघ्रकेंद्रे अनुक्रमे ३१० व ३३६ अंश असतां होतात. त्याचप्रमाणें त्यांचे पश्चिमेकडील स्थूल लोप त्यांचीं शीघ्रकेंद्रे अनुक्रमे १५५ व १७६ अंश असतां होतात; व त्यांचीं पूर्वेकडील स्थूल दर्शनें अर्थात्च तीं शीघ्रकेंद्रे अनुक्रमे २०५ व १८४ अंश असतां होतात. हे दर्शनलोप स्थूल होत. कारण ते घडून येतात तेव्हां स्थूलस्फुट ग्रहांचीं मध्यम सूर्यापासून क्षेत्रांशात्मक अंतरेंच काय तीं त्यांच्या दर्शनलोपसंधिकालिक कालांशांइतकीं असतात कालांशात्मक अंतरें जेव्हां तितकीं असतात, तेव्हां सूक्ष्म दर्शनलोप घडून येतात.

केंद्रांशांनीं ग्रहाचें दर्शन किंवा अदर्शन ज्या दिवशीं येतें, त्याच्या जवळच्या एखाद्या दिवसाचा ग्रह व रवि स्पष्ट करून व ग्रहाचें दर्शन किंवा अदर्शन पूर्वेस किंवा पश्चिमेस असेल त्याप्रमाणें तो ग्रह अनुक्रमे औदयिक किंवा अस्तमयिक करून त्याचें अनुक्रमे उदयलग्न किंवा अस्तलग्न साधवें. जेव्हां दर्शन किंवा अदर्शन पश्चिमेकडे असेल तेव्हां सूर्यातही सहा राशी मिळवाव्या. हा संस्कार सूर्यास करण्याचें कारण असें कीं, ग्रहाचें अस्तलग्न म्हणजे तो ग्रह अस्तास जात असतांना क्रांतिवृत्ताचा जो भाग पूर्व क्षितिजाशीं संलग्न असेल तो, व ज्याअर्थी आपणांस सूर्य व ग्रह यांतील अंतराच्या उपचयापचयाचा विचार करावयाचा आहे व ज्याअर्थी आपण ग्रहाबद्दल त्याचें अस्तलग्न घेतलें आहे, त्याअर्थी सूर्याबद्दलही अस्तलग्नाच्या जोडीचें त्याचें षड्भांतरित (म्हणजे सहा राशींच्या अंतरावरचें) स्थान आपणांस घेतलें पाहिजे.

नंतर उदयलग्नरूप किंवा अस्तलग्नरूप दृग्ग्रह व साधा किंवा षड्भांतरित सूर्य यांमधील अंतरघटिका काढाव्या. त्यांस ६ ने गुणिलें असतां दोघांमधील कालांश येतात. हे कालांश या-पूर्वी दिलेल्या संधिकाळच्या कालांशांच्या अंकापेक्षां जर कमी

असतील तर ग्रहांचें दर्शन अजून व्हावयाचें आहे किंवा लोप पूर्वीच झाला आहे असें समजावें; जर अधिक असतील तर दर्शन आधीच होऊन गेलें आहे किंवा लोप व्हावयाचा आहे असें समजावें. प्राग्ग्रह जेव्हां सूर्यपेक्षां अधिक असतो, किंवा पश्चिमद्ग्रह जेव्हां कमी असतो, तेव्हां इष्टकालिक कालांश व संधिकालिक कालांश यांचें अंतर न काढितां योग करूनच त्यापासून गतगम्य दिवस काढितात; मात्र अशा प्रसंगीं इष्ट कालांश संधिकालिक कालांशांपेक्षां अधिक असल्यास दिवसांच्या गतगम्यत्वाचा नियम विपर्ययानें समजला पाहिजे, हें उघड आहे.

दोन्ही कालांशांच्या अंतरकला काढून त्यांस एका राशीच्या कलांनीं (१८००) गुणून सायनद्ग्रहराशीच्या स्वदेशोदयासूनीं भागिलें असतां त्या अंतरकला क्रांतिवृत्तीय होतात. नंतर सूर्य व ग्रह यांच्या क्रांतिवृत्तीय गत्यंतरकलांस एक दिवस तर वर आलेल्या कलांस किती, या त्रैराशिकानें गतगम्य दिन येतात. ग्रह वक्रा असतो, तेव्हां साहजिकच त्याच्या व सूर्याच्या गत्यंतरा-एवजी गतियोगकला कराव्या लागतात.

ताऱ्यांचीं दर्शनादर्शनें बहुतेक ग्रहांच्याप्रमाणेंच काढितात. मात्र त्यांचीं यापूर्वी दिलेलीं स्थानें आयनदृक्कर्मक असल्यामुळें त्यांचीं उदयास्तलम्भे काढितांना त्यांस फक्त आक्ष दृक्कर्माचाच संस्कार द्यावा लागतो. अगस्त्याचे दर्शनलोप १२ कालांशांनीं, लुब्धकाचे १३ कालांशांनीं, सामान्यतः तेजस्वी ताऱ्यांचे १४ कालांशांनीं, व लहान ताऱ्यांचे त्यांच्या तेजाच्या अल्पत्वाच्या मानानें त्यांपेक्षां अधिक कालांशांनीं होतात. कालांशांस ६ नें भागिलें म्हणजे घटिका येतात. या घटिका व ताऱ्यांचें उदयलम्भ यांच्या साह्यानें लम्भ साधावें. या लम्भास उदयार्क म्हणतात. त्याच घटिका व ताऱ्यांचें अस्तलम्भ यांच्या साह्यानें विलोम लम्भ साधावें. या लम्भांत ६ राशी

वजा करून येणाऱ्या वजावाकीस अस्तसूर्य म्हणतात. सूर्याचे स्थान उदयार्काइतके असते तेव्हां ताऱ्याचे दर्शन होते, व ते स्थान अस्तसूर्याइतके असते तेव्हां ताऱ्याचा लोप होतो. इष्ट दिनापासून किती दिवसांनी ताऱ्याचे दर्शन होते हे काढावयाचे झाल्यास इष्ट दिनाचा रवि व त्या ताऱ्याचा उदयार्क यांमधील अंतरकलांस रवीच्या कलात्मक दिनगतीने भागावे. उत्तर वेईल तितक्या दिवसांनी ताऱ्याचे दर्शन पुढे होणार असे समजावे. पण हा नियम उदयार्क सूर्यापेक्षा अधिक असेल तेव्हां मात्र लागू पडतो. तो कमी असल्यास तितक्या दिवसांनी दर्शन गत झालेले आहे असे समजावे. ताऱ्याच्या लोपाचे गतगम्य दिन काढावयाचे असल्यास ते याच रीतीने अस्तसूर्यापासून काढितात.

ताऱ्याचा उत्तर शर ज्या मानाने मोठा असतो त्या मानाने त्याचा आक्षेपकर्मज कालात्मक संस्कारही मोठा असतो; व तितक्या संस्काराने त्याचे उदयलग्न कमी व अस्तलग्न अधिक असते. याच उदयास्तलग्नांपासून उदयार्क व अस्तसूर्य साधावयाचे असतात. रवि अस्तसूर्यतुल्य झाला असता तारा दिसेनासा होतो; तो उदयार्क तुल्य रवि होईपर्यंत कित्येक दिवस लुप्तच असतो, व तितका रवि झाल्यावर तो दृश्य होऊं लागतो. अर्थात्च अस्तसूर्य उदयार्कापेक्षा बहुधा कमी असतो. परंतु ताऱ्याचा शर जितका मोठा असेल व स्थलाचे उत्तर अक्षांश जितके अधिक असतील तितक्या मानाने उदयार्क व अस्तसूर्य यांमधील अंतर कमी असते. ज्या स्थळी ज्या ताऱ्याचे उदयास्तार्क तुल्य असतात किंवा उदयार्कापेक्षा अस्तसूर्यच अधिक असतो त्या स्थळी तो तारा कधीच अदृश्य होत नाही.

ज्योतींची दर्शनादर्शने कालांशांवर अवलंबून नसून संध्यारण-दीप्तीप्रमाणे ज्योतींच्या उदयास्तकाली सूर्याचे क्षितिजाखाली जे

दृढमंडलीय नतांश असतात त्यांवर अवलंबून असतात, असें रा० केतकर यांचें मत आहे. अशा नतांशांपासून आलेले दर्शनलोप कालांशांपासून येणाऱ्या दर्शनलोपांपेक्षां सूक्ष्म असतात हें खरें आहे. पण वास्तविक पहातां दर्शनलोप नतांशांवर अवलंबून नसून सूर्य व ज्योति यांमधील सूत्रात्मक अंतरावरच अवलंबून असतात, असें सूक्ष्मविचारांतीं दिसून येईल. सूर्याची दीप्ति त्याच्याभोंवतीं वर्तुलाकार गतीनें फांकत जाते. ज्योति दृश्य असण्यास त्याचें सूर्यापासून जें परम अल्प सूत्रात्मक अंतर असावें लागतें तत्तुल्य व्यासार्धानें सूर्याभोंवतीं काढिलेल्या वर्तुलाच्या टापूच्या वाहेर तो कोठेंही असला तरी तो दिसलाच पाहिजे; मग त्याचे क्षितिजाखालील नतांश पठित नतांशांपेक्षां कमी असले तरी हरकत नाही. येथें संध्यारुणदीप्तीचा दाखला देतां येत नाही. कारण संध्यादीप्ति क्षितिजाच्या कोणत्याही बिंदूपाशीं दिसली तरी चालते. उलट ज्योतीचा सूर्यप्रकाशासमुळे लोप होण्यास तो प्रकाश प्रत्यक्ष त्या ज्योतीपर्यंत पोचला पाहिजे; क्षितिजाच्या इतर बिंदूपर्यंत पोहोचून उपयोग नाही.

उदयास्त.

ज्या दिवशीं ज्या काळचा ग्रहाचा उदय किंवा अस्त काढावयाचा असेल, त्या दिवशींचा तात्कालिक स्फुट ग्रह करून त्याचें उदयलग्न व अस्तलग्न साधावें. नंतर त्या काळाचें इष्ट लग्न साधावें. नंतर जर प्राग्ग्रह इष्ट लग्नापेक्षां कमी असेल, तर ग्रहाचा उदय झाला आहे, व तो अधिक असल्यास उदय व्हावयाचा आहे असें समजावें. पश्चिमदृग्ग्रह जर इष्ट लग्नापेक्षां कमी असेल, तर ग्रहाचा अस्त झाला आहे, व अधिक असेल तर अस्त व्हावयाचा आहे असें समजावें.

प्राग्दृग्ग्रह जेव्हां इष्ट लग्नापेक्षां कमी असेल, तेव्हां त्यांजमधील क्रांतिवृत्तीय अंशात्मक अंतरास विषुववृत्तीय रूप देऊन व त्यास ६ नें भागून त्यांच्या अंतरघटिका काढाव्या. नंतर त्यांस कलात्मक ग्रहदिनगतीने गुणून व ६० नें भागून जें कलात्मक उत्तर येईल तें दृग्ग्रहस्थानांत वजा केलें असतां स्थूल स्वोदयकालिक दृग्ग्रह येतो. नंतर त्याच्या व इष्ट लग्नाच्या अंतरघटिका काढाव्या; व त्यांजपासून पुन्हां स्वोदयकालिक दृग्ग्रह काढून त्याच्या व इष्ट लग्नाच्या अंतरघटिका काढाव्या. हें असकृत्कर्म घटिका स्थिर होत तोंपर्यंत चालू ठेवावें; म्हणजे ग्रहावरोवर उदय पावणारे क्रांतिवृत्तीय स्थान व इष्ट लग्न यांमधील नाक्षत्रघटिकात्मक अंतर येतें; व तें इष्ट कालांत वजा केल्यास त्याचा उदयकाल निघतो.

ही रीत ग्रहोदयानंतर इष्ट कालापर्यंत लोटलेल्या घटिकांच्या साधनाची आहे. गम्य घटिका याच रीतीने काढाव्या. अस्तलग्न व इष्ट लग्न यांमधील गतगम्य अंतरघटिका साधण्याचीही हीच रीत आहे. मात्र तेथें प्राग्दृग्ग्रहाबद्दल पश्चिमदृग्ग्रह घेतला पाहिजे.

ताऱ्यांच्या उदयास्तांचें साधन वरीलप्रमाणेंच आहे. मात्र त्या साधनांत असकृत्कर्माची जरूर नसते.

ज्या स्थलीं ज्या ताऱ्याची उत्तर किंवा दक्षिण क्रांति अक्षांश-कोटीपेक्षां अधिक असते, त्या स्थलीं त्या ताऱ्याचें अहोरात्रवृत्त क्षितिजाच्या अनुक्रमें वर किंवा खाली असल्यामुळें तो अनुक्रमें नेहमी उदितच किंवा अस्तमित असतो. जेथील अक्षांश ३७ पेक्षां अधिक आहेत तेथें अगस्त्य दिसत नाहीं, व जेथील अक्षांश ५२ पेक्षां अधिक आहेत तेथें अंबिजित् नेहमी उगवलेलें असतें.

महापात.

क्रांतिवृत्तावरील सूर्यचंद्रांच्या गतींची बेरीज १३ अंश २० कला जितक्या काळांत होते त्यास योग म्हणतात, हें मागें आलेच

आहे. असे १३॥ योग झाले म्हणजे त्यांचा गतियोग १८० अंश, व १७ योग झाले म्हणजे त्यांचा गतियोग ३६० अंश होतो, हें उघड आहे. सायन सूर्यचंद्रांच्या गतीची क्रांतिवृत्तावरील वेरीज १८०° किंवा ३६०° असली म्हणजे त्यांचे भुजर्हा सारखे असतात. भुज सारखे असले म्हणजे त्यांची क्रांतिर्हा जवळ जवळ सारखीच असते. जवळ जवळ म्हणण्याचें कारण असें कीं, सूर्य क्रांतिवृत्तावर असून चंद्र त्या वृत्ताशीं किंचित् कलत्या अशा विमंडलावर असतो; त्यामुळें जरी चंद्राचें क्रांतिवृत्तीय स्थान व सूर्य हीं विषुववृत्तापासून सारख्या अंतरावर असलीं तरी चंद्रसूर्याची क्रांति सारखी नसते. पर्यायानें म्हणावयाचें ज्ञाख्यास, जरी त्यांची अस्फुट क्रांति सारखी असली, तरी त्यांची स्पष्ट क्रांति सारखी नसते. त्यांच्या स्पष्ट क्रांतींत जें अंतर असतें, तें चंद्राच्या अस्फुट शरापासून जो स्पष्ट शर उत्पन्न होतो त्याबरोबर असतें; व तो शर क्रांतीशीं समदिक् किंवा भिन्नदिक् असेल त्याप्रमाणें तें अंतर चंद्राच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या क्रांतीस म्हणजे त्याच्या अस्फुट क्रांतीस घनात्मक किंवा ऋणात्मक होऊन त्याची स्फुट क्रांति बनते. सूर्याची क्रांति चंद्राच्या स्फुट क्रांतीबरोबर असते, तेव्हां महापात झाला असें म्हणतात.

सूर्याची शून्य क्रांति तो सायनमेषारंभीं असतां होते, व परम क्रांति तो सायनकर्करंभीं असतां होते. चंद्राची स्फुट शून्य क्रांति तो सायनमेषारंभीं किंवा त्याच्या जवळ असतां होते, व परम क्रांति तो सायनकर्करंभीं किंवा त्याच्या थोडा मार्गेंपुढें असतांना घडून येते.

चंद्राची परम स्फुट क्रांति असतांना त्याचें क्रांतिवृत्तीय स्थान व सायनकर्करंभ यांमधील अंतर कसें काढितात तें प्रथम देतो. इतकेंच अंतर सायनमेषारंभ व चंद्राची शून्य क्रांति असतेवेळचें

त्याचें क्रांतिवृत्तीय स्थान यांमध्ये असतें. सूर्याच्या किंवा चंद्राच्या शून्यक्रांतिकालचे स्थानास गोलसंधि व परमक्रांतिकालचे स्थानास अयनसंधि म्हणतात. चंद्रसूर्याचा उरलेला एक एक गोलसंधि व एक एक अयनसंधि यांजमध्येही परस्परांत वरच्या-इतकेंच अंतर असतें.

सूर्याचे गोलसंधीतच अस्फुट चंद्रशर पडत आहे, अशी कल्पना करा. अस्फुट शराचें मान नेहमी सपात चंद्रावर अवलंबून असतें. परंतु रविगोलसंधिस्थ चंद्र असतांना सपात चंद्र=अयनांशोनित विलोमग पात. म्हणून तो शर, लघुत्रिज्या अथवा १२० : परमशरकला अथवा ६७० : : अयनांशोनितपातज्या : शर, या त्रैराशिकानें—

$$\frac{१}{४} \times \text{अयनांशोनितपातज्या} \quad \text{इतका येतो.}$$

४

आतां स्फुट क्रांति = अस्फुट क्रांति + स्फुट शर. परंतु रविगोलसंधिस्थ अस्फुट क्रांति शून्य असल्यामुळे, रविगोलसंधिस्थ चंद्र असतां त्याची स्फुट क्रांति स्फुटशरतुल्य असते. म्हणून स्फुट क्रांति= स्फुट शर = नुक्ताच आलेला अस्फुट शर $\times \frac{\text{अयनवलनकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$

$$= \frac{\text{अस्फुट शर} \times \text{परमक्रांतिकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}; \text{कारण रविगोलसंधिस्थ अयन-}$$

वलन = परम क्रांति.

इतकी स्फुट क्रांति येण्यास भुज किती असावा लागतो, हें यानंतर काढिलें पाहिजे.

९० अंशांची १५-१५ याप्रमाणें ६ खंडें केलीं तर त्यांची कलात्मक अस्फुटक्रांतिखंडें अनुक्रमें ३६२, ३४१, २९९,

२३१, १५०, ९२ व अस्फुटशरखंडें अनुक्रमें ७०, ३९, १६, ४३, २७, ९ अशीं होतात. चंद्रगोलसंधि रविगोलसंधीच्या जवळच असल्यामुळे, आपणांस वरील क्रांतिखंडांपैकीं प्रथम खंडाचेंच म्हणजे ३६२ चेंच प्रयोजन आहे. चंद्र रविगोलसंधिस्थ असतां कितव्या शरखंडाचें आपणांस प्रयोजन आहे, हें मात्र अयनांशोनितपातकोटिज्येवर अवलंबून असते; कारण भुजज्येचा उपचय किंवा अपचय नेहमीं कोटिज्येप्रमाणें होत असतो. म्हणून त्रिज्यातुल्य अथवा १२० इतकी कोटिज्या असते तेव्हां प्रथम शरखंड म्हणजे ७०, तर अयनांशोनितपातकोटिज्या असतांना शरखंड केवढें असेल, या त्रैराशिकानें इष्टशरखंड $\frac{1}{2}$ × अयनांशोनितपातकोटिज्या हें येतें.

एवंच स्फुट क्रांतीचें प्रथम खंड = प्रथम अस्फुटक्रांतिखंड + इष्ट अस्फुटशरखंड = ३६२ + $\frac{1}{2}$ अयनांशोनितपातकोटिज्या. येथें शरखंड अस्फुट असल्यामुळे हें साधन कांहींसें स्थूल आहे.

धनर्णासंबंधानें असा नियम आहे कीं, चंद्राची स्फुट परम क्रांति जर रवीच्या परम क्रांतीपेक्षां म्हणजे २४ अंशापेक्षां अधिक असेल, तर अस्फुटशरखंड अस्फुटक्रांतिखंडास धन करावें. ती तशी असण्यास रवीच्या अयनसंधीत असलेला चंद्रशर उत्तर असला पाहिजे; म्हणजे रवीच्या अयनसंधीत असणाऱ्या चंद्राचा अयनांशोनितपात मेषादिषट्क्रांत असला पाहिजे किंवा रवीच्या गोलसंधीत असणाऱ्या चंद्राचा अयनांशोनित पात त्यापेक्षां तीन राशींनीं कमी म्हणजे मकरादिषट्क्रांत असला पाहिजे. तो कर्कादिषट्क्रांत असल्यास इष्ट अस्फुटशरखंडाचें ऋणाचिह्न समजावें.

वरील खंडयोगास (किंवा ऋणाचिह्न असल्यास खंडांतरास) जर १९ अंशांचा भुज असावा लागतो, तर रविगोलसंधिस्थ चंद्राच्या प्रथम आलेल्या स्फुट क्रांतीस किती भुज असला पाहिजे, या

त्रैराशिकानं इष्ट भुजांश निघतात. रवीच्या गोलायनसंधीपासून इतक्या भुजांशांच्या अंतरावर चंद्राचे गोलायनसंधि असतात. अयनांशानित विलोमग पात मेपादि षट्कांत असल्यास पात विषुववृत्ताच्या दक्षिणेस असून उत्तरोक्त संधि पूर्वोक्त संधींच्या पश्चिमेस असतात. पात तुलादि षट्कांत असल्यास तो पात विषुववृत्ताच्या उत्तरेस असून उत्तरोक्त संधि पूर्वोक्त संधींच्या पूर्वेस असतात.

ज्या काळीं चंद्र स्वायनसंधिस्थ असतो, त्या काळीं त्याची स्फुट क्रांति व सूर्याची क्रांति काढावी. रविक्रांति चंद्रक्रांतीपेक्षा अधिक असेल तर स्फुटक्रांतिसान्य त्या काळीं किंवा त्याच्या सुमारास होणार नाही असे समजावे. कारण चंद्राची क्रांति स्वायनसंधीनंतर उत्तरोत्तर कमी कमी होत जाते; व त्या संधीपूर्वी तर ती रविक्रांतीपेक्षा कमीच असते.

विषुववृत्ताच्या उत्तरेकडील भागाने उत्तर गोल व दक्षिणेकडील भागास दक्षिण गोल म्हणतात. तसेच सायन कर्करांभ व मकरांरंभ यांमधून जाणाऱ्या त्रिज्यावृत्तानेही ज्योतिर्गोलाचे दोन भाग होतात; त्यांम अयनें म्हणतात. रविचंद्र एकाच गोलांत पण भिन्न अयनांत असून त्यांची स्पष्ट क्रांति तुल्य झाली म्हणजे व्यतिपातयोग होतो; व ते एकाच अयनांत पण भिन्न गोलांत असून त्यांची क्रांति सारखी झाली म्हणजे वैधृतियोग होतो. या दोन योगांस महाशत म्हणतात, हें वर आलेच आहे. व्यतिपातयोग असतां सूर्यचंद्राच्या सायन भुजांची बेरीज १८० अंश किंवा त्यांच्या जवळ असते; व वैधृतियोग असतां ती ३६० अंश किंवा त्यांच्या जवळ असते. जेव्हां बेरीज १८० किंवा ३६० अंश नसते, परंतु यापैकी कोणत्या तरी आंकड्याच्या जवळ जवळ असते, तेव्हां तिजमधील व त्या आंकड्यामधील अंतर काढावे; व त्या अंशांस रविचंद्रांच्या गति-

योगांशानीं भागावें, म्हणजे भार्घ (म्हणजे १८० अंश) किंवा चक्र (म्हणजे ३६० अंश) होण्याला लागणारे किंवा लागलेले दिवस येतात. प्रथम घेतलेली दोघांच्या सायन भुजांची बेरीज भार्घपेक्षां किंवा चक्रापेक्षां कमी असली तर इतक्या दिवसांनीं पुढें तें भार्घ किंवा चक्र घडून येणार, व अधिक असली तर इतक्या दिवसांनीं तें आधींच झालें आहे असें समजावें. त्या दिवसांच्या संख्येनें सूर्य, चंद्र व पात यांच्या दिनगतीस गुणून प्रत्येकाची त्या दिवसांतील जी गति येईल ती अनुक्रमें सायन सूर्य व चंद्र व अयनांशोनित पात यांत अनुक्रमें मिळविली किंवा वजा केली असतां हे ग्रह तात्कालिक सायन होतील. त्यानंतर या तात्कालिक सायन ग्रहांपासून सूर्याची व चंद्राची स्पष्ट क्रांति काढावी. या क्रांति जवळ जवळ परस्परतुल्य आढळून येतील; पण त्या तुल्य मात्र नसतात. म्हणून या काळास अस्फुट महापातकाल म्हणूं या.

चंद्रकक्षेचीं ९० अंशांचें एक एक याप्रमाणें पातापासून चार पदें होतात. त्यांपैकी पहिल्या किंवा तिसऱ्या पदांत जेव्हां चंद्र असतो, तेव्हां त्याची गति त्यास उत्तरोत्तर क्रांतिवृत्तापासून दूर नेत असते; व तो जेव्हां दुसऱ्या किंवा चौथ्या पदांत असतो, तेव्हां त्याचा कल क्रांतिवृत्ताजवळ अधिक अधिक येण्याकडे असतो. त्याची गति रविगतीपेक्षां अधिक असते. म्हणून अस्फुट महापातकालीं चंद्र विषम पदांत असून त्याची स्पष्ट क्रांति सूर्य-क्रांतीपेक्षां अधिक असेल किंवा तो सम पदांत असून त्याची क्रांति सूर्यक्रांतीपेक्षां कमी असेल, तर महापात किंवा क्रांतिसाम्य होऊन गेलेलें आहे, व तसें नसल्यास तें पुढें होणार आहे असें समजावें.

नंतर अस्फुटमहापातकालिक सायन सूर्य व सायन चंद्र यांच्या स्पष्ट क्रांति एक दिशेच्या असल्यास त्यांचें अंतर काढावें, व भिन्न दिशांच्या असल्यास त्यांची बेरीज घ्यावी; उत्तर येईल त्यास आद्य

म्हणावें. नंतर हें आद्य उत्पन्न होण्यास किती काळ पाहिजे हें काढण्याकरितां प्रथम आपल्या मनानें कांहीं इष्ट घटिका कल्पून महापात गतगम्य असेल त्याप्रमाणें त्या घटिका अनुक्रमें गतगम्य समजाव्या. नंतर स्फुट महापात गत असल्यास त्या घटिका अस्फुट महापातकालांत वजा करून व तो गम्य असल्यास मिळवून जो काळ येईल त्या काळचे सायन सूर्य व चंद्र व अयनांशोनित पात काढावे; व त्यांवरून सूर्याची व चंद्राची स्पष्ट क्रांति काढावी. त्या क्रांतिंवरून पुन्हां वर सांगितल्याप्रमाणें क्रांतिसाम्य गत किंवा गम्य आहे तें पहावें; व त्या क्रांति एक दिशेच्या किंवा भिन्न दिशांच्या असतील त्याप्रमाणें त्यांचें अंतर किंवा बेरीज घ्यावी; उत्तर येईल त्यास अन्य म्हणावें.

आतां प्रथम आलेला अस्फुट महापातकाल व त्यास इष्ट घटिकांचा संस्कार करून आलेला काल या दोन्ही कालीं स्फुट महापात गत असेल किंवा दोन्ही कालीं तो गम्य असेल तर आद्य व अन्य यांची वजावाकी करावी. तसें नसल्यास त्यांची बेरीज करावी. नंतर हें अंतर किंवा ऐक्य उत्पन्न होण्यास जर इष्ट घटिका, तर आद्य उत्पन्न होण्यास किती, या त्रैराशिकानें अस्फुट महापातकाल व स्फुटासन्न महापातकाल यांजमधील अंतर-घटिका निवृत्तात. स्फुटासन्न अथवा सुमाराचा म्हणण्याचें कारण असें कीं, वरील त्रैराशिकांत आपण क्रांतीच्या उपचयाचा किंवा अपचयाचा वेग प्रत्येक घटिकेस सारखा कल्पिला आहे, तसा तो दाल्घिक नसतो. म्हणून त्या अंतरघटिकांस इष्ट घटिका समजून पुन्हां अन्य साधावा. आद्य मात्र प्रथम जो आला होता तोच येथेही समजावा. नंतर आद्यापामून व दुसन्यानें आणिलेल्या अन्यापामून पुन्हां इष्ट घटिका साधाव्या. घटिका स्थिर होत तोंपर्यंत हा पौनःपुन्याचा प्रकार चालू ठेवावा. स्थिर झाल्यावर

त्यांहून अधिक नतांश २२ हून अधिक अक्षांश असतांना मात्र संभवतात.) भुजज्येस किती, या त्रैराशिकानें तितक्या अंशांची नति ३४' ३०" इतकी येते. परंतु ७० कला नति व्हावयास १५ अंश भुज असावा लागतो तर वर आलेल्या नतीइतका शर होण्यास किती भुज पाहिजे, या त्रैराशिकानें ७ अंश २४ कला हें उत्तर येतें. हे भुजांश सुमारानें ४५ भुजांशांच्या $\frac{1}{2}$ आहेत. यावरून भुजांश स्थूल मानानें नतांशांच्या $\frac{1}{2}$ धरण्यास हरकत नाही हें उघड झालें. सबब नुक्तेच आलेल्या इष्टकालिक त्रिभोनलग्न-नतांशांचा सहावा हिस्सा घेऊन त्याची व सपातसूर्यभुजाची दिशा एक असल्यास तो त्यांत मिळवावा; तसें नसल्यास वजा करावा; म्हणजे सपात सूर्य ग्रहणसंभव पाहण्यास योग्य होतो. संस्कृतसपातसूर्यभुजांश जर ७ अंशांपेक्षां कमी असतील तर सूर्यग्रहणाचा संभव आहे असे समजावें. कारण रविचंद्रांचें मध्यम मानेक्यार्थ ३२ कला आहे; व चंद्रशर इतका होण्यास सपात-सूर्यभुज ७ अंश असावा लागतो.

वर दिलेलें साधन सिद्धांतशिरोमणींतील आहे. त्यावरून भारतीय ज्योतिषी साधन सुलभ करण्याकरितां कोणत्या युक्त्या करितात, याची साधारण अटकळ होईल.

चंद्रग्रहणांत लंबनाची आवश्यकता नसून सूर्यग्रहणांत ती असते, याचें कारण असें कीं, चंद्रग्रहणसंगी भूभा व चंद्रबिंब हीं एकाच कक्षेंत असतात, यामुळें लंबनाचा परिणाम दोघांवर सारखा होतो; परंतु सूर्यग्रहणांत चंद्र व सूर्य हे भिन्न कक्षांतील ग्रह असल्यामुळें, ते भूमध्यापासून जरी एकावर एक असलेले दिसले, तरी (ते खल्वस्ति काजवळ नसल्यास) भ्रष्टापासून तसे दिसत नाहींत; तर त्यांच्या स्थानांमध्ये दोघांच्या लंबनांतील अंतराद्वारे अंतर दिसून येतें. वर परम लंबन हे शब्द योजिले आहेत ते दोघांच्या

परम लंबनांतील अंतर या अर्थांचे येजिले आहेत. हें अंतर अर्थात् उभयतांच्या गतीमधील अंतराच्या $\frac{1}{2}$ शी तुल्य असते.

दर्शान्तकाली (अमावास्येच्या अंती) जें घटिकात्मक लंबन उत्पन्न होतें, तें सूर्य वित्रिभ लग्नापेक्षां कमी असल्यास दर्शान्त-घटिकांत मिळवावें, व सूर्य वित्रिभ लग्नापेक्षां अधिक असल्यास तें त्या घटिकांत वजा करावें. याप्रमाणें आलेल्या लंबनसंस्कृत दर्शान्तकालापासून लग्न व त्यापासून वित्रिभ लग्न आणून त्यापासून पुन्हां घटिकात्मक लंबन साधावें; व त्याचा दर्शान्तकालास संस्कार करावा. दर्शान्तकाल पूर्णपणें स्थिरावेपर्यंत हें दर्शांतकालसंस्काराचें काम चालू ठेवावें; म्हणजे सूक्ष्म ग्रहणमध्यकाल येतो. दुसऱ्या भागांत लंबनविचारप्रसंगी जो लंबनाच्या ऋणधनत्वाबद्दल नियम दिला आहे, त्याच्या उलट नियम येथें देण्याचें कारण इतकेंच कीं येथें ग्रहस्थान साधावयाचें नसून दर्शान्तकाल साधावयाचा आहे.

सूर्यग्रहणांतील स्थित्यर्धमर्दाध चंद्रग्रहणांतल्याप्रमाणेंच आणावयाचें मात्र तें आणिताना भूमा व चंद्रबिंब यांच्या मानैक्यार्धाबद्दल रविबिंब व चंद्रबिंब यांचें मानैक्यार्ध समजावयाचें. अंशात्मक स्थित्यर्धापासून घटिकात्मक स्थित्यर्ध चंद्रग्रहणांतल्याप्रमाणेंच काढावें.

स्पर्शकाल काढावयाचा असल्यास तिथ्यंतकालांत घटिकात्मक स्थित्यर्ध वजा करून, व मोक्षकाल साधावयाचा असल्यास मिळवून, तत्कालिक घटिकात्मक लंबन साधावें, व त्याचा कालात्मक-स्थित्यर्धसंस्कृत तिथ्यंतकालास संस्कार करावा; म्हणजे स्थूल स्पर्शकाल किंवा मोक्षकाल येतो. तो व मध्यस्थितिकाल यांमधील अंतर स्थूल कालात्मक स्थित्यर्ध झालें. तेवढ्या कालांत होणाऱ्या चंद्रगतीच्या अंशांचा समकल चंद्रास क्षत्रात्मक संस्कार करून त्याचा शर काढावा, व तत्कालिक वित्रिभोत्पन्न नतीचा त्यास संस्कार देऊन त्या शरापासून अंशात्मक, व त्यापासून घटिकात्मक स्थित्यर्ध

काढावें. त्या स्थित्यर्थाचा गणितानें आलेल्या दर्शांतकालास पुन्हां संस्कार करावा; व येणाऱ्या कालास वर आलेल्या घटिकात्मक लंबनाचा संस्कार द्यावा. याप्रमाणें वारंवार करून जो काल येईल तो स्पष्ट स्पर्शकाल किंवा मोक्षकाल जाणावा.

याचप्रमाणें मर्दखंडापासून संमीलनकाल व उन्मीलनकालही चंद्रग्रहणांतल्याप्रमाणेंच काढितां येतात. मात्र ते पौनःपुन्यानें सूक्ष्म केले पाहिजेत.

त्याचप्रमाणें भुज, कोटि, ग्रास वगैरे प्रकारही चंद्रग्रहणांतल्याप्रमाणेंच काढावे. मात्र त्यांनाही नतिसंस्कृतशरोत्पन्न-स्थित्यर्थापेक्षेनें स्फुट केले पाहिजे. भुजाचें स्पष्टीकरण स्फुट स्थित्यर्थास जर येवढा भुज तर तत्कालिक स्फुटशरोत्पन्न स्थित्यर्थास फिती, या त्रैराशिकानें होतें.

सूर्यग्रहणांत स्पर्श पश्चिमेकडून व मोक्ष पूर्वेकडून होतो. स्पर्शमोक्षदिशा काढितांना विक्षेपवलनाचा संस्कार द्यावा लागत नाही; फक्त अयनवलन व अक्षवलन हे संस्कार द्यावे लागतात. याचें कारण असें कीं, प्रथम जी दिशा येते ती कांतिवृत्त-संबंधी असते.

दर्शनादर्शनें.

ग्रह सूर्याच्या फार जवळ आल्यास दिसेनासा होतो, व त्यापासून कांहीं दूर गेल्यावर पुन्हां दिसू लागतो. या चमत्कारांस आपल्या ज्योतिषग्रंथांत अस्तोदय म्हटले आहे. परंतु त्याच ग्रंथांत उदय व अस्त या शब्दांचे अर्थ ग्रह क्षितिजावर येणें व त्याखालीं जाणें (यांस नित्योदयास्त म्हणतात.) हेही आहेत; व या दोन्ही अर्थांच्या उदयास्तांचा विचार एकाच अध्यायांत केलेला असतो. या निबन्धांत संदिग्धता टाळण्याकरितां आधुनिक ज्योतिष्यांच्या पद्धतीस

अनुसरून पहिल्या अर्धी दर्शनादर्शने किंवा दर्शनलोप व दुसऱ्या अर्धी उदयास्त हे शब्द योजिले आहेत.

सूर्य व इतर ग्रह यांजमध्ये जे भोगांश असतात त्यांस विषुव-वृत्तावरील रूप दिलें कीं काळांश होतात. सूर्याचा उदय किंवा अस्त झाल्यानंतर इतर ग्रहांचे दर्शनलोप कमीत कमी जितक्या घटिकांनीं होतात त्यांस ६ नें गुणिलें असतां जे कालांश येतात ते दर्शनादर्शनसंधिकालींचे कालांश होत. चंद्र, मंगळ, बुध, गुरु, शुक्र व शनि हे ग्रह व सूर्य यांजमधील कालांश अनुक्रमें १२, १७, १४, ११, १० व १५ झाले असतां ते ग्रह सूर्यापासून दूर जात असल्यास दर्शनोन्मुख व सूर्याजवळ येत असल्यास अदर्शनोन्मुख होतात. बुध व शुक्र वकी असतां त्यांचे दर्शनलोपसंधिकालिक कालांश २ नें कमी असतात. कारण तेव्हां त्यांचीं त्रिंशे अधिक स्थूल दिसतात.

ज्या ग्रहाची गति सूर्यापेक्षां कमी असते त्या ग्रहाचें दर्शन तो सूर्याचे पश्चिमेस रेंगाळूं लागल्यानंतर पूर्वेकडे म्हणजे सूर्योदयापूर्वीं होतें, व पश्चिमेकडे म्हणजे सूर्यास्तानंतर अदर्शन म्हणजे लोप होतो. उलट पक्षीं ज्याची गति सूर्यापेक्षां अधिक असते तो सूर्यामधील व स्वतःमधील अंतर तोडितां तोडितां पूर्वेस दिसेनासा होतो; व अंतर तोडून काहीं मार्ग आक्रमिल्यावर पुन्हां पश्चिमेस दृश्य होतो. परंतु बुध व शुक्र हे अंतर्वर्ती ग्रह मात्र जेव्हां मार्गी असतात तेव्हां पश्चिमेकडे दिसूं लागतात; व काहीं दिवसांनीं वकी होऊन पश्चिमेकडेच दिसेनासे होतात. नंतर त्याच वक्रगतीनें पूर्वेकडे दिसूं लागून पुन्हां उलट गतीनें पूर्वेकडेच दिसेनासे होतात.

आतां मध्यम सूर्य व स्थूलस्फुट ग्रह यांमध्ये वर दिलेल्या कालांशांइतके क्षेत्रांश असण्यास व त्यामुळे त्या ग्रहांचे दर्शनलोप घडण्याचा

संभव असण्यास, त्यांची शीघ्रकेंद्रे किती असली पाहिजेत हे पाहू. मध्यम रवि व मंदस्फुट ग्रह यांमधील अंतरास शीघ्रकेंद्र म्हणतात हे मागे आलेच आहे. मंगळाचे शीघ्रकेंद्र २८ अंश असले म्हणजे शीघ्रफल ११ अंश असते, व ते शीघ्रफल मंदस्फुट मंगळांत मिळवून बेरीज मध्यम सूर्यातून वजा केली म्हणजे मंगळाच्या दर्शनलोपसंधिकालिक कालांशांइतके म्हणजे १७ अंश अवशिष्ट रहातात. हे क्षेत्रांश म्हणजे क्रांतिवृत्तावरील अंश होत, व इतके अंतर मध्यम रवि व स्थूलस्फुट मंगळ यांच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानांत असले म्हणजे मंगळाचे स्थूल दर्शन आले. वरील केंद्रांश म्हणजे २८ अंश ३६० अंशांतून वजा केले म्हणजे बाकी ३३२ उरते, व इतके केंद्रांश असतांना मंगळाचा स्थूल लोप होईल हे उघड आहे. गुरु व शनि यांची स्थूल दर्शने अनुक्रमे १४ व १७ अंश शीघ्रकेंद्रे असता व स्थूल लोप अनुक्रमे २४३ व २४३ अंश शीघ्रकेंद्रे असता घडून येतात. या तिघांची दर्शने नेहमी पूर्वेस व लोप नेहमी पश्चिमेस होतात हे वर आलेच आहे. बुध व शुक्र यांचे प्रत्येक दिशेस एक एक दर्शनलोप होतात. यांची शीघ्रकेंद्रे अनुक्रमे ५० व २४ अंश असता यांची धनात्मक शीघ्रफले, व शीघ्रकेंद्रे अनुक्रमे १५५ व १७६ अंश असता यांची ऋणात्मक शीघ्रफले अनुक्रमे १४ व १० अंश असतात; व हीं शीघ्रफले मध्यम बुधशुक्रांत (म्हणजे पर्यायाने मध्यम रवीतच) मिळवून किंवा वजा करून येणाऱ्या स्थानांची मध्यम रवीपासून अंतरें तितकेच अंश म्हणजे १४ व १० होतात; व इतकेच त्यांचे दर्शनलोपसंधिकालिक कालांश असतात. पर्यायाने म्हणावयाचे झाल्यास बुधशुक्रांची शीघ्रफले त्यांच्या कालांशांइतकी झाली म्हणजे त्यांचे स्थूल दर्शनलोप घडून येतात. असो. याप्रमाणे या दोन ग्रहांची पश्चिमेकडील स्थूल दर्शने त्यांची शीघ्रकेंद्रे अनुक्रमे ५०

व २४ असतां होतात; व अर्थात्च त्यांचे पूर्वेकडील स्थूल लोप तीं शीघ्रकेंद्रे अनुक्रमे ३१० व ३३६ अंश असतां होतात. त्याचप्रमाणे त्यांचे पश्चिमेकडील स्थूल लोप त्यांचीं शीघ्रकेंद्रे अनुक्रमे १५५ व १७६ अंश असतां होतात; व त्यांचीं पूर्वेकडील स्थूल दर्शने अर्थात्च तीं शीघ्रकेंद्रे अनुक्रमे २०५ व १८४ अंश असतां होतात. हे दर्शनलोप स्थूल होत. कारण ते घडून येतात तेव्हां स्थूलस्फुट ग्रहांची मध्यम सूर्यापासून क्षेत्रांशात्मक अंतरेंच काय तीं त्यांच्या दर्शनलोपसंधिकालिक कालांशांइतकीं असतात कालांशात्मक अंतरें जेव्हां तितकीं असतात, तेव्हां सूक्ष्म दर्शनलोप घडून येतात.

केंद्रांशांनीं ग्रहाचें दर्शन किंवा अदर्शन ज्या दिवशीं येतें, त्याच्या जवळच्या एखाद्या दिवसाचा ग्रह व रवि स्पष्ट करून व ग्रहाचें दर्शन किंवा अदर्शन पूर्वेस किंवा पश्चिमेस असेल त्याप्रमाणें तो ग्रह अनुक्रमे औदयिक किंवा अस्तमयिक करून त्याचें अनुक्रमे उदयलग्न किंवा अस्तलग्न साधावें. जेव्हां दर्शन किंवा अदर्शन पश्चिमेकडे असेल तेव्हां सूर्यातही सहा राशी मिळवाव्या. हा संस्कार सूर्यास करण्याचें कारण असें कीं, ग्रहाचें अस्तलग्न म्हणजे तो ग्रह अस्तास जात असतांना क्रांतिवृत्ताचा जो भाग पूर्व क्षितिजाशीं संलग्न असेल तो, व ज्याअर्थी आपणांस सूर्य व ग्रह यांतील अंतराच्या उपचयापचयाचा विचार करावयाचा आहे व ज्याअर्थी आपण ग्रहाबद्दल त्याचें अस्तलग्न घेतलें आहे, त्याअर्थी सूर्याबद्दलही अस्तलग्नाच्या जोडीचें त्याचें षड्भांतरित (म्हणजे सहा राशींच्या अंतरावरचें) स्थान आपणांस घेतलें पाहिजे.

नंतर उदयलग्नरूप किंवा अस्तलग्नरूप दृग्ग्रह व साधा किंवा षड्भांतरित सूर्य यांमधील अंतरघटिका काढाव्या. त्यांस ६ नें गुणिलें असतां दोघांमधील कालांश येतात. हे कालांश यापूर्वी दिलेल्या संधिकाळच्या कालांशांच्या अंकापेक्षां जर कमी

असतील तर ग्रहांचे दर्शन अजून व्हावयाचें आहे किंवा लोप पूर्वीच झाला आहे असें समजावें; जर अधिक असतील तर दर्शन आधीच होऊन गेलें आहे किंवा लोप व्हावयाचा आहे असें समजावें. प्राग्दृग्ग्रह जेव्हां सूर्यापेक्षां अधिक असतो, किंवा पश्चिमदृग्ग्रह जेव्हां कमी असतो, तेव्हां इष्टकालिक कालांश व संधिकालिक कालांश यांचें अंतर न काढितां योग करूनच त्यापासून गतगम्य दिवस काढितात; मात्र अशा प्रसंगी इष्ट कालांश संधिकालिक कालांशापेक्षां अधिक असल्यास दिवसांच्या गतगम्यत्वाचा नियम विपर्ययानें समजला पाहिजे, हें उभड आहे.

दोन्ही कालांशांच्या अंतरकला काढून त्यांस एका राशीच्या कलांनीं (१८००) गुणून सायनदृग्ग्रहराशीच्या स्वदेशोदयासूनीं भागिलें असतां त्या अंतरकला क्रांतिवृत्तीय होतात. नंतर सूर्य व ग्रह यांच्या क्रांतिवृत्तीय गत्यंतरकलांस एक दिवस तर वर आलेल्या कलांस किती, या त्रैराशिकानें गतगम्य दिन येतात. ग्रह वर्का असतो, तेव्हां साहजिकच त्याच्या व सूर्याच्या गत्यंतरा-एवजीं गतियोगकला कराव्या लागतात.

ताऱ्यांची दर्शनादर्शनें बहुतेक ग्रहांच्याप्रमाणेंच काढितात. मात्र त्यांचीं यापूर्वी दिलेलीं स्थानें आयनदृक्कर्मक असल्यामुळें त्यांचीं उदयास्तलम्भ काढितांना त्यांस फक्त आक्ष दृक्कर्माचाच संस्कार द्यावा लागतो. अगस्त्याचे दर्शनलोप १२ कालांशांनीं, लुब्धकाचे १३ कालांशांनीं, सामान्यतः तेजस्वी ताऱ्यांचे १४ कालांशांनीं, व लहान ताऱ्यांचे त्यांच्या तेजाच्या अल्पत्वाच्या मानानें त्यापेक्षां अधिक कालांशांनीं होतात. कालांशांस ६ नें भागिलें म्हणजे घटिका येतात. या घटिका व ताऱ्यांचें उदयलम्भ यांच्या साद्धानें लम्भ साधावें. या लम्भास उदयार्क म्हणतात. त्याच घटिका व ताऱ्यांचें अस्तलम्भ यांच्या साद्धानें विलोम लम्भ साधावें. या लम्भांत ६ राशी

वजा करून येणाऱ्या वजावाक्रीस अस्तसूर्य म्हणतात. सूर्याचे स्थान उदयार्काइतके असते तेव्हां ताऱ्याचे दर्शन होते, व ते स्थान अस्तसूर्याइतके असते तेव्हां ताऱ्याचा लोप होतो. इष्ट दिनापासून किती दिवसांनी ताऱ्याचे दर्शन होते हे काढावयाचे झाल्यास इष्ट दिनाचा रवि व त्या ताऱ्याचा उदयार्क यांमधील अंतरकलांस रवीच्या कलात्मक दिनगतीने भागावे. उत्तर येईल तितक्या दिवसांनी ताऱ्याचे दर्शन पुढे होणार असे समजावे. पण हा नियम उदयार्क सूर्यापेक्षा अधिक असेल तेव्हां मात्र लागू पडतो. तो कमी असल्यास तितक्या दिवसांनी दर्शन गत झालेले आहे असे समजावे. ताऱ्याच्या लोपाचे गतगम्य दिन काढावयाचे असल्यास ते याच रीतीने अस्तसूर्यापासून काढितात.

ताऱ्याचा उत्तर शर ज्या मानाने मोठा असतो त्या मानाने त्याचा आक्षेपकर्मज कालात्मक संस्कारही मोठा असतो; व तितक्या संस्काराने त्याचे उदयलग्न कमी व अस्तलग्न अधिक असते. याच उदयास्तलगांपासून उदयार्क व अस्तसूर्य साधावयाचे असतात. रवि अस्तसूर्यतुल्य झाला असता तारा दिसेनासा होतो; तो उदयार्कतुल्य रवि होईपर्यंत कित्येक दिवस लुप्तच असतो, व तितका रवि झाल्यावर तो दृश्य होऊं लागतो. अर्थात्च अस्तसूर्य उदयार्कापेक्षा बहुधा कमी असतो. परंतु ताऱ्याचा शर जितका मोठा असेल व स्थलाचे उत्तर अक्षांश जितके अधिक असतील तितक्या मानाने उदयार्क व अस्तसूर्य यांमधील अंतर कमी असते. ज्या स्थळां ज्या ताऱ्याचे उदयास्तार्क तुल्य असतात किंवा उदयार्कापेक्षा अस्तसूर्यच अधिक असतो त्या स्थळां तो तारा कधीच अदृश्य होत नाही.

ज्योतींची दर्शनादर्शने कालांशांवर अवलंबून नसून संध्यावर्णदीप्तीप्रमाणे ज्योतींच्या उदयास्तकालीं सूर्याचे क्षितिजावर्ती जे

दृग्मंडलीय नतांश असतात त्यांवर अवलंबून असतात, असें रा० केतकर यांचें मत आहे. अशा नतांशांपासून आलेले दर्शनलोप कालांशांपासून येणाऱ्या दर्शनलोपापेक्षां सूक्ष्म असतात हें खरें आहे. पण वास्तविक पहातां दर्शनलोप नतांशांवर अवलंबून नसून सूर्य व ज्योति यांमधील सूत्रात्मक अंतरावरच अवलंबून असतात, असें सूक्ष्मविचारांतीं दिसून येईल. सूर्याची दीप्ति त्याच्याभोंवतीं वर्तुलाकार गतीनें फांकत जाते. ज्योति दृश्य असण्यास त्याचें सूर्यापासून जें परम अल्प सूत्रात्मक अंतर असावें लागतें तत्तुल्य व्यासार्धानें सूर्याभोंवतीं काढिलेल्या वर्तुलाच्या टापूच्या वाहेर तो कोठेंही असला तरी तो दिसलाच पाहिजे; मग त्याचे क्षितिजाखालील नतांश पठित नतांशांपेक्षां कमी असले तरी हरकत नाही. येथें संध्यारुणदीप्तीचा दाखला देतां येत नाही. कारण संध्यादीप्ति क्षितिजाच्या कोणत्याही बिंदूपाशीं दिसली तरी चालते. उलट ज्योतीचा सूर्यप्रकाशामुळे लोप होण्यास तो प्रकाश प्रत्यक्ष त्या ज्योतीपर्यंत पोचला पाहिजे; क्षितिजाच्या इतर बिंदूपर्यंत पोहोचून उपयोग नाही.

उदयास्त.

ज्या दिवशीं ज्या काळचा ग्रहाचा उदय किंवा अस्त काढावयाचा असेल, त्या दिवशींचा तात्कालिक स्फुट ग्रह करून त्याचें उदयलग्न व अस्तलग्न साधावें. नंतर त्या काळाचें इष्ट लग्न साधावें. नंतर जर प्राग्ग्रह इष्ट लग्नापेक्षां कमी असेल, तर ग्रहाचा उदय झाला आहे, व तो अधिक असल्यास उदय व्हावयाचा आहे असें समजावें. पश्चिमग्रह जर इष्ट लग्नापेक्षां कमी असेल, तर ग्रहाचा अस्त झाला आहे, व अधिक असेल तर अस्त व्हावयाचा आहे असें समजावें.

प्राग्दृग्ग्रह जेव्हां इष्ट लग्नापेक्षां कमी असेल, तेव्हां त्यांजमधील क्रांतिवृत्तीय अंशात्मक अंतरास विषुववृत्तीय रूप देऊन व त्यास ६ नें भागून त्यांच्या अंतरघटिका काढाव्या. नंतर त्यांस कलात्मक ग्रहदिनगतीनें गुणून व ६० नें भागून जें कलात्मक उत्तर येईल तें दृग्ग्रहस्थानांत वजा केले असतां स्थूल स्वोदयकालिक दृग्ग्रह येतो. नंतर त्याच्या व इष्ट लग्नाच्या अंतरघटिका काढाव्या; व त्यांजपासून पुन्हां स्वोदयकालिक दृग्ग्रह काढून त्याच्या व इष्ट लग्नाच्या अंतरघटिका काढाव्या. हें असकृत्कर्म घटिका स्थिर होत तोंपर्यंत चालू ठेवावें; म्हणजे प्रहावरोवर उदय पावणारे क्रांतिवृत्तीय स्थान व इष्ट लग्न यांमधील नाक्षत्रघटिकात्मक अंतर येतें; व तें इष्ट कालांत वजा केल्यास त्याचा उदयकाल निघतो.

ही रीत ग्रहोदयानंतर इष्ट कालापर्यंत लोटलेल्या घटिकांच्या साधनाची आहे. गम्य घटिका याच रीतीनें काढाव्या. अस्तलग्न व इष्ट लग्न यांमधील गतगम्य अंतरघटिका साधण्याचीही हीच रीत आहे. मात्र तेथें प्राग्दृग्ग्रहावद्दल पश्चिमदृग्ग्रह घेतला पाहिजे.

ताऱ्यांच्या उदयास्तांचें साधन वरीलप्रमाणेंच आहे. मात्र त्या साधनांत असकृत्कर्माची जरूर नसते.

ज्या स्थली ज्या ताऱ्याची उत्तर किंवा दक्षिण क्रांति अक्षांश-कोटीपेक्षां अधिक असते, त्या स्थली त्या ताऱ्याचें अहोरात्रवृत्त क्षितिजाच्या अनुक्रमें वर किंवा खाली असल्यामुळें तो अनुक्रमें नेहमी उदितच किंवा अस्तमित असतो. जेथील अक्षांश ३७ पेक्षां अधिक आहेत तेथें अगस्त्य दिसत नाही, व जेथील अक्षांश ५२ पेक्षां अधिक आहेत तेथें अंभिजित् नेहमी उगवलेलें असतें.

महापात.

क्रांतिवृत्तावरील सूर्यचंद्रांच्या गतीची बेरीज १३ अंश २० कला जितक्या काळांत होते त्यास योग म्हणतात, हें मागें आलेच

आहे. असे १३॥ योग झाले म्हणजे त्यांचा गतियोग १८० अंश, व १७ योग झाले म्हणजे त्यांचा गतियोग ३६० अंश होतो, हें उघड आहे. सायन सूर्यचंद्रांच्या गतीची क्रांतिवृत्तावरील बेरीज १८०° किंवा ३६०° असली म्हणजे त्यांचे भुजही सारखे असतात. भुज सारखे असले म्हणजे त्यांची क्रांतिही जवळ जवळ सारखीच असते. जवळ जवळ म्हणण्याचें कारण असें कीं, सूर्य क्रांतिवृत्तावर असून चंद्र त्या वृत्ताशी किंचित् कलत्या अशा विमंडलावर असतो; त्यामुळें जरी चंद्राचें क्रांतिवृत्तीय स्थान व सूर्य हीं विषुववृत्तापासून सारख्या अंतरावर असलीं तरी चंद्रसूर्याची क्रांति सारखी नसते. पर्यायानें म्हणावयाचें झाल्यास, जरी त्यांची अस्फुट क्रांति सारखी असली, तरी त्यांची स्पष्ट क्रांति सारखी नसते. त्यांच्या स्पष्ट क्रांतींत जें अंतर असतें, तें चंद्राच्या अस्फुट शरपासून जो स्पष्ट शर उत्पन्न होतो त्याबरोबर असतें; व तो शर क्रांतीशीं समदिक् किंवा भिन्नदिक् असेल त्याप्रमाणें तें अंतर चंद्राच्या क्रांतिवृत्तीय स्थानाच्या क्रांतीस म्हणजे त्याच्या अस्फुट क्रांतीस धनात्मक किंवा ऋणात्मक होऊन त्याची स्फुट क्रांति बनते. सूर्याची क्रांति चंद्राच्या स्फुट क्रांतीबरोबर असते, तेव्हां महापात झाला असें म्हणतात.

सूर्याची शून्य क्रांति तो सायनमेषारंभीं असतां होते, व परम क्रांति तो सायनकर्करंभीं असतां होते. चंद्राची स्फुट शून्य क्रांति तो सायनमेषारंभीं किंवा त्याच्या जवळ असतां होते, व परम क्रांति तो सायनकर्करंभीं किंवा त्याच्या थोडा मार्गपुढें असतांना घडून येते.

चंद्राची परम स्फुट क्रांति असतांना त्याचें क्रांतिवृत्तीय स्थान व सायनकर्कारंभ यामधील अंतर कसें काढितात तें प्रथम देतों. इतकेंच अंतर सायनमेषारंभ व चंद्राची शून्य क्रांति असतेवेळचें

त्याचें क्रांतिवृत्तीय स्थान यांमध्ये असतें. सूर्याच्या किंवा चंद्राच्या शून्यक्रांतिकालचे स्थानास गोलसंधि व परमक्रांतिकालचे स्थानास अयनसंधि म्हणतात. चंद्रसूर्याचा उरलेला एक एक गोलसंधि व एक एक अयनसंधि यांजमध्येही परस्परांत वरच्या-इतकेंच अंतर असतें.

सूर्याचे गोलसंधीतच अस्फुट चंद्रशर पडत आहे, अशी कल्पना करा. अस्फुट शराचें मान नेहमी सपात चंद्रावर अवलंबून असतें. परंतु रविगोलसंधिस्थ चंद्र असतांना सपात चंद्र=अयनांशोनित विलोमग पात. म्हणून तो शर, लघुत्रिज्या अथवा १२० : परमशरकला अथवा २७० : : अयनांशोनितपातज्या : शर, या त्रैशिकानें—

$$\frac{१ \times \text{अयनांशोनितपातज्या}}{५} \text{ इतका येतो.}$$

५

आतां स्फुट क्रांति = अस्फुट क्रांति \pm स्फुट शर. परंतु रविगोलसंधिस्थ अस्फुट क्रांति शून्य असल्यामुळें, रविगोलसंधिस्थ चंद्र असतां त्याची स्फुट क्रांति स्फुटशरतुल्य असते. म्हणून स्फुट क्रांति = स्फुट शर = नुक्ताच आलेला अस्फुट शर \times $\frac{\text{अयनवलनकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$

$$= \frac{\text{अस्फुट शर} \times \text{परमक्रांतिकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}} ; \text{कारण रविगोलसंधिस्थ अयन-}$$

वलन = परम क्रांति.

इतकी स्फुट क्रांति येण्यास भुज किती असावा लागतो, हें यानंतर काढिलें पाहिजे.

९० अंशांची १५-१५ याप्रमाणें ६ खंडें केलीं तर त्यांची कलात्मक अस्फुटक्रांतिखंडें अनुक्रमें ३६२, ३४१, २९९,

२३६, १५०, ९२ व अस्फुटशरखंडें अनुक्रमें ७०, ६९, ९६, ४३, २७, ९ अर्शा होतात. चंद्रगोलसंधि रविगोलसंधीच्या जवळच असल्यामुळे, आपणांस वरील क्रांतिखंडांपैकी प्रथम खंडाचेंच म्हणजे ३६२ चेंच प्रयोजन आहे. चंद्र रविगोलसंधिस्थ असतां कितव्या शरखंडाचें आपणांस प्रयोजन आहे, हें मात्र अयनांशो-नितपातकोटिज्येवर अवलंबून असतें; कारण भुजज्येचा उपचय किंवा अपचय नेहमी कोटिज्येप्रमाणें होत असतो. म्हणून त्रिज्या-तुल्य अथवा १२० इतकी कोटिज्या असते तेव्हां प्रथम शरखंड म्हणजे ७०, तर अयनांशोनितपातकोटिज्या असतांना शरखंड केवढें असेल, या त्रैराशिकानें इष्टशरखंड $\frac{७०}{३}$ × अयनांशोनितपात-कोटिज्या हें येतें.

एवंच स्फुट क्रांतीचें प्रथम खंड = प्रथम अस्फुटक्रांतिखंड + इष्ट अस्फुटशरखंड = ३६२ + $\frac{७०}{३}$ अयनांशोनितपातकोटिज्या. येंच शरखंड अस्फुट असल्यामुळे हें साधन कांहींसें स्थूल आहे.

धनर्णासंबंधानें असा नियम आहे कीं, चंद्राची स्फुट परम क्रांति जर रवीच्या परम क्रांतीपेक्षां म्हणजे २४ अंशापेक्षां अधिक असेल, तर अस्फुटशरखंड अस्फुटक्रांतिखंडास धन करावें. ती तशी असण्यास रवीच्या अयनसंधीत असलेला चंद्रशर उत्तर असला पाहिजे; म्हणजे रवीच्या अयनसंधीत असणाऱ्या चंद्राचा अयनांशोनितपात मेषादिषट्क्रांत असला पाहिजे किंवा रवीच्या गोलसंधीत असणाऱ्या चंद्राचा अयनांशोनित पात त्यापेक्षां तीन राशींनीं कमी म्हणजे मकरादिषट्क्रांत असला पाहिजे. तो कर्कादिषट्क्रांत असल्यास इष्ट अस्फुटशरखंडाचें ऋणचिह्न समजावें.

वरील खंडयोगास (किंवा ऋणचिह्न असल्यास खंडांतरास) जर १६ अंशांचा भुज असावा लागतो, तर रविगोलसंधिस्थ चंद्राच्या प्रथम आलेल्या स्फुट क्रांतीस किती भुज असला पाहिजे, या

त्रैराशिकानें इष्ट भुजांश निघतात. रवीच्या गोलायनसंधीपासून इतक्या भुजांशांच्या अंतरावर चंद्राचे गोलायनसंधि असतात. अयनांशोनित विलोमग पात मेघादि षट्कांत असल्यास पात विषुववृत्ताच्या दक्षिणेस असून उत्तरोक्त संधि पूर्वोक्त संधीच्या षाश्र्विमेस असतात. पात तुलादि षट्कांत असल्यास तो पात विषुववृत्ताच्या उत्तरेस असून उत्तरोक्त संधि पूर्वोक्त संधीच्या पूर्वेंस असतात.

ज्या काळीं चंद्र स्वायनसंधिस्थ असतो, त्या काळीं त्याची स्फुट क्रांति व सूर्याची क्रांति काढावी. रविक्रांति चंद्रक्रांतीपेक्षां अधिक असेल तर स्फुटक्रांतिसाम्य त्या काळीं किंवा त्याच्या सुमारास होणार नाही असें समजावें. कारण चंद्राची क्रांति स्वायनसंधीनंतर उत्तरोत्तर कमी कमी होत जाते; व त्या संधीपूर्वीं तर ती रविक्रांतीपेक्षां कमीच असते.

विषुववृत्ताच्या उत्तरेकडील भागास उत्तर गोल व दक्षिणेकडील भागास दक्षिण गोल म्हणतात. तसेंच सायन कर्कारंभ व मकरारंभ यांमधून जाणाऱ्या त्रिज्यावृत्तानेंही ज्योतिर्गोलाचे दोन भाग होतात; त्यांस अयनें म्हणतात. रविचंद्र एकाच गोलांत पण भिन्न अयनांत असून त्यांची स्पष्ट क्रांति तुल्य झाली म्हणजे व्यतिपातयोग होतो; व ते एकाच अयनांत पण भिन्न गोलांत असून त्यांची क्रांति सारखी झाली म्हणजे वैधृतियोग होतो. या दोन योगांस महापात म्हणतात, हें वर आलेच आहे. व्यतिपातयोग असतां सूर्यचंद्रांच्या सायन भुजांची वेरीज १८० अंश किंवा त्यांच्या जवळ असते; व वैधृतियोग असतां ती ३६० अंश किंवा त्यांच्या जवळ असते. जेव्हां वेरीज १८० किंवा ३६० अंश नसते, परंतु यांपैकी कोणत्या तरी आंकड्याच्या जवळ जवळ असते, तेव्हां तिजमधील व त्या आंकड्यामधील अंतर काढावें; व त्या अंशांस रविचंद्रांच्या गति-

योगांशांनी भागावें, म्हणजे भार्ध (म्हणजे १८० अंश) किंवा चक्र (म्हणजे ३६० अंश) होण्याला लागणारे किंवा लागलेले दिवस येतात. प्रथम घेतलेली दोघांच्या सायन भुजांची बेरीज भार्धापेक्षां किंवा चक्रापेक्षां कमी असली तर इतक्या दिवसांनी पुढें तें भार्ध किंवा चक्र घडून येणार, व अधिक असली तर इतक्या दिवसांनी तें आधीच झालें आहे असें समजावें. त्या दिवसांच्या संख्येनें सूर्य, चंद्र व पात यांच्या दिनगतीस गुणून प्रत्येकाची त्या दिवसांतील जी गति येईल ती अनुक्रमें सायन सूर्य व चंद्र व अयनांशोनित पात यांत अनुक्रमें मिळविली किंवा वजा केली असतां हे ग्रह तात्कालिक सायन होतील. त्यानंतर या तात्कालिक सायन ग्रहांपासून सूर्याची व चंद्राची स्पष्ट क्रांति काढावी. या क्रांति जवळ जवळ परस्परतुल्य आढळून येतील; पण त्या तुल्य मात्र नसतात. म्हणून या काळास अस्फुट महापातकाल म्हणूं या.

चंद्रक्षेत्री ९० अंशांचें एक एक याप्रमाणें पातापासून चार पदें होतात. त्यांपैकी पहिल्या किंवा तिसऱ्या पदांत जेव्हां चंद्र असतो, तेव्हां त्याची गति त्यास उत्तरोत्तर क्रांतिवृत्तापासून दूर नेत असते; व तो जेव्हां दुसऱ्या किंवा चौथ्या पदांत असतो, तेव्हां त्याचा कल क्रांतिवृत्ताजवळ अधिक अधिक येण्याकडे असतो. त्याची गति रविगतीपेक्षां अधिक असते. म्हणून अस्फुट महापातकालीं चंद्र विषम पदांत असून त्याची स्पष्ट क्रांति सूर्य-क्रांतीपेक्षां अधिक असेल किंवा तो सम पदांत असून त्याची क्रांति सूर्यक्रांतीपेक्षां कमी असेल, तर महापात किंवा क्रांतिसाम्य होऊन गेलेलें आहे, व तसें नसल्यास तें पुढें होणार आहे असें समजावें.

नंतर अस्फुटमहापातकालिक सायन सूर्य व सायन चंद्र यांच्या स्पष्ट क्रांति एक दिशेच्या असल्यास त्यांचें अंतर काढावें, व भिन्न दिशांच्या असल्यास त्यांची बेरीज घ्यावी; उत्तर येईल त्यास आद्य

म्हणावें. नंतर हें आद्य उत्पन्न होण्यास किती काळ पाहिजे हें काढण्याकरितां प्रथम आपल्या मनानें कांहीं इष्ट घटिका कल्पून महापात गतगम्य असेल त्याप्रमाणें त्या घटिका अनुक्रमें गतगम्य समजाव्या. नंतर स्फुट महापात गत असल्यास त्या घटिका अस्फुट महापातकालांत वजा करून व तो गम्य असल्यास मिळवून जो काळ येईल त्या काळचे सायन सूर्य व चंद्र व अयनांशोनित पात काढावे; व त्यांवरून सूर्याची व चंद्राची स्पष्ट क्रांति काढावी. त्या क्रांतींवरून पुन्हां वर सांगितल्याप्रमाणें क्रांतिसाम्य गत किंवा गम्य आहे तें पहावें; व त्या क्रांति एक दिशेच्या किंवा भिन्न दिशांच्या असतील त्याप्रमाणें त्यांचें अंतर किंवा बेरीज ध्यावी; उत्तर येईल त्यास अन्य म्हणावें.

आतां प्रथम आलेला अस्फुट महापातकाल व त्यास इष्ट घटिकांचा संस्कार करून आलेला काल या दोन्ही कालीं स्फुट महापात गत असेल किंवा दोन्ही कालीं तो गम्य असेल तर आद्य व अन्य यांची वजावाकी करावी. तसें नसल्यास त्यांची बेरीज करावी. नंतर हें अंतर किंवा ऐक्य उत्पन्न होण्यास जर इष्ट घटिका, तर आद्य उत्पन्न होण्यास किती, या त्रैराशिकांनें अस्फुट महापातकाल व स्फुटासन्न महापातकाल यांजमधील अंतर-घटिका निघतात. स्फुटासन्न अथवा सुमाराचा म्हणण्याचें कारण असें कीं, वरील त्रैराशिकांत आपण क्रांतीच्या उपचयाचा किंवा अपचयाचा वेग प्रत्येक घटिकेस सारखा कल्पिला आहे, तसा तो वास्तविक नसतो. म्हणून त्या अंतरघटिकांस इष्ट घटिका समजून पुन्हां अन्य साधावा. आद्य मात्र प्रथम जो आला होता तोच येथेही समजावा. नंतर आद्यापासून व दुसऱ्यानें आणिलेल्या अन्यापासून पुन्हां इष्ट घटिका साधाव्या. घटिका स्थिर होत तोंपर्यंत हा पौनःपुन्याचा प्रकार चालू ठेवावा. स्थिर झाल्यावर

त्या स्फुट झाल्या असें समजावे; व त्या घटिका अस्फुट महापात-
कालीं स्फुट क्रांतिसाम्य गम्य असल्यास त्या काळांत मिळवाव्या,
व त्या कालीं तें गत असल्यास वजा कराव्या; म्हणजे स्फुट महा-
पातकाल येतो. हाच पातमध्यकाल समजावा; म्हणजे यांत सूर्य-
चंद्रांच्या विंबमध्यांची स्फुट क्रांति सारखी असते.

त्यांच्या विंबांच्या अग्रांची क्रांति पातमध्यकालापूर्वीं एकदां
सारखी असते, व त्यानंतर एकदां सारखी असते. असें समजा कीं,
सूर्य सायन कर्कादित्रयांत व चंद्र मेषादित्रयांत असून व्यतिपातसंभव
आहे. आतां चंद्रविंबाचें क्रांतिवृत्तापासून सर्वांत दूरचें अग्र व
सूर्यविंबाचें अत्यंत जवळचें अग्र यांची क्रांति सारखी असण्याचा
योग पातमध्यकालापूर्वीं चंद्र महापातमध्यकालिकस्थित्युन्मुख
असतां घडून येतो. मध्यकालानंतर सूर्यविंबाचें क्रांतिवृत्ता-
पासून दूर असलेलें अग्र व चंद्रविंबाचें त्यास जवळ असलेलें
अग्र यांची क्रांति एक असण्याचा योग असतो. पूर्व कालास
पातारंभकाल व उत्तर कालास पातांतकाल म्हणतात. पाता-
रंभकालीं व पातांतकालीं सूर्यचंद्रांच्या विंबमध्यांत दोघांच्या विंब-
मानैक्यार्धाइतकें अंतर असतें. या अंतराइतकें क्रांत्यंतर होण्यास
लागणारा काल, आद्यनामक क्रांत्यंतर : असकृत्कर्मानें स्फुट
केलेल्या घटिका : : मानैक्यार्धतुल्य अंतर : स्थूलस्थित्यर्धघटिका,
या त्रैराशिकानें निघतो. या कालाचा पातमध्यकालास ऋण व घन
संस्कार केला असतां अनुक्रमें अस्फुट पातादिपातांतकाल निघ-
तात. हे काल सूक्ष्म करण्याकरितां या कालचे चंद्र, सूर्य व पात
करावे. नंतर त्या सूर्यचंद्रांच्या पुन्हां क्रांति काढून त्यांचें अंतर
(आद्यनामक) पुन्हां काढावे. तें अर्थात् मानैक्यार्धाजवळ असतें.
यानंतर हें आद्यनामक क्रांत्यंतर उत्पन्न होण्यास जर स्थूल स्थित्य-
र्धघटिका लागतात तर मानैक्यार्धाइतकें क्रांत्यंतर होण्यास किती

घटिका लागतील, या त्रैराशिकानें स्फुटासन्न घटिका निघतात.

त्या $\frac{\text{स्थूलस्थित्यर्थ घटिका} \times \text{मानैक्यार्ध}}{\text{आद्य}}$ इतक्या असतात.

नंतर त्या घटिकांपासून पुन्हां तात्कालिक चंद्र, सूर्य व पात करून त्यांपासून क्रमानें क्रांत्यंतर व स्फुटासन्नतर घटिका काढाव्या. अशा पौनःपुन्यानें घटिका स्थिर झाल्या म्हणजे त्या सूक्ष्म घटिका झाल्या असें समजावें. त्यांचा ऋणघनसंस्कार पात-मध्यकालास करावा, म्हणजे सूक्ष्म पातादिपातांतकाल निघतात.

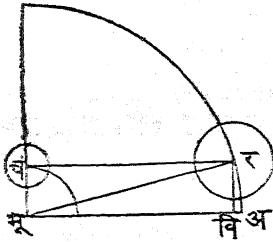
चंद्र स्वायनसंधिस्थ असून त्याची परम क्रांति सूर्यक्रांतीपेक्षां कमी असली तर पातसंभव नसतो म्हणून जें वर सांगितलें, तें विंबमध्यक्रांतिसाम्यासंबंधानें मात्र खरें असतें. विंबाग्रक्रांतिसाम्याचा महापातांत अंतर्भाव केल्यास तात्कालिक चंद्रसूर्याच्या क्रांतीतील अंतर दोघांच्या मानैक्यार्धापेक्षां कमी असल्यास पातसंभव असतो असेंच म्हटलें पाहिजे. आतां अशा पाताचा मध्यकाल कोणता असा कोणी प्रश्न केल्यास त्या प्रश्नाचें उत्तर ज्या काळीं चंद्र स्वायनसंधीत प्रवेश करितो तो काळ हें होय. कारण त्या काळाच्या पूर्वी किंवा नंतर चंद्रसूर्याच्या क्रांती-मधील अंतर अधिकाधिकच होत जातें; व पातमध्यकालाचें लक्षण तरी हेंच असतें कीं, त्या काळीं त्यांचें जितकें क्रांत्यंतर (०) असतें त्यापेक्षां त्याच्या अलीकडे व पलीकडे तें ज्यास्त असतें. वरील प्रकारच्या महापाताचें स्थित्यर्थ काढण्याकरितां चंद्र स्वायनसंधिस्थ असतो त्या काळच्या चंद्रसूर्याचें क्रांत्यंतर काढून त्यास आद्य म्हणावें. नंतर इष्ट घटिका कल्पून त्या घटिकांतील त्यांचें क्रांत्यंतर अन्यसंज्ञक काढून अन्याच्या व आद्याच्या अंतरानें आद्य व मानैक्यार्ध यांच्या अंतरास भागून भागाकारास इष्ट घटिकांनीं गुणावें, म्हणजे स्फुटासन्न घटिकात्मक स्थित्यर्थ येतें;

कारण(अन्य-आद्य) : इष्ट घटिका : : (मानैक्यार्ध-आद्य) : स्फुटासन्न घटिकात्मक स्थित्यर्ध. (आद्यतुल्य क्रांत्यंतर पातमध्य-कालीही कायम असल्यामुळे तें अन्य व मानैक्यार्ध यांतून वजा केले आहे.) हें स्थित्यर्ध असकृत्कर्मानें सूक्ष्म करावें; व चंद्र ज्या काळीं स्वायनसंधिस्थ असतो त्या काळास त्या कालात्मक सूक्ष्म स्थित्यर्धाचा ऋण व धन संस्कार करावा; म्हणजे अनुक्रमे पातादिकाल व पातांतकाल येतात.

शृंगोन्नति.

सूर्य चंद्राच्या ज्या वाजूस असतो त्या वाजूचें त्याचें अर्ध प्रकाशित असते. या प्रकाशित भागापैकी जेवढा भाग चंद्राच्या पृथ्वी-कडील अर्ध्या भागांत येईल तितकाच आपणांस दिसतो; बाकीचा अंधकारमय दिसतो. अमावास्येस चंद्राचें प्रकाशित अर्ध पृथ्वीच्या उलट वाजूस असल्यामुळे चंद्रबिंब पृथ्वीवर मुळीच दिसत नाही. त्यानंतर शुक्ल अष्टमीपर्यंत त्या प्रकाशित अर्धापैकी कांहीं भाग रोज रोज दिसावयास लागून अखेरीस त्याचा अर्धा भाग म्हणजे संपूर्ण चंद्राचा चतुर्थांश भाग आपणांस दिसून येतो. दरम्यानच्या काळांत शशिबिंबाची आकृति शृंगाकार असते. शुक्लाष्टमीपासून पौर्णिमेपर्यंत बिंबाच्या अधिकाधिक भागावर प्रकाश दिसावयास लागून पौर्णिमेच्या दिवशी पूर्ण बिंब दिसावयास लागते. मध्य-तरीच्या काळांत शृंगाचा आकार नाहीसा झालेला असतो. हीच स्थिति पौर्णिमेपासून कृष्णाष्टमीपर्यंत टिकते. या काळांत भूस्थ द्रष्ट्यास दिसणाऱ्या बिंबावरील प्रकाश कमी कमी व्हावयास लागून शेवटी शुक्लाष्टमीप्रमाणे अर्धे बिंब प्रकाशित होते. यानंतर पुन्हां बिंबास शृंगाकार येतो; व शृंगाचें स्थूलत्व दिवसेंदिवस कमी कमी होत जाऊन अमावास्येस पुन्हा शृंगाचा व बिंबाचा वरोवरच लय होतो.

चंद्रविंब शुक्लाष्टमीस व कृष्णाष्टमीस अर्धे दिसते असे जें वर



म्हटले आहे तें शब्दशः खरें नाहीं.

कारण ज्या वेळीं आपणांस अर्धे

चंद्रविंब दिसते त्या वेळीं चंद्र व

सूर्य यांमध्ये वास्तविक ९० अंशांचे

अंतर नसून त्यापेक्षा किंचित् कमी

असते. हें असें कां याचा उलगडा

सोवतच्या आकृतीवरून होईल. या आकृतीत भू ही पृथ्वी, चं हें चंद्राचें स्वकक्षेतील स्थान, र अ ही रविकक्षा व अ हें सूर्याचें शुक्ल अष्टमीस असणारें स्थान आहे. जेव्हां अर्धे चंद्रविंब प्रकाशित असते तेव्हां सूर्य अ या स्थानीं नसून र या स्थानीं असतो हें उघड आहे. सूर्यकक्षेचा व्यासार्ध र भू यास त्रिज्या समजल्यास र वि ही अ भू र या कोणाची भुजज्या होते; व र वि हें चं भू र्शी म्हणजे पृथ्वीपासून चंद्राचें जें अंतर त्याशीं तुल्य आहे. सूर्य व चंद्र यांच्या कक्षाव्यासाचा परस्परप्रमाण आकृतीत दिसते त्यापेक्षा फार मोठें आहे; तें इतकें कीं र भू अ हा कोन फक्त नुमारे $४ \frac{३}{४}$ अंशांचा असतो; व चंद्राचें अर्धे विंब प्रकाशित असतां चंद्रसूर्यामधील अंतर $८५ \frac{३}{४}$ अंश असते.

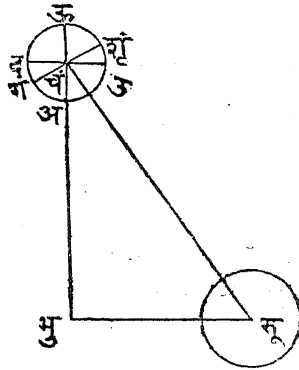
चंद्रविंबाचा सूर्याकडील अर्धा भाग प्रकाशित असल्यामुळे चंद्र-सूर्यास जोडणारी रेषा शशिशंगांस जोडणाऱ्या रेषेस नेहमी लंबरूप असते. म्हणून पूर्वीक रेषेची दिशा जशी बदलत जाते, तशी उत्तरोक्त रेषेची दिशाही बदलत जाते. जेव्हां सूर्यचंद्राचें दक्षिणोत्तर अंतर शून्य असते, तेव्हां शृंगांची दिशा बरोबर दक्षिणोत्तर असते. जो जो सूर्य चंद्रविंबाच्या दक्षिणेस जाऊं लागतो, तो तो त्या विंबाचें दक्षिणेकडील शृंग दक्षिणोत्तर रेषेच्या वर चढूं लागते; व जो जो सूर्य चंद्रविंबाच्या उत्तरेस जाऊं लागतो, तो तो त्या विंबाचें

उत्तरेकडील शृंग त्या रेषेच्या वर जाऊं लागतें. ही शृंगोन्नति चंद्र-सूर्याच्या दक्षिणोत्तर अंतरावर अवलंबून असल्यामुळे, तें अंतर तिच्या भुजस्थानी आहे. उलट पक्षीं तें अंतर सारखेंच राहून उभयतांचें ऊर्ध्वाधर अंतर वाढत चाललें, तर शृंगोन्नति कमी कमी होत जाते; म्हणून हें अंतर तिच्या कोटिस्थानी आहे. भुजकोटीच्या वर्गाची बेरीज करून त्या बेरजेचें वर्गमूळ काढिल्यास कर्ण निघतो. त्याचप्रमाणें शृंगोन्नतीचा भुज, कोटि व कर्ण माहित असल्यास ती किती आहे हें काढितां येतें. वरील विवेचन खालील आकृतीवरून स्पष्ट होईल:—

चंद्रसूर्याची खगोलांतील स्थिति पश्चिमविंदूकडून पाहिल्यास जशी दिसेल तशी या आकृतींत दर्शविली आहे.

चं व सू हीं अनुक्रमें चंद्रसूर्यस्थानें असून शृं ग ही शृंगदिशा दाखविणारी रेषा आहे. द उ ही रेषा चंद्रबिंबावरील दक्षिणोत्तर दिशा दाखविणारी रेषा आहे.

शृं चं उ ही शृंगोन्नति आहे. ऊ चं उ व ग चं सू हे दोन काटकोन



असून एकांतील ऊ चं शृं हा कोन दुसऱ्यांतील ग चं अ या कोणाशीं तुल्य असल्यामुळे एकांतील उर्वरित कोण शृं चं उ (शृंगोन्नति) हा दुसऱ्यांतील उर्वरित कोणाशीं म्हणजे मु चं सू या कोणाशीं तुल्य आहे. चंद्रसूर्यांचें दक्षिणोत्तर अंतर भु सू व ऊर्ध्वाधर अंतर चं भु हीं मु चं सू या कोनाचे व अतएव शृंगोन्नतीचे अनुक्रमें भुज व कोटि असून चं सू हें उभयतांतील अंतर कर्णस्थानी आहे.

भुज किंवा दक्षिणोत्तर अंतर काढण्याची रीत पहिल्या भागांत दिली आहे. त्या रीतीने चंद्रसूर्याचे भुज काढून ते भिन्न दिशांचे असल्यास त्यांचा योग करावा, व ते एकाच दिशेचे असल्यास त्यांचें अंतर काढावें, म्हणजे शृंगोन्नतीचा भुज येईल.

ऊर्ध्वाधर अंतर काढण्यास उभयतांचे शंकु काढिले पाहिजेत. नंतर उभयतां क्षितिजाच्या एकाच बाजूस असल्यास त्यांच्या शंकूंची वजावाकी करावी, व क्षितिजाच्या प्रत्येक बाजूस एक एक असल्यास त्यांच्या शंकूंची वेरीज करावी. म्हणजे शृंगोन्नतीचा ऊर्ध्वाधरांतररूप कोटि निघतो.

भुज व कोटि काढण्यास शंकु व शंकुतल यांची जरूर लागते. सूर्य क्षितिजाच्या खाली असल्यास त्याच्या स्थानापामून क्षितिजाकडे जो उलट लंब पडतो, तोच त्याचा शंकु समजावा. त्यास त्याचा अधःशंकु म्हणतात. सूर्याचा मध्यरात्रीपूर्वीचा अधःशंकु सूर्यास्तानंतरच्या गत घटिकांच्या साहाय्याने काढितात; व मध्यरात्रीनंतरचा अधःशंकु निशावशेषभूत घटिकांपामून काढितात. शंकूस पलभेने गुणून १२ ने भागिलें म्हणजे शंकुतल येतें, हें पहिल्या भागांत आलेंच आहे. अग्रा उत्तर असून सूर्य क्षितिजाच्या वर असल्यास शंकूचें खालचें वूड (तल) सूर्योदयस्थानाच्या दक्षिणेस पडतें, व म्हणून सूर्याचा भुज काढितांना शंकुतल अग्रेतून वजा करावें लागतें, हें उघड आहे. परंतु सूर्य क्षितिजाच्या खाली असल्यास अहोरात्रवृत्ताचा खालचा भाग सूर्योदयस्थानाच्या उत्तरेस असल्यामुळे तें त्या स्थानाच्या उत्तरेस पडतें. व म्हणून सूर्याचा भुज काढितांना शंकुतल अग्रेतून वजा न करितां तीत मिळवावें लागतें.

भाग ४ था.

भारतीय ज्योतिषास लागणारें गणित.

आधुनिक पाश्चात्य गणितशास्त्र अत्यंत प्रौढावस्थेस पोचलें असल्यामुळे, ग्रहांच्या गतिस्थिति वाटतील तितक्या सूक्ष्म काढणें आधुनिक पाश्चात्य ज्योतिषास सुलभ झालें आहे. तसा आपल्या जुन्या ज्योतिषाचा प्रकार नव्हता. अंकगणित व बीजगणित यांचें ज्ञान आपल्या पूर्वजांस बऱ्याच चांगल्या प्रकारचें होतें. भूमितीचे व त्रिकोणमितीचे मूलसिद्धांत त्यांस चांगल्या प्रकारें अवगत असून गोलीय भूमिती व त्रिकोणमिति यांतील मुख्य सिद्धांतांशीही त्यांचा परिचय होता. परंतु गणिताच्या सूक्ष्मत्वास आवश्यक असणारे पृथक्करणात्मक भूमिती, शून्यलब्धि व शून्ययुति यांचें गणित मात्र त्यांना मुळींच ज्ञात नव्हतें म्हटलें तरी चालेल; नाहीं म्हणावयाला भुजज्येचें तारतम्य (differential coefficient) कोटिज्या असते, हें तत्त्व त्यांना माहित असून त्यांनी त्याचा जागोजागी उपयोग केला आहे. अनंत कृत्ये (indeterminate equations) व त्रिकोणमितीतील ज्यासाधनाचे काहीं प्रकार यांचें ज्ञान युरोपीयांस २००-३०० वर्षांतच झालें असून आपल्या पूर्वजांस तें फार पूर्वी होतें, हें त्यांस भूषणावह आहे.

अंकगणित व बीजगणित.

भारतीय गणितज्ञ एक, द्वि, त्रि इत्यादि संख्यावाचक शब्दां-शिवाय त्या अर्थी वस्तुवाचक शब्दांचीही योजना करीत. 'रूप' या शब्दाचा 'एक' या अर्थी, 'अक्षि' शब्दाचा 'दोन' या अर्थी, 'गुण', 'वेद', 'शर' यांचा अनुक्रमें 'तीन', 'चार', 'पांच' या अर्थी व याचप्रमाणें इतर विशिष्ट संख्यासंबद्ध वस्तु-

वाचक शब्दांचा इतर अंकांच्या अर्थी उपयोग करण्यांत येई. यामुळे गणितासाख्या नीरस शास्त्रांतील नियमही ज्या पधांत गोंविले असतात, तीं पद्यें सुंदर काव्याप्रमाणें कर्णमधुर लागतात. संख्येतील अंकांचा निर्देश डाव्या बाजूकडून उजवीकडे म्हणजे एकं, दहं, शतं या क्रमानें करितात.

भारतीयांची चिह्नपद्धति आधुनिक पद्धतीकडून निराळी होती. दोन राशींचा गुणाकार दर्शविणें झाल्यास त्या जवळजवळ मांडून त्यांजमध्ये एक लहान टिंब देत. हल्लीं वर्गघनादि दाखविण्याकरितां जसा राशीच्या डोक्यावर उजवीकडे २, ३, किंवा त्याहून मोठा आंकडा घालतात तसा भारतीयांच्या चिह्नपद्धतींत घालावयाचा नसून राशीच्या पुढें ' व ' ' घ ' इत्यादि अक्षरें घालीत असल्यामुळे गुणन व वर्ग यांचा घोंटाळा उडण्याचा संभव असे. तो होऊं नये हें बहुधा टिंब देण्याचें कारण असावें. राशीचा संख्यात्मक गुणक नेहमीं त्या राशीच्या पुढें मांडण्यांत येई; व त्या संख्येपुढें एखादा राशि असल्यास त्या राशीचा पूर्वीच्या राशीशीं घनात्मक किंवा ऋणात्मक क्षेपक या नात्यानें संबंध आहे असें समजण्यांत येई; पुढील राशि ऋण असल्यास त्याच्या डोक्यावर एक लहानसें टिंब देण्यांत येई. हा क्षेपक केवळ संख्यात्मक असल्यास त्याचा पूर्वीच्या राशीच्या संख्यात्मक गुणकारी घोंटाळा उडूं नये म्हणून त्या क्षेपकाच्या मार्गे ' रूप ' या शब्दाचा संक्षेप ' रू ' हें अक्षर मांडण्यांत येई. भाजकाचें स्थान हल्लींप्रमाणेंच भाज्याच्या खालीं असे. मात्र हल्लीं त्यांच्यामध्ये जीं रेघ असते तीं त्या वेळीं नसे. अज्ञात राशि दर्शविणाऱ्या ' क्ष ' या अक्षराबद्दल पूर्वीं ' यावत् तावत् ' या शब्दाचें संक्षिप्त रूप ' या ' हें अक्षर योजीत; व हल्लीं ' अ ', ' ब ', ' क ' हीं अक्षरें ज्या अर्थीं योजितात त्या

अर्थां 'कालक', 'लोहित', 'पीतक', 'नीलक' इत्यादि वर्णबोधक शब्दांची संक्षिप्त रूपें 'का', 'लो', 'पी', 'नी' इत्यादि अक्षरें योजण्यांत येत.

$$\frac{\text{या}^2 \times \text{अ}^2 + २ \text{ या} \times \text{अ} \times \text{वि} \times \text{त्रि} + \text{वि}^2 \times \text{त्रि}^2}{\text{या}^2 - १४४}$$

हा राशि

भारतीयांच्या चिह्नपद्धतीनें मांडावयाचा झाल्यास त्याचें रूप असें होतें:—

याव. अव, या. अ. वि. त्रि २ विव. त्रिव १

याव १ रू १४४

अंकगणित व बीजगणित यांपैकी पूर्णांकांचें व अपूर्णांकांचें भिन्नपरिकर्माष्टक (म्हणजे बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार, भागाकार, वर्ग, वर्गमूळ, घन व घनमूळ), समीकरणें, कुट्टक व वर्गप्रकृति (indeterminate equations) यांचा भारतीय ज्योतिषांत यथावकाश उपयोग केलेला आहे. भारतीयांच्या वर्गमूळ व घनमूळ काढावयाच्या रीति हल्लींहीन बऱ्याच भिन्न आहेत. त्या शालोपयोगी पुस्तकांतूनही येऊं लागल्यामुळें येथे देत नाहीं. बीजगणितांतील वर्गसमीकरणें सोडविण्याच्या रीतीचा छायेवरून छायाकर्ण साधण्याचे कामीं उपयोग केलेला पहिल्या भागांत दिसून येईल.

कुट्टक व वर्गप्रकृति यांचा भारतीय ज्योतिषांत बराच उपयोग केला असल्यामुळें त्यांचें विस्तृत स्पष्टीकरण करणें जरूर आहे.

कुट्टक.

पूर्णांकांच्या भागाकारांत भाज्य व भाजक दिले असतां भाग व शेष येतात. याच्या कांहींसा उलट प्रकार कुट्टकाचा आहे. कुट्टक म्हणजे भाज्याला ज्या गुणकारनें गुणून हारानें म्हणजे भाजकानें

भागिलें असतां शेष विवक्षित ऋण किंवा धन संख्या रहाले तो गुणक. भागाकारांत भाज्यास हराचा जो भाग लागतो त्यापेक्षां १ नें अधिक भाग लाविल्यास बाकी ऋणात्मक राहिल हें उघड आहे. हीच गोष्ट पर्यायानें खालील समीकरणानें दर्शवितां येईल:—भाज्य \times कुट्टक $+$ क्षेप $=$ हार \times लब्धि. (क्षेपचिन्ह शेषचिन्हाच्या उलट असतें.) ज्या गुणकानें भाज्यास गुणून आलेल्या गुणाकारांत क्षेपरूप संख्या मिळविली किंवा वजा केली असतां व आलेल्या फलास हाररूप संख्येनें भागिलें असतां भजनफल पूर्णांकरूप येतें, अर्थात् शेष कांहीं उरत नाही, तो गुणक कुट्टक होय, अशी त्याची व्याख्या केल्यासही चालणार आहे. वरील समीकरणाच्या उजव्या बाजूच्या राशींत हार हा गुणक असल्याकारणानें डावीकडील राशीस हाराचा बरोबर भाग गेला पाहिजे हें उघड आहे. आतां भाज्य, हार व क्षेप दिले असतां कुट्टक कसा काढावयाचा तें पाहूं. या सर्वास अर्थात्च पूर्णांक कल्पिलें आहे. या तिहींत जो साधारण भाजक असेल त्यानें तिन्ही राशींस भागून त्यांस दृढ रूप दिल्यास साधनावें स्वरूप मुळींच बदलणार नाही हें स्पष्ट आहे. भाज्य व हर यांस एखादा साधारण भाजक असून त्यानें क्षेपास बरोबर भाग जात नसला तर प्रश्न चुकीचा आहे, असें समजावें. कारण—

क्षेप=हार \times लब्धि—भाज्य \times कुट्टक=दृढभाजक \times (दृढहार \times लब्धि—दृढभाज्य \times कुट्टक).

यावरून हें उघड आहे कीं पूर्णांकरूप भाज्य व हार यांस एखादा साधारण दृढभाजक असल्यास त्यानें क्षेपासही पूर्ण भाग जातो. असो. साधारण भाजकानें भागून दृढभाज्य, दृढहार व दृढक्षेप काढावे. त्यांपैकी हारानें भाज्यास भागावें; शेष उरेल त्यानें हारास भागावें; याप्रमाणें दृढभाजकाच्या रीतीतल्याप्रमाणें १ ही संख्या

शेष उरपयंत हें परस्परभाजन चाळूं ठेवावें. दृढभाज्य व दृढहार यांच्या या परस्परभाजनानें जे भाग येतात ते त्यांच्या अदृढ रूपांच्या परस्परभाजनानें येणाऱ्या भागांशीं तुल्य असतात; फरक इतकाच कीं पूर्वोक्त भाजनांत जेव्हां शेष उरतो तेव्हां उत्तरोक्त भाजनांत दृढभाजक उरतो.

घटकांभर ३२, १९ व ३ हे अनुक्रमें दृढभाज्य, दृढहार व दृढक्षेप आहेत असें समजा. त्यांचें परस्परभाजन खालीं दिल्या प्रमाणें होईल:—

$$\begin{array}{r}
 १९) ३२ (१ \\
 \underline{१९} \\
 १३) १९ (१ \\
 \underline{१३} \\
 ६) १३ (२ \\
 \underline{१२} \\
 १
 \end{array}$$

शेवटच्या भागाकारांतील भाज्य, भाजक, भाग व शेष यांचे संबंध खालील समीकरणानें दाखवितां येतील:—

$$\text{भाज्य} - १ = \text{भाजक} \times \text{भाग}.$$

या समीकरणांतील दोन्ही पक्षांस दृढक्षेपानें गुणिल्यास समीकरण कायमच राहिल. म्हणून भाज्य \times क्षेप - क्षेप = भाजक (किंवा हार) \times (क्षेप \times भाग). याचा अर्थ असा कीं भाज्य १३, हार ६ व क्षेप ३ असतां कुडक क्षेपतुल्य ३ च असतो. क्षेप \times भाग हा जो क्षेपतुल्य कुडकाच्या प्रवेशामुळें नवीन भाग उत्पन्न झाला आहे त्यास लब्धि म्हणूं. या ठिकाणीं लब्धिची किंमत ३ \times २ म्हणजे ६ आहे. नुक्ता आलेला कुडक व लब्धि हीं

धन शेषासंबंधानें किंवा ऋण क्षेपासंबंधानें मात्र खरीं आहेत. म्हणजे १३ स ३ नें गुणून गुणाकारास ६ नें भागिल्यास ३ उरतात; अथवा पर्यायानें १३ स ३ नें गुणून गुणाकारांतून ३ वजा केले असतां बाकी जी उरेल तिला ६ चा बरोबर भाग जातो. ऋण शेषासंबंधानें किंवा धन क्षेपासंबंधानें कुट्टक व लब्धि काढावयाचीं असल्यास वरील समीकरणांत क्षेपतुल्य कुट्टकाचें व (क्षेप × भाग) या लब्धीचें चिह्न ऋण करावें लागेल; व ऋणाबद्दल धन कुट्टक व लब्धि पाहिजे असल्यास समीकरणाच्या दोन्ही पक्षांत हर × भाज्य हा हरघटित राशि मिळविला पाहिजे; म्हणजे त्या दोहोंचें धन चिन्ह येऊन समीकरणाच्या डाव्या पक्षास हराचा बरोबर भाग जाण्यासही कांहीं हरकत पडणार नाही.

आतां समीकरण खाली लिहिल्याप्रमाणें झालें:-

भाज्य × (हर - क्षेपतुल्य कुट्टक) + क्षेप = हार (भाज्य - लब्धि).

(हर - कुट्टक) व (भाज्य - लब्धि) यांस अनुक्रमें कुट्टकाचा व लब्धीचा पूरक म्हणूं. हेच भाज्याचे व हराचे धन क्षेपासंबंधानें धन कुट्टक व लब्धि होत; म्हणजे १३ स (६-३) नें म्हणजे ३ नें गुणून व गुणाकारांत ३ मिळवून ६ नें भागिलें असतां भाग बरोबर तुटून लब्धि (१३ - ६) म्हणजे ७ धनात्मक येते. क्षेप धन असल्यामुळें शेष अर्थात् ऋण असतो; कारण १३ स ३ नें गुणून गुणाकार ३९ येतो; त्यांतून ७ × ६ म्हणजे ४२ वजा केल्यास शेष-३ राहतो.

वर ऋण क्षेपासंबंधानें प्रथम जें समीकरण दिलें आहे, तें खालील रीतीनेंही मांडितां येईल:- लब्धि × हर + क्षेप = भाज्य × क्षेपतुल्य कुट्टक.

आतां अंत्य भागाकारांतील भाज्य हें उपांत्य भागाकारांतील हर आहे; व अंत्य भागाकारांतील हर हा उपांत्य भागाकारांतील

शेषाबरोबर म्हणजे (उपांत्य भागाकारांतील भाज्य-उपांत्य भागाकारांतील हर × उपांत्य भागाकारांतील भाग) या राशीबरोबर आहे. म्हणून हे फेरफार वरील समीकरणांत केले असतां ते समीकरण उपांत्य भागाकारास लागू पडतें. तें समीकरण असें:—
 अंत्य भागाकारांतील लब्धि (उपांत्य भागाकारांतील भाज्य-उपांत्य भागाकारांतील हर × उपांत्य भागाकारांतील भाग) + क्षेप = उपांत्य भागाकारांतील हर × अंत्य भागाकारांतील क्षेपतुल्य कुट्टक.
 अंत्य भागाकारांतील लब्धि × उपांत्य भागाकारांतील भाज्य + क्षेप = उपांत्य भागाकारांतील हर × (अंत्य भागाकारांतील कुट्टक + अंत्य भागाकारांतील लब्धि × उपांत्य भागाकारांतील भाग). या समीकरणावरून हें उघड होईल कीं, उपांत्य भागाकारांतील भाज्य, भाजक व पूर्वाचाच दृढक्षेप यांसंबंधानें अंत्य भागाकारांतील लब्धिच कुट्टक असून (अंत्य भागाकारांतील कुट्टक + अंत्य भागाकारांतील लब्धि × उपांत्य भागाकारांतील भाग) हा राशि लब्धि आहे. अंत्य भागाकारांतील लब्धि अर्थात् क्षेप × अंत्य भागाकारांतील भाग इतकी आहे. येथें क्षेप घनात्मक असल्यामुळें पुरक काढण्याची जरूर नाहीं.

याप्रमाणें कोणत्याही विशिष्ट भागाकारांतील लब्धि म्हणजेच त्याच्या उपरितन भागाकारांतील कुट्टक, व त्या लब्धीस त्या उपरितन भागाकारांतील भागानें गुणून त्या गुणाकारांत त्या विशिष्ट भागाकारांतील कुट्टक मिळविला असतां त्या उपरितन भागाकारांतील लब्धि तयार होते, असें आढळून येईल. यावरून कुट्टक काढण्याचा नियम येणेंप्रमाणें निघतो:—

दृढ हरानें दृढ भाज्यास भागावें; बाकी उरेल तिनें दृढ हरास भागावें; याप्रमाणें बाकी १ उरेपर्यंत परस्परभाजन करावें; बाकी एक उरली म्हणजे क्रमानें आलेले भाग त्याच क्रमानें एकाखालीं

एक मांडून ठेवावे, व त्यांखालीं क्षेपक व ० हे अंक मांडावे; नंतर या सर्व अंकांतील उपांत्य अंकांने त्याच्या वरील अंकास गुणून गुणाकारांत अंत्य अंक मिळवावा; व तो वरील अंक पुसून त्याचे ठिकाणीं ती बेरीज मांडावी; व अंत्य अंकही पुसून टाकावा. नंतर त्या बेरजेने तिच्या वरील अंकास गुणून गुणाकारांत उपांत्य अंक मिळवावा; व बेरीज येईल ती प्रथम आलेल्या बेरजेच्या वर त्या स्थानीं असलेला अंक पुसून मांडावी; व उपांत्य अंकही पुसून टाकावा. याप्रमाणें अखेरपर्यंत चालूं द्यावें. शेवटीं ज्या दोन संख्या उरतील त्यांस अनुक्रमें हर व भाज्य यांनीं सारखा भाग लावून भागावें. जे शेष उरतील ते भागाकारांची संख्या सम असून क्षेप धन असल्यास किंवा भागाकारांची संख्या विषम असून क्षेप ऋण असल्यास अनुक्रमें कुट्टक व लब्धि होत. अन्यथा त्या शेषांचे पूरक कुट्टक व लब्धि होतात.

वरील उदाहरणांत आलेले भाग, दृढक्षेप व ० एकाखालीं एक मांडिल्यास खालीं डाव्या बाजूस मांडिलेली वल्लि येते; व वर वर्णिलेली कृति केल्यास उजव्या बाजूस मांडिलेली वल्लि येते.

१	१५
१	९
२	६
३	
०	

उत्तरोक्त वलींतील ९ ही उपांत्य संख्या हीच ३२ हा भाज्य, १९ हा हर व ३ हा धनशेष किंवा ऋणक्षेप यांसंबंधानें किंवा या संख्यांस साधारण भाजकानें गुणून येणाऱ्या संख्यांसंबंधानें कुट्टक होय; व १५ ही लब्धि होय. शेष ऋण किंवा क्षेप धन असल्यास

(भागसंख्या विषम असल्यामुळे) ९ ही संख्या दृढहरांतून म्हणजे १९ मधून वजा करावी; शेष १० रहातो; तोच कुट्टक होय; व (३२-१५) म्हणजे १७ ही लब्धि होय.

कुट्टकासंबंधाच्या समीकरणाच्या प्रत्येक पक्षांत भाज्य × हर या राशीची वाटेल तितकी पट मिळविल्यास किंवा वजा केल्यास त्याचें खाली दिल्याप्रमाणें रूपांतर होतें:—

$$\text{भाज्य (कुट्टक + हर } \times \text{ का)} + \text{क्षेप} = \text{हर (लब्धि + भाज्य } \times \text{ का)}$$

यावरून कुट्टक व लब्धि यांत अनुक्रमें हर व भाज्य यांस कोणत्याही एका संख्येनें गुणून आलेल्या संख्या मिळविल्यास किंवा वजा केल्यास त्याच भाज्यहरक्षेपांसंबंधानें नवे नवे कुट्टक व लब्धि तयार होतात, हें उघड होईल. कुट्टकांच्या अनेकत्वामुळे त्यांस अनंत कृत्ये म्हणतात.

भाज्य व हर यांस व (त्यामुळे क्षेपासही) एखादा साधारण दृढभाजक असतां कुट्टक कसा काढावयाचा याचें साधन येथवर सांगितलें. अशा भाज्यहरक्षेपांच्या कुट्टकलब्धि त्यांच्या दृढरूपांच्या कुट्टकलब्धीइतक्याच असतात.

क्षेपक व हर यांस साधारण दृढभाजक असून तो दृढभाजक भाज्यास जर साधारण नसेल तर—

$$\text{लब्धि} = \frac{\text{भाज्य} \times \text{कुट्टक} + \text{दृढभाजक} \times \text{दृढक्षेप}}{\text{दृढभाजक} \times \text{दृढहार}}$$

$$\frac{\text{भाज्य} \times \text{कुट्टक}}{\text{दृढभाजक}} + \text{दृढक्षेप.}$$

$$= \frac{\quad}{\text{दृढहार}} \quad \cdot \text{ आतां दृढभाजक भाज्यास}$$

साधारण नसल्यामुळे व $\frac{\text{भाज्य} \times \text{कुट्टक}}{\text{दृढभाजक}}$ हा राशि पूर्णाकात्मक

असल्यामुळे (तसा नसल्यास समीकरणाचा उजवीकडील पक्ष अपूर्णा-
कच होईल.) तो दृढभाजक कुट्टकांतही असला पाहिजे. म्हणून—

$$\text{लब्धि} = \frac{\text{भाज्य} \times \text{दृढ कुट्टक} + \text{दृढक्षेप}}{\text{दृढहार}}$$

यावरून असा नियम निघतो की, भाज्य, दृढक्षेप व दृढहार
यांस अनुक्रमेण भाज्य, क्षेप व हार समजून जो दृढकुट्टक येईल
त्यास दृढभाजकानें गुणिलें असतां त्यांच्या अदृढ रूपांचा कुट्टक
येतो; व जी लब्धि येईल तीच त्यांच्या अदृढ रूपांची लब्धि
समजावी.

भाज्य व क्षेपक यांस साधारण दृढभाजक असून तो दृढभाजक
हारास साधारण नसल्यास—

$$\text{लब्धि} = \frac{\text{दृढभाजक} (\text{दृढभाज्य} \times \text{कुट्टक} + \text{दृढक्षेप})}{\text{हार}}$$

येथें ज्याअर्थी दृढभाजक व हार हे परस्परांप्रत दृढ आहेत
(म्हणजे त्यांस साधारण दृढभाजक नाही) त्याअर्थी (दृढभाज्य \times
कुट्टक + दृढक्षेप) या राशीस हाराचा निःशेष भाग जातो. या
भागास दृढलब्धि म्हणूं.

$$\therefore \text{लब्धि} = \frac{\text{दृढभाजक} (\text{दृढभाज्य} \times \text{कुट्टक} + \text{दृढक्षेप})}{\text{हार}}$$

$$= \text{दृढभाजक} \times \text{दृढ लब्धि.}$$

येथें दृढभाज्य व दृढक्षेप यांचा जो कुट्टक तोच त्यांच्या अदृढ
रूपांचा आहे. लब्धि मात्र निराळी आहे. हाच प्रकार खालील

क च = २ भुजज्या १८° .

अ क च आणि अ च क यांपैकी प्रत्येक कोण ७२ अंशांचा आहे.

अ क च हा कोण बरोबर दुभागणारी क ट ही रेषा काढा.

आतां ज्याअर्थी ट अ क आणि ट क अ हे कोण प्रत्येकीं ३६° चे व परस्परतुल्य आहेत, त्याअर्थी अ ट = क ट. त्याचप्रमाणें क च ट आणि क ट च हे कोण तुल्य असल्यामुळें क ट = क च. अ ट = क च. अ क च व क ट च हे त्रिकोण परस्परांशीं तुल्यकोण आहेत; म्हणून अ च : क च :: क च (म्हणजे क ट) : च ट. परंतु अ च ही त्रिज्या आहे; क च = २ भुजज्या १८° ; आणि च ट = अ च - अ ट = त्रिज्या - २ भुजज्या १८° ; त्याअर्थी त्रिज्या : २ भुजज्या १८° :: २ भुजज्या १८° : त्रिज्या - २ भुजज्या १८° .

$$\therefore \text{भुजज्या } १८^{\circ} = \frac{\sqrt{५ \text{ त्रिज्या } २ - \text{त्रिज्या}}}{४}$$

कोणाची भुजज्या माहित असली म्हणजे त्याच्या कोटीची भुजज्या काढितां येते, हें वर आलें आहेच. एका कोणाच्या भुजज्येवरून इतर कोणांच्या भुजज्या काढण्याच्या आणखीही रीती आपल्या ज्योतिष्यांनीं दिल्या आहेत. त्या अशा :—

$$(१) \text{ कोणार्धभुजज्या} = \frac{\sqrt{\text{कोणभुजज्या}^२ + \text{कोणोत्क्रमज्या}^२}}{२}$$

$$(२) \quad \quad \quad = \sqrt{\frac{\text{त्रिज्या} \times \text{कोणोत्क्रमज्या}}{२}}$$

पाश्चात्य त्रिकोणमितीप्रमाणें कोटिज्या अ = $१ - २ \text{ भुजज्या}^२$ अ

$$\begin{aligned} \text{किंवा भुजज्या} \frac{अ}{२} &= \sqrt{\frac{१-कोटीज्या अ}{२}} \\ &= \frac{\sqrt{\text{भुजज्या}^२ अ + (१-कोटीज्या अ)^२}}{२} \end{aligned}$$

पाश्चात्यांचा मानदंड १ असून त्याच्या जोडीस भारतीयांची त्रिज्या असते हें लक्षांत ठेविल्यास हीं दोन समीकरणें वरील भारतीय समीकरणांशीं उलट क्रमानें तुल्य आहेत हें उघड होईल.

वरील समीकरणांच्या साहाय्यानें १८ अंशांच्या भुजज्येवरून ३६ अंशांची भुजज्या काढितां येते. कारण कोटीज्या ७२° = भुजज्या १८°; त्यामुळे,

$$\text{भुजज्या } ३६^\circ = \sqrt{\frac{\text{त्रिज्या} \times (\text{त्रिज्या} - \text{भुजज्या } १८^\circ)}{२}}$$

$$\text{परंतु भुजज्या } १८^\circ = \frac{\sqrt{५ \text{ त्रिज्या}^२ - \text{त्रिज्या}}}{४}$$

$$\begin{aligned} \text{म्हणून भुजज्या } ३६^\circ &= \sqrt{\frac{\text{त्रिज्या} \times \text{त्रिज्या} \times \frac{\sqrt{५ \text{ त्रिज्या}^२ - \text{त्रिज्या}}}{४}}{\sqrt{२}}} \\ &= \sqrt{\frac{५ \text{ त्रिज्या}^२ - \sqrt{५ \text{ त्रिज्या}^२}}{\sqrt{८}}} \\ &= \text{त्रिज्या } \sqrt{\frac{५ - \sqrt{५}}{८}} \end{aligned}$$

वर दिलेलीं समीकरणें फार उपयोगाचीं आहेत. कारण त्यांवरून कोणत्याही कोणाच्या किंवा त्याच्या कोटीच्या भुजज्येवरून त्याच्या अर्धाची भुजज्या निघते.

$$(१) \text{ भुजज्या } \left(\frac{९०^\circ + अ}{२} \right) = \sqrt{\frac{\text{त्रिज्या}^2 + \text{त्रिज्या} \times \text{भुजज्या} \cdot अ}{२}}$$

हैं समीकरण पाश्चात्य गणितानें खाली लिहिल्याप्रमाणें सिद्ध करितां येतें:—

$$\text{भुजज्या } \left(\frac{९०^\circ + अ}{२} \right) = \text{भुजज्या } \left(४५^\circ + \frac{अ}{२} \right)$$

$$= \frac{१}{\sqrt{२}} \left(\text{भुजज्या } \frac{अ}{२} + \text{कोटिज्या } \frac{अ}{२} \right)$$

$$\text{आतां ज्याअर्थीं } \text{भुजज्या}^2 \frac{अ}{२} + \text{कोटिज्या}^2 \frac{अ}{२} = १,$$

आणि २ भुजज्या $\frac{अ}{२}$ कोटिज्या $\frac{अ}{२}$ = भुजज्या अ, त्याअर्थीं

भुजज्या $\frac{अ}{२}$ + कोटिज्या $\frac{अ}{२}$ + २ भुजज्या $\frac{अ}{२}$ कोटिज्या $\frac{अ}{२}$ अथवा

$$\left(\text{भुजज्या } \frac{अ}{२} + \text{कोटिज्या } \frac{अ}{२} \right)^2 = १ + \text{भुजज्या अ},$$

$$\text{व भुजज्या } \frac{अ}{२} + \text{कोटिज्या } \frac{अ}{२} = \sqrt{१ + \text{भुजज्या अ}}$$

$$\therefore \text{भुजज्या } \left(४५^\circ + \frac{अ}{२} \right) = \frac{१}{\sqrt{२}} \sqrt{१ + \text{भुजज्या अ}}$$

हें वरील भारतीय सारणीचें पाश्चात्य रूप आहे.

$$(४) \text{ भुजज्या } \left(\frac{९०^\circ - अ}{२} \right) = \sqrt{\frac{\text{त्रिज्या}^2 - \text{त्रिज्या} \times \text{भुजज्या} \cdot अ}{२}}$$

या सारणीची उपपत्तिही वरच्यासारखीच आहे.

$$(५) \text{ भुजज्या } \frac{अ-ब}{२} =$$

$$\sqrt{\frac{(\text{भुजज्या अ-भुजज्या व})^2 + (\text{कोटिज्या अ-कोटिज्या व})^2}{२}}$$

उजवीकडील राशीच्या अंशाचा वर्ग (पाश्चात्य रीतीने मांडल्यास) = $२ \left\{ १ - \text{कोटिज्या (अ-व)} \right\} = ४ \text{ भुजज्या}^२ \frac{\text{अ-व}}{२}$

∴ उजवीकडील राशि = $\text{भुजज्या} \frac{\text{अ-व}}{२}$

ही सारणीही फार उपयुक्त आहे. दोन कोणांच्या भुजज्या व कोटिज्या माहित असल्यास हिच्या आधाराने त्यांपासून त्या दोहोंच्या अंतरार्धाची भुजज्या निघते.

$$(६) \text{भुजज्या (कोटि-भुज)} = \text{त्रिज्या} - \frac{२ \text{ भुजज्या}^२ (\text{भुज})}{\text{त्रिज्या}}$$

भुज अ या अक्षराने दर्शविल्यास या सारणीतील डावीकडील राशि = $\text{भुजज्या} \left\{ (९०^\circ - \text{अ}) - \text{अ} \right\} = \text{भुजज्या} (९०^\circ - २\text{अ}) = \text{कोटिज्या} २\text{अ} = १ - २ \text{ भुजज्या}^२ \text{अ}$. हे भारतीय सारणीतील उजवीकडील राशीचे पाश्चात्य रूप झाले.

$$(७) \text{भुजज्या (अ + व)} = \frac{\text{भुजज्या अ कोटिज्या व}}{\text{त्रिज्या}} + \frac{\text{कोटिज्या अ भुजज्या व}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$(८) \text{भुजज्या (अ-व)} = \frac{\text{भुजज्या अ कोटिज्या व}}{\text{त्रिज्या}} - \frac{\text{कोटिज्या अ भुजज्या व}}{\text{त्रिज्या}}$$

या दोन सारण्या भुजज्या (अ ± व) = भुजज्या अ कोटिज्या व ± भुजज्या व कोटिज्या अ, या प्रसिद्ध पाश्चात्य सारण्यांची

रूपांतरें होत. या सारण्या पाश्चात्यांच्या पूर्वी आपणांस ज्ञात झाल्या होत्या.

वरील (७) या सारणीवरून—

$$\text{भुजज्या } २ \text{ अ} = \text{भुजज्या (अ + अ)} = २ \text{ भुजज्या अ कोटिज्या अ त्रिज्या}$$

वाटेल त्या कोणाची भुजज्या काढण्यास सोपें जावें म्हणून भारतीय ज्योतिष्यांनी एका काटकोनाचे एका अंशास एक या-प्रमाणें ९०, किंवा ३॥॥ अंशांस एक याप्रमाणें २४ सारखे भाग करून त्यांच्या भुजज्या काढिल्या आहेत. ज्या कोणाची भुजज्या साधावयाची तो अशा ठरीव कोणापैकीं नसून आडनीड असल्यास त्याहून कमी व अधिक व परस्परांपासून अनुक्रमें १ किंवा ३॥॥ अंशांच्या अंतरावर असलेल्या दोन जवळजवळच्या ठरीव कोणांच्या भुजज्यांच्या अंतराचें अनुक्रमें १ व ३॥॥ अंशांशीं काय प्रमाण पडतें, तें पाहून त्यापासून त्या आडनीड कोणाची भुजज्या काढितात. या ठरीव कोणापैकीं एखाद्याची भुजज्या माहीत असल्यास तिजवरून त्या कोणाहून १ किंवा ३॥॥ अंशांनीं कमी किंवा अधिक असलेल्या कोणाची भुजज्या खालील सारण्यांनीं काढितां येते:—

$$(९) \text{ भुजज्या (अ + १°)} = \frac{६५६८}{६५६९} \text{ भुजज्या अ} + \frac{१०}{५७३} \text{ कोटिज्या अ.}$$

$$(१०) \text{ भुजज्या (अ - १°)} = \frac{६५६८}{६५६९} \text{ भुजज्या अ} - \frac{१०}{५७३} \text{ कोटिज्या अ.}$$

$$(११) \text{ भुजज्या (अ + ३°॥॥)} = \frac{४६६}{४६७} \text{ भुजज्या अ} + \frac{१००}{१५२९} \text{ कोटिज्या अ.}$$

$$(१२) \text{ भुजज्या (अ - ३°॥॥)} = \frac{४६६}{४६७} \text{ भुजज्या अ} - \frac{१००}{१५२९} \text{ कोटिज्या अ.}$$

या सारण्या (७) व (८) या सारण्यांवरून काढिल्या आहेत. उजवीकडील राशीतील $\frac{१५६८}{६५६९}$ व $\frac{४६६}{४६७}$ हे अपूर्णांक अनुक्रमे १ व ३।। अंशांच्या त्रिज्याभक्त कोटिज्या आहेत; व $\frac{१०}{५७३}$ व $\frac{१००}{१५२९}$ हे अपूर्णांक त्याच अंशांच्या त्रिज्याभक्त भुजज्या आहेत.

$$(१३) \text{ भुजज्या } \left\{ (\text{का} + १) \times ३^{\frac{३}{४}} \right\} = \text{भुजज्या } (\text{का} \times ३^{\frac{३}{४}}) +$$

$$\text{भुजज्या } ३^{\frac{३}{४}} - \frac{१}{२.५} \quad (\text{भुजज्या } ३^{\frac{३}{४}} + \text{भुजज्या } ७^{\frac{१}{२}} +$$

$$\text{भुजज्या } ११^{\frac{१}{४}} \dots \dots \dots \text{भुजज्या } (\text{का} \times ३^{\frac{३}{४}})$$

या सारणीची उपपत्ति येणेंप्रमाणें आहे:—

भुजज्या अ - भुजज्या ० = त_१ अशी कल्पना करूं. त्याचप्रमाणें
 भुजज्या २ अ - भुजज्या अ = त_२.
 भुजज्या ३ अ - भुजज्या २ अ = त_३.

.....

$$\text{भुजज्या } (\text{का} \times \text{अ}) - \text{भुजज्या } (\text{का} - १) \text{ अ} = \text{त का.}$$

$$\text{भुजज्या } (\text{का} + १) \text{ अ} - \text{भुजज्या } (\text{का} \times \text{अ}) = \text{त का} + १.$$

$$\text{आतां त}_१ - \text{त}_२ = २ \text{ भुजज्या अ} - \text{भुजज्या } २ \text{ अ}$$

$$= \frac{२ \text{ भुजज्या अ त्रिज्या} - २ \text{ भुजज्या अ कोटिज्या अ}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$= \frac{२ \text{ उत्क्रमज्या अ} \times \text{भुजज्या अ}}{\text{त्रिज्या}} \text{ .याचप्रमाणें—}$$

$$त २ - त ३ = \frac{२ \text{ उत्क्रमज्या अ } \times \text{ भुजज्या } २ अ}{त्रिज्या}$$

$$त ३ - त ४ = \frac{२ \text{ उत्क्रमज्या अ } \times \text{ भुजज्या } ३ अ}{त्रिज्या}$$

$$त का - त (का + १) = \frac{२ \text{ उत्क्रमज्या अ } \text{ भुजज्या } (का \times अ)}{त्रिज्या}$$

वरील सर्व समीकरणांतील उजव्या पक्षांची बेरीज व डाव्या पक्षांची बेरीज घेतली असतां,

$$त १ - त (का + १) = \frac{२ \text{ उत्क्रमज्या अ }}{त्रिज्या} [\text{भुजज्या अ} + \text{भुजज्या } २अ + \text{भुजज्या } ३ अ + \dots + \text{भुजज्या } (का \times अ)]$$

वरील समीकरणांत त_१ व त (का + १) यांच्या किंमती घातल्या असतां—

$$\text{भुजज्या अ} + \text{भुजज्या } (का \times अ) - \text{भुजज्या } (का + १) अ = \frac{२ \text{ उत्क्रमज्या अ }}{त्रिज्या} \left\{ \text{भुजज्या अ} + \text{भुजज्या } २ अ + \dots + \text{भुजज्या } (का \times अ) \right\}$$

$$\therefore \text{भुजज्या } (का + १) अ = \text{भुजज्या } (का \times अ) + \text{भुजज्या अ} - \frac{२ \text{ उत्क्रमज्या अ }}{त्रिज्या} \left\{ \text{भुजज्या अ} + \text{भुजज्या } २ अ + \dots + \text{भुजज्या } (का \times अ) \right\}$$

$$\text{येथें अ} = २ \frac{०३}{४}, \text{ व } \frac{२ \text{ उत्क्रमज्या अ }}{त्रिज्या} = \frac{१}{२३३-५}$$

वरील समीकरणांत $\frac{9}{२३३.५}$ हाच राशि स्थूल रूपानें $\frac{9}{२२५}$ दिला

आहे. हें समीकरण सूर्यसिद्धांतांतील आहे.

३॥॥, ७॥॥, ११॥, १९॥ याप्रमाणें २४ कोणांच्या भुजज्या, लागोपाठ येणाऱ्या भुजज्यांची अंतरे, उत्क्रमज्या व त्यांमधील अंतरे सिद्धांतशिरोमणीवरून खाली दिली आहेत:—

(येथें त्रिज्या ३४३८ समजावी.)

भुजज्या:—२२५, ४४९, ६७१, ८९०, ११०५,
१३१५, १५२०, १७१९, १९१०, २०९३, २२६७,
२४३१, २५८५, २७२८, २८५२, २९७७, ३०८४,
३१७७, ३२६६, ३३२१, ३३७२, ३४०९, ३४३१,
३४३८.

भुजज्यांमधील अंतरे:—२२४, २२२, २१९, २१५, २१०,
२०५, १९९, १९१, १८३, १७४, १६४, १५४, १४३,
१३१, ११८, १०७, ९३, ७९, ६५, ५१, ३७, २२, ७.

उत्क्रमज्या:—७, २९, ६६, ११७, १८२, २६१, ३५४,
४६१, ५७९, ७१०, ८५३, १००७, ११७१, १३४५,
१५२८, १७१९, १९१८, २१२३, २३३३, २५४८,
२७६७, २९८९, ३२१३, ३४३८.

उत्क्रमज्यांमधील अंतरे:—२२, ३७, ५१, ६५, ७९, ९३,
१०७, ११८, १३१, १४३, १५४, १६४, १७४, १८३,
१९१, १९९, २०५, २१०, २१५, २१९, २२२, २२४,
२२५.

वर भुजज्या व उत्क्रमज्या चौवीस चौवीस दिल्या असोन त्यांमधील अंतरे अर्थात् तेवीस तेवीस दिली आहेत. ज्याअर्थी उ-

उत्क्रमज्या = त्रिज्या - कोटिज्या, त्या अर्थी वरील उत्क्रमज्यांवरून कोटि-
ज्याही काढितां येतात. उत्क्रमज्यांमधील अंतरें हींच कोटिज्यांमधील
अंतरें होत. वर अंतरें दिलीं आहेत तीं आडनीड को-
णांच्या भुजज्या व कोटिज्या काढण्याचे कामीं उपयोगी
पडतात. भुजज्यांमधील जीं अंतरें आहेत तींच उलट
क्रमानें उत्क्रमज्यांची किंवा पर्यायानें कोटिज्यांची आहेत.
याचें कारण हेंच कीं, भुजज्या Δ या राशीचें तारतम्य
(Differential Coefficient) कोटिज्या Δ हें असतें, व
कोटिज्या (९० - Δ) म्हणजे भुजज्या Δ च असल्यामुळें तिचें
तारतम्यही तितकेंच असतें. येथें भुजज्येचें तारतम्य या
शब्दाचा अर्थ भुजज्येच्या वृद्धिवेगाचें कोणाच्या वृद्धिवेगाशीं जें
गुणोत्तर असतें तें, असा समजावा.

आतांपर्यंत भुजज्यासाधनाच्या ज्या रीति दिल्या आहेत,
त्यांत कोणत्या तरी एका कोणाच्या भुजज्येचें ज्ञान गृहीत धरिलें
आहे. नुसत्या कोणाच्या किंमतीवरून भुजज्या साधण्याची पाश्चात्य
सारणी येणेंप्रमाणें आहे:—

(येथें ' का ' म्हणजे विवाक्षित कोणाची पाश्चात्य चापीय-
मापनपद्धतीनें किंमत असें समजावें.)

$$\text{भुजज्या का} = \text{का} - \frac{\text{का}^३}{३} + \frac{\text{का}^५}{५} \dots\dots\dots$$

उजवीकडील राशि एक अनंत श्रेणि आहे. $\frac{३}{३}$, $\frac{५}{५}$ यांस
गणितांत परंपरित ३, परंपरित ५, (परंपरित हा शब्द इंग्रजीतील
Factorial या शब्दाच्या अर्थीं योजिला आहे.) असें म्हणतात;
व यांच्या किंमती अनुक्रमें ३ × २ × १ व ५ × ४ × ३ × २
× १ या आहेत. असो. आपणांस ज्या कोणाची भुजज्या काढा-

वयाची असेल, त्याला 'या' ही संज्ञा व त्याच्या कोटीस 'का' ही संज्ञा आहे असे समजा. आतां ९० अंशांची चापीय मानानें किंमत १.५७०८ असते; म्हणून वरील समीकरणांत 'का' बदल (१.५७०८ - या) हा त्याचा पर्याय घालून दोन्ही पक्षांचें 'या' च्या मानानें तारतम्य काढिल्यास व त्यांतील राशीचीं चिह्ने बदलल्यास त्या समीकरणाचें असें रूपांतर होतें:—

$$\text{मुजज्या या} = १ - \frac{(१.५७०८-या)^२}{२} + \frac{(१.५७०८-या)^२}{४ \times ३ \times २ \times १}$$

उजवीकडील पक्षांतील फक्त पहिले दोन राशिच घेतल्यास—

$$\text{मुजज्या या} = \frac{२-२.४६७४१-या२ + ३.१४१६ या}{२}$$

$$= \frac{२-२.४६७४१-या (३.१४१६-या)}{२}$$

ही सुमाराची किंमत झाली. भारतीय ज्योतिष्यांनीं स्थूल साधनांत यांतील [या (३.१४१६-या)] या चल राशीशीं मुजज्येस तुल्य मानिलें आहे. गणेश दैवज्ञांनीं ग्रहलाघवांत रविमंदफल साधितांना १०० ही त्रिज्या मानून जें ज्यासाधन केलें आहे, तें याच रीतीस अनुसरून आहे. या रविमंदफलसाधनांत कोणांतील अंशांस ९ नें भागून जें फल येतें, तें २० मधून वजा करून येणाऱ्या संख्येस त्याच फलानें गुणिलें असतां जी संख्या येते, तिला १०० या त्रिज्येच्या मानानें त्या कोणाची मुजज्या मानिलें आहे. येथें कोणांतील अंशांस ९ नें भागिल्यामुळें ३.१४१६ च्या स्थानीं साहजिकच २० ही संख्या आली आहे. या रीतीनें जी मुजज्या येते ती अर्थात् स्थूल असून अल्प कोणा-संबंधानें वास्तविक मुजज्येपेक्षां सव्वापटीनेंही मोठी येते. या

साधनांत ९० अंशांचे ९, ९ प्रमाणें जे १० भाग होतात, त्याच्या वास्तविक भुज्यांत या रीतीने पडणारीं अंतरें खालीं दिलीं आहेत:-

$४\frac{१}{२}$, ९, $५\frac{१}{२}$, $५\frac{१}{४}$, ९, ३, २, १, $\frac{१}{४}$ व ०. या अंतरानें मंद-

फलांत पडणारें अंतर बहुतांशीं नाहींसें करण्यासाठीं, मंदफल-साधनार्थ भुज्येस वास्तविकपणें जो भाजक कल्पिला पाहिजे त्याच्या $\frac{४}{१}$ भाजक कल्पून वरील रीतीनें येणाऱ्या भुज्येस ९ नें भागून येणारा भाग त्या भाजकांत मिळवावा, असा नियम केला आहे. एकंदरीत हें मंदफलसाधन फारच चातुर्याचें आहे, यांत संशय नाहीं.

गोलीय भूमिति व त्रिकोणमिति.

भारतीय ज्योतिष्यांना विशेषेंकरून भास्कराचार्यांना गोलाचें ज्ञान उत्तम प्रतीचें होतें, हें या निबंधाच्या पहिल्या भागावरून उघड होईल. त्रिज्यावृत्ताच्या दोन याम्योत्तरवृत्तांना (त्रिज्यावृत्ताचा मध्यबिंदु व उत्तर व दक्षिण बिंदूमधून जाणाऱ्या वृत्तास त्या त्रिज्यावृत्ताचें याम्योत्तरवृत्त म्हणतात.) त्या त्रिज्या-वृत्ताच्या उत्तर किंवा दक्षिण बिंदूपाशीं काढिलेल्या स्पर्शरेषांमध्ये जो कोण होतो, त्या कोणाचा चाप त्या याम्योत्तर-वृत्तांमध्ये त्रिज्यावृत्ताचा जो चाप असतो तत्तुल्य असतो, हा गोलीय भूमितीचा सिद्धांत त्यांना माहित असून त्याचा त्यांनीं पदोपदीं उपयोग केलेला आहे. त्यांच्या गोलीय त्रिकोणमितीचा पाया याच सिद्धांतावर आहे म्हटलें तरी चालेल. वर वर्णिलेल्या स्पर्शरेषांशीं समांतर बाजू असणारे तुल्यकोण काटकोन त्रिकोण त्या याम्योत्तरवृत्तांच्या सांध्यामध्ये सांधून त्यांपासून निरनिराळ्या

शुज्यावृत्तांवरील भुजज्यांचे परस्परांशी किंवा त्रिज्यावृत्तावरल भुजज्यांशी असणारे संबंध त्यांनी काढिले आहेत. याप्रमाणे निर-
निराळ्या पातळ्यांतील सरल रेषांचे संबंध वरील गोलीय भूमि-
तीच्या सिद्धांताच्या आधारें व एकाच पातळींतील सरल रेषांचे
संबंध सरलरेषीय भूमितीच्या पूर्वोक्त सिद्धांतांच्या आधारें
काढून त्यांनी गोलवरील वाटेल त्या त्रिकोणाच्या वाटेल त्या
भुजाची किंवा कोणाची किंमत पाश्चात्यांच्याइतकीच सूक्ष्म
काढिली आहे. भास्कराचार्यांचें गोलवर विलक्षण प्रभुत्व होतें.
त्यांनी पूर्वीच्या ग्रंथांमधील गोलीय भुज किंवा कोण साधण्याच्या
रीतींत अनेकदां चुका दाखवून त्या दुरुस्त केल्या आहेत.

शून्यलब्धि.

शून्यलब्धिगणितापैकी भुजज्येची शून्यलब्धि कोटिज्यातुल्य
असते, हा सिद्धांत भारतीय ज्योतिष्यांस माहित असून त्याचा त्यांनी
अनेक प्रसंगी उपयोग केला आहे, हें वर सांगितलेंच आहे. या
सिद्धांताची अतज्ज्ञांकरितां येथें थोडीशी फोड केली पाहिजे.
क्ष हा राशि चल आहे, अशी कल्पना करा. या राशीनें घटित
असे क्ष + २, २ क्ष, $\frac{क्ष}{२}$, क्ष२, $\sqrt{क्ष}$, भुजज्या क्ष इत्यादि अनेक
राशि होतात. त्यांस 'क्ष' चे विस्तार किंवा प्रपंच (Function)
म्हटल्यास चालेल. 'क्ष' या मूल राशींत अत्यंत अल्प फरक
झाला म्हणजे या विस्ताररूप राशींतही फरक पडतो. या फरकांचें
गुणोत्तर म्हणजेच शून्यलब्धि किंवा तारतम्य (Differential
Coefficient). आजपर्यंत या अर्थी शून्यलब्धि हा एकच शब्द
योजण्यांत येत असे; पण त्यापेक्षां तारतम्य हा शब्द अधिक
सरस आहे असें वाटतें. ही संज्ञा योजित गेल्यास तें गुणोत्तर
 $\frac{क्ष}{क्ष}$ या कर्णकटु संकेतानें दर्शवावें न लागतां $\frac{तक्ष}{तक्ष}$ या कर्णमधुर

संकेतानें दाखवितां येईल. या गुणोत्तरव्यंजक परिभाषेत ' त ' हें अक्षर ' तर ' व ' तम ' यांतील आद्याक्षर असून, त्या शब्दांनीं मूलराशि व विस्ताररूप राशि यांत पडणारीं अंतरें अनुक्रमें चांगलीं व्यक्त होतात. शून्यलब्धि या शब्दानें व्यक्त होणारा अर्थ ' उपचयवेग ' किंवा ' अपचयवेग ' या शब्दानेंही व्यक्त होण्यासारखा आहे. पण या शब्दांनीं शून्यलब्धीच्या विशेष प्रकारांचा बोध होतो. दोहोंचा समावेश ज्या शब्दांत होईल, अशा एका शब्दाचे अभावीं या निबंधांत ' तारतम्य ' या शब्दाचाच उपयोग केला आहे. असो;

भुजज्येचें तारतम्य $\frac{\text{त भुजज्या क्ष}}{\text{त क्ष}}$ हें असून, या संज्ञेचा

अर्थ $\frac{\text{भुजज्या (क्ष + अ) - भुजज्या क्ष}}{\text{अ}}$ हा आहे. (येथें 'अ'

म्हणजे अत्यंत अल्प कोण असें समजावें.) हें गुणोत्तर (म्हणजे दोन अल्पांतर कोणांच्या भुजज्यांमधील अंतराचें त्या कोणांतील अंतराशीं प्रमाण) कोटिज्यातुल्य म्हणजे त्रिज्येचें कोटिज्येशीं जें प्रमाण असतें तत्तुल्य असतें. वर चोवीस कोणांच्या भुजज्यांमधील व उत्क्रमज्यांमधील जीं अंतरें दिलीं आहेत, त्यांचीं अनुक्रमें कोटिज्यांशीं व भुजज्यांशीं तुलना केल्यास या सिद्धांताची सत्यता निदर्शनास येणार आहे. भारतीय ज्योतिष्यांनीं या सिद्धांताचा कारणपरत्वे बऱ्याच वेळां उपयोग केला आहे. उदाहरणार्थ, त्यांचें दिनगतिसाधन पहावें. ग्रहाची मंदस्पष्ट दिनगति म्हणजे त्याच्या लागोपाठ दोन दिवसांच्या मंदस्पष्ट स्थानांतील अंतर. त्याचें कोणत्याही दिवशीं जें मंदस्पष्ट स्थान असतें तें मध्यम स्थान व मंदफल यांनीं घटित असतें. दोन दिवसांच्या मंदस्पष्ट स्थानांतील अंतर

म्हणजे मध्यम गति व दोन दिवसांच्या मंदफलांतील अंतर यांची बेरीज होय. आतां सुमाराचें मंदफल = $\frac{\text{परममंदफलज्या} \times \text{केंद्रभुजज्या}}{\text{त्रिज्या}}$

म्हणून प्रथमदिनीय व द्वितीयदिनीय मंदफलांतील अंतर = $\frac{\text{परममंदफलज्या}}{\text{त्रिज्या}} \times (\text{द्वितीयदिनीयकेंद्रज्या} - \text{प्रथमदिनीय$

केंद्रज्या). कंसांतील राशि हा दोन अल्पांतर कोणांच्या भुजज्यांमधील अंतर दर्शवितो. त्याची किंमत (त्रिज्या : प्रथमदिनीय-केंद्रकोटिज्या :: दोन दिवसांच्या केंद्रांतील कलात्मक अंतर : त्या केंद्रांच्या भुजज्यांमधील अंतर) या प्रमाणावरून काढावी,

व तिला $\frac{\text{परममंदफलज्या}}{\text{त्रिज्या}}$ नें गुणून फलांत मध्यम गति मिळवावी;

म्हणजे मंदस्पष्ट दिनगति येते. वरील सिद्धांताचा उमज चांगला पडावा म्हणून दिनगतिसाधनाची येथें पुनरुक्ति केली आहे.

याप्रमाणें पाश्चात्य गणितांतील अनेक सिद्धांत भारतीय ज्योतिष्यांस माहित होते खरे. पण त्यांचें उपपत्तीकडे तितकें लक्ष्य नव्हतें हें कबूल केलें पाहिजे. त्यांच्या दृष्टीनें गणितशास्त्राची किंमत साध्य म्हणून नसून फलज्योतिषादि शास्त्रांचें साधन म्हणून होती, असें दिसतें.

या निबंधांत कांहीं स्थलीं विवेचनाच्या ओघांत अनेक राशींचीं तारतम्यें काढिलीं आहेत. तीं स्थलें चांगलीं समजावीं म्हणून येथें पाश्चात्य गणितांतील तारतम्यसाधनाचे कांहीं नियम देतो.

१:—स्थिर राशीचें तारतम्य शून्य असतें.

२:—क्ष या चल राशीचें तारतम्य १ हें असतें.

३:—एकमेकांशीं धन किंवा ऋण चिह्नांनीं संबद्ध असलेले विस्ताररूप राशि मिळून जो एक संकरात्मक राशि होतो, त्याचें तारतम्य त्या सर्व राशींचीं पृथक् पृथक् तारतम्ये काढून त्यांची त्यांच्या त्यांच्या चिह्नांप्रमाणें बेरीज किंवा वजाबाकी केल्यानें सिद्ध होतें. या नियमानें $क्ष^३ + क्ष^२ - ३ क्ष$ याचें तारतम्य $३ क्ष^२ + २ क्ष - ३$ हें होतें.

४:—एकमेकांशीं गुणाकाराच्या चिह्नांनीं संबद्ध असलेल्या अनेक विस्ताररूप राशि मिळून जो एक संसृष्टिरूप राशि तयार होतो त्याचें तारतम्य काढावयाचें असल्यास त्यांतील प्रत्येक राशीचें तारतम्य इतर राशींनीं गुणून त्या सर्व गुणाकारांची बेरीज करावी.

या नियमानें $क्ष^२$ चें म्हणजे $(क्ष \times क्ष)$ चें तारतम्य $१ \times क्ष + १ \times क्ष$ म्हणजे $२ क्ष$ निघतें; $क्ष^३$ चें $३ क्ष^२$ निघतें; यासंबंधी सामान्य नियम असा आहे कीं, अशा संख्यांच्या शिरोभागी जी संख्या असेल तिला क्ष चा गुणक करावें, व त्या संख्येतून १ कमी करून येईल ती संख्या शिरोभागी मांडावी.

याच नियमानें $t \cdot (क्ष \times \frac{\text{भुजज्या क्ष}}{तक्ष})$ याची किंमत भुजज्या क्ष

+ क्ष कोटिज्या क्ष ही येते.

(९) एका विस्ताररूप राशीचा भिन्नजातीय विस्तार होऊन जो विकाररूप राशि उत्पन्न होतो, त्याचें तारतम्य काढावयाचें झाल्यास प्रथमोक्त संबंध राशीस चल समजून त्याच्या मानानें त्याच्या द्वितीय विस्ताराचें तारतम्य काढावें, व त्यास प्रथमोक्त राशीच्या तारतम्यानें गुणावें; गुणाकार संपूर्ण राशीच्या तारतम्या-इतका येईल.

या नियमानें $\frac{\text{त भुजज्या क्ष}^2}{\text{त क्ष}}$ याची किंमत $२ \text{ क्ष} \times \text{कोटिज्या क्ष}^2$

ही येते; व $\frac{\text{त भुजज्या}^2 \text{ क्ष}}{\text{त क्ष}}$ याची किंमत $२ \text{ भुजज्या क्ष} \times$

कोटिज्या क्ष ही येते.

६:—ज्या राशीच्या अंशस्थानी व छेदस्थानी किंवा त्यांपैकी एका स्थानी क्ष चे विस्तार आहेत त्यांचें तारतम्य काढावयाचें झाल्यास अंशाच्या तारतम्यानें छेदास गुणावें व छेदाच्या तारतम्यानें अंशास गुणावें; नंतर द्वितीयोक्त गुणाकार प्रथमोक्त गुणाकारांतून वजा करावा. जें फल येईल त्यास अंशस्थानी व उद्दिष्ट राशीच्या छेदाच्या वर्गास छेदस्थानी मांडून, जो राशि येईल तो उद्दिष्ट राशीच्या तारतम्याशी तुल्य आहे असें समजावें. या नियमानें

त $\left(\frac{\text{भुजज्या क्ष}}{\text{क्ष}} \right)$ याची किंमत $\frac{\text{क्ष} \times \text{कोटिज्या क्ष} - \text{भुजज्या क्ष}}{\text{क्ष}^2}$

ही येते.

(७) भुजज्येचें तारतम्य कोटिज्यातुल्य असतें; व

$\frac{\text{त कोटिज्या क्ष}}{\text{त क्ष}} = -\text{भुजज्या क्ष.}$

स्पर्शरेषा, कोटिस्पर्शरेषा, छेदनरेषा इत्यादिकांचीं तारतम्यें देण्याचें कारण नाहीं.

विपरीत राशि.

या निबंधांत एक दोन ठिकाणीं विपरीत राशींचा (inverse functions) संबंध आला आहे; सबब त्यांसंबंधानें आवश्यक तेवढी माहिती देऊन हा भाग संपवितों.

भुजज्यो^१क्ष म्हणजे ज्या कोणाची भुजज्या क्ष आहे तो कोण, असा संकेत पाश्चात्य गणकांनी केला आहे; तोच या निबंधांतही स्वीकारिला आहे. दोन कोणांची बेरीज तिसऱ्या कोणाच्या बरोबर असल्यास त्या तिसऱ्या कोणाच्या भुजज्येची किंमत त्या दोन कोणांच्या भुजज्यांच्या रूपांत किती होते हे कधी कधी काढावे लागते. त्याची रीत अशी:—

$$\text{भुजज्यो}^1\text{क्ष} = \text{भुजज्यो}^1\text{य} + \text{भुजज्यो}^1\text{ज्ञ}.$$

$$\text{असें समजा कीं, भुजज्यो}^1\text{य} = \text{अ}, \text{ व भुजज्यो}^1\text{ज्ञ} = \text{व}.$$

$$\text{अर्थात्च य} = \text{भुजज्या अ}, \text{ व ज्ञ} = \text{भुजज्या व}.$$

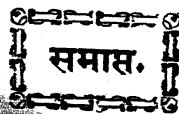
$$\text{आतां भुजज्यो}^1\text{क्ष} = \text{भुजज्यो}^1\text{य} + \text{भुजज्यो}^1\text{ज्ञ} = \text{अ} + \text{व}.$$

दोन्ही पक्षांच्या भुजज्या घेतल्यास—

$$\begin{aligned} \text{क्ष} &= \text{भुजज्या अ कोटिज्या व} + \text{भुजज्या व कोटिज्या अ} = \\ &= \text{भुजज्या अ} \sqrt{१ - \text{भुजज्या व}^२} + \text{भुजज्या व} \sqrt{१ - \text{भुजज्या अ}^२} \\ &= \text{य} \sqrt{१ - \text{ज्ञ}^२} + \text{ज्ञ} \sqrt{१ - \text{य}^२}. \end{aligned}$$

वर दिलेली साधनें लक्ष्यांत ठेविल्यास पाहिल्या, दुसऱ्या व तिसऱ्या भागांतल विवेचन पूर्णपणें समजेल अशी उमेद आहे. त्रिकोणमितीतील सिद्धांतांचें वर जें विस्तृत विवेचन केलें आहे, त्याचा हेतुही अतज्ज्ञांस हा निबंध समजणें सुलभ जावें हाच आहे.

हा पुरवणीरूप ४ था भाग वाचकांनी प्रास्ताविक समजून प्रथम वाचावा व नंतर पहिले तीन भाग वाचावे, अशी विनंति आहे.



परिशिष्ट १ लें.

देशांतर.

पृथ्वीवरील स्थानांमधील पूर्वपश्चिम अंतरें कळावीत म्हणून हल्लीं ग्रीनिचमधून जाणारी दक्षिणोत्तररेषा ही मध्यरेषा कल्पिण्यांत येते. प्राचीन काळीं भारतीय ज्योतिषी लंका, उज्जयिनी, कुरुक्षेत्र इत्यादिकांवरून ध्रुवावर (उत्तरध्रुवास पूर्वीं मेरुपर्वत हें नांव असे) जाणाऱ्या रेषेस मध्यरेखा मानीत; व या रेषेच्या व पृथ्वीवरील इष्ट स्थानावरून जाणाऱ्या दक्षिणोत्तररेषेच्या दरम्यान जीं योजनें असतात, त्यांस योजनात्मक देशांतर म्हणत. हीं योजनें म्हणजे ध्रुवांपासून ९० अंशांच्या अंतरावर असणाऱ्या निरक्षदेशीय त्रिज्यावृत्ताशीं समांतर व त्या इष्ट स्थानामधून जाणारे असे जें लघुवृत्त असतें, त्यावरीलच होत. या वृत्ताचा परिधि

त्रिज्यावृत्ताच्या परिधीस इष्टस्थानीय अक्षकोटिज्या नें गुणून तयार
त्रिज्या

होतो. या परिधीस अनुक्रमें स्फुट व मध्यम परिधि म्हणतात. स्फुट परिधि : ६० घटिका : : मध्यरेखास्वपुरांतरयोजनें : घटिकात्मक देशांतर, ह्या त्रैराशिकाच्या साहाय्यानें घटिकात्मक देशांतर निघतें. इतक्या घटिकांनीं मध्यरेखेवरील स्थानाच्या पूर्वीं किंवा नंतर इष्ट स्थानींचा सूर्योदय होतो. या घटिकांस ६ नें गुणिल्यास मध्यरेखा व इष्ट स्थान यांमधील रेखांश येतात.

परिशिष्ट २ रें.

पलात्मक चर.

पाश्चात्य ज्योतिषाप्रमाणे—

चरज्या = अक्षांशस्पर्शरेषा × क्रांतिस्पर्शरेषा.

$$= \frac{\text{अक्षज्या}}{\text{अक्षकोटिज्या}} \times \frac{\text{क्रांतिज्या}}{\text{क्रांतिकोटिज्या}}$$

(अक्षांश व क्रांति हीं फार मोठीं नसल्यास भुजज्येची वाढ कोणाच्या वाढीशीं व कोटिज्या त्रिज्येशीं तुल्यप्राय असल्यामुळे)

$$\text{कालांशात्मक चर} = \frac{\text{अक्षांश} \times \text{क्रांत्यंश}}{५७०३} \quad (\text{सुमारानें})$$

ज्याअर्थीं पृथ्वीची स्वप्रदक्षिणा १० पळांस १ अंश याप्रमाणें असते त्याअर्थीं—

$$\text{पलात्मक चर} = \frac{\text{अक्षांश} \times \text{क्रांत्यंश}}{५७०३} \times १० \quad (\text{सुमारानें})$$

(कोटिज्या त्रिज्येपेक्षां कमी मानिल्यास)

$$= \frac{\text{अक्षांश} \times \text{क्रांत्यंश}}{५} \quad (\text{सुमारानें})$$

यावरून केरोपंती ग्रहसाधनाच्या कोष्टकांत असा नियम दिला आहे कीं, अक्षांश व क्रांत्यंश यांच्या गुणाकारास ५ नें भांगिल्यास सुमारानें पलात्मक चर निघतें.

परिशिष्ट ३ रें.

द्वादश भाव.

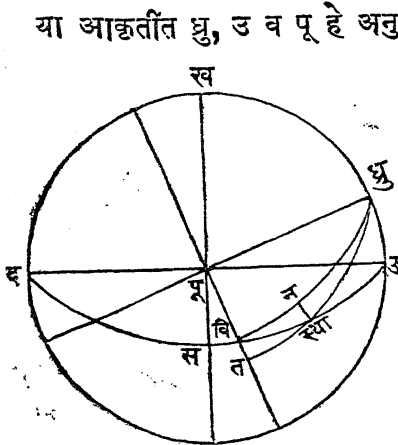
पृथ्वीवरील कोणत्याही स्थळाचें क्षितिजवृत्त व याम्योत्तरवृत्त हीं तेथील समवृत्ताचीं याम्योत्तरवृत्ते होत; म्हणजे हीं दोन्ही वृत्ते त्या समवृत्ताच्या (व त्या स्थलाच्याही) दक्षिणोत्तरबिंदूमधून जातात. याम्योत्तरवृत्ताच्या प्रत्येक वाजूस क्षितिजापर्यंत ३०-३० अंशांच्या अंतरांवर अशीच दक्षिणोत्तरबिंदूमधून जाणारी दोन दोन वृत्ते काढितां येतील. हीं चार वृत्ते व पूर्वेक दोन वृत्ते यांनीं समवृत्ताचे तुल्य द्वादश भाग होतात. समवृत्ताप्रमाणें क्रांतिवृत्तही महावृत्तांपैकीच असल्यामुळे तीं दोन वृत्ते नेहमीं एकमेकांस दोन बिंदूंत छेदितांना दिसतात. या दोहोंपैकीं सम-वृत्त नेहमीं स्थिर असतें. परंतु क्रांतिवृत्त विषुववृत्ताशीं कायमचेंच खिळल्यासारखें असल्यामुळे विषुववृत्ताच्या दैनंदिन भ्रमणानुळे क्रांतिवृत्ताचेंही भ्रमण होतें; व त्याचे व समवृत्ताचे छेदनबिंदु समवृत्तावर पूर्वेकडून पश्चिमेकडे भ्रमण करीत एका नाक्षत्र दिवसांत समवृत्ताची प्रदक्षिणा पुरी करितात. याप्रमाणें कोणत्याही इष्ट कालीं क्षितिजादि सहा वृत्ते क्रांतिवृत्ताच्या भिन्न भिन्न १२ स्थानांतून जातात. हीं स्थानें परस्परांपासून सारख्या अंतरांवर नसतात, व तीं क्षणोक्षणीं बदलत असतात. या स्थानांस भाव म्हणतात. यांपैकीं लग्न हें प्रथम भाव व याम्यो-त्तरलग्न दशम भाव होय. या भावांचा क्रम अर्थात् पश्चिमेकडून पूर्वेकडे असतो. यांपैकीं लग्नाचें व याम्योत्तरलग्नाचें साधन या निबंधांत आलेंच आहे.

निरक्ष देशांत उत्तरबिंदु तोच ध्रुव, समवृत्त तेच विषुववृत्त व क्षितिज तेच उन्मंडल असल्यामुळे केवळ निरक्षोदयांच्या साहाय्याने लग्नसाधन करितात. परंतु साक्ष देशांत ध्रुव उत्तरबिंदूच्या वर, विषुववृत्त समवृत्ताच्या व क्षितिज उन्मंडलाच्या खाली अक्षांश-तुल्य अंतरावर असल्याकारणाने लग्नसाधन करितांना सायन राशीच्या उदयखंडांस चरखंडांचा संस्कार करून स्वदेशोदय आणित्तात, व त्यांपासून सायन लग्न व त्यांपासून निरयन लग्न काढितात. याम्योत्तरलग्न साधितांना उदयखंडांस चरसंस्कार न देतां निरक्ष देशांतल्याप्रमाणे केवळ निरक्षोदयांपासूनच सायन व निरयन लग्न काढितात. या अंतराचे कारण असे की, उत्तरबिंदु व ध्रुव यांपासून याम्योत्तरलग्नावरून जाणारीं सूत्रे निरक्ष देशांतल्याप्रमाणेच एकावर एक पडतात; त्यांजमध्ये मुळीच कोण नसतो; यामुळे क्रांतिवृत्ताचे कोणतेही खंड याम्योत्तरवृत्तावरून जाण्यास निरक्ष देशांतल्याइतकाच वेळ लागतो. परंतु त्या दोन बिंदूंपासून क्षितिजस्थ लग्नावर जाणाऱ्या सूत्रांमध्ये अक्षवलनतुल्य कोण असतो. या कोणावरून चर निघते. त्याच दोन बिंदूंपासून लग्नाच्या समवृत्तीय स्थानावर म्हणजे पर्यायाने पूर्वबिंदूवर दोन सूत्रे नेल्यास त्यांमध्ये अक्षांशतुल्य कोण असतो. त्यांपासूनही चर काढितां येते. हे चर प्रत्येक सायन राशीस निरनिराळें असते; अर्थात् प्रत्येक राशीस क्षितिजाच्या वर येण्यास निरक्ष देशांतल्यापेक्षां कमीअधिक वेळ लागतो.

लग्नांत सहा राशी मिळविल्या म्हणजे सप्तम भाव तयार होतो; व दशम भावांत सहा राशी मिळविल्या म्हणजे चतुर्थ भाव तयार होतो.

उरलेले आठ भाव तयार करणे यापेक्षां जरा अधिक घोंटाळ्याचे असते. दहावा किंवा चवथा भाव साधितांना निरक्षदेशीय उदयांस कांहींच संस्कार द्यावा लागत नाही. प्रथम व सप्तम भाव

साधितांना प्रत्येक सायन राशीच्या निरक्षदेशीय उदयकालास त्या राशीच्या जोडीच्या चरखंडाचा अनुक्रमे ऋण व धन संस्कार करावा लागतो; व हे चरखंड अक्षांश व क्रांति या उपकरणांच्या साहाय्याने साधितां येते. बाकीचे भाव साधितांना या उपकरणद्वयापैकी अक्षांशांबद्दल एक निराळाच कोण तयार करावा लागतो. त्यास रा० केतकरांच्या पंचांगांत ध्रुवोन्नतांश म्हटले आहे. ध्रुवोन्नतांश म्हणजे विषुववृत्तावरील कोणत्याही बिंदूपासून ध्रुव व समबिंदु यांजवर जाणाऱ्या सूत्रांमधील कोण. हा कोण अक्षांश व समवृत्तीय नतांश यांच्या साहाय्याने निघतो. हा निघाल्यावर यास अक्षांश समजून याच्या व प्रत्येक सायन राशीच्या क्रांतीच्या साहाय्याने चरखंडे काढावी; त्यांचा निरक्षोदयांस संस्कार केला म्हणजे क्षितिजाखालील किंवा वरील इष्ट समवृत्तीय नतांशांच्या अंतरावर असणाऱ्या समवृत्त्याम्योत्तरवृत्तावर उदय पावण्यास प्रत्येक राशीस किती काळ लागतो हे येते. हे साधन खालील आकृतीवरून उघड होईल.



या आकृतीत ध्रु, उ व पू हे अनुक्रमे उत्तर ध्रुव, समबिंदु व पूर्वबिंदु असून पू वि आणि पू स हे अनुक्रमे विषुववृत्ताचा व समवृत्ताचा भाग आहेत. पू उ वि हे क्षितिजाखालील इष्ट समवृत्तीय नतांश (उदाहरणार्थ ३०) असून उ वि हे त्या नतांशांच्या अंतरावरील समवृत्त्याम्योत्तरवृत्त आहे; हे याम्योत्तरवृत्त

विषुववृत्तास वि या बिंदूंत छेदितें. निरक्ष देशांत उ वि हें समसूत्र व ध्रु वि हें ध्रुवसूत्र हीं भिन्न नसतात; परंतु स्थलाच्या अक्षांशां-मुळें त्यांमध्ये ध्रु वि उ या कोणाइतकें अंतर पडलें आहे. या कोणासच ध्रुवोन्नतांश म्हणतात.

हे ध्रुवोन्नतांश ध्रु उ वि या गोलीय त्रिकोणापासून (यांतील ध्रु वि हा चाप काटकोनाचा आहे.) साधितां येतात. या निबंधाच्या पहिल्या भागांत अयनवलनाचें जें साधन दिलें आहे, त्यांत सायनग्रहकोटीवद्दल समवृत्तीय नतांश (उदाहरणार्थ १२०), परम क्रांतीवद्दल अक्षांश, क्रांतिकोटीवद्दल ९० अंश व अयनवलनावद्दल ध्रुवोन्नतांश हा बदल केला, म्हणजे ध्रुवोन्नतांशांची सारणी निघते. ती सारणी अशी:-

ध्रुवोन्नतांशज्या=समवृत्तीयनतांशज्या×अक्षज्या.

स्था हें क्रांतिवृत्तीय स्थान असून स्था न हें ध्रुवसूत्र व समसूत्र यांमधील बुज्यावृत्तीय खंड आहे. त्याच्या जोडीचें वित हें विषुववृत्तीय खंड ध्रुवोन्नतांशांच्या व न वि या क्रांतीच्या साहाय्याने काढून त्यापासून पळें काढिलीं म्हणजे चरसदृश पलात्मक संस्कार येतो; व ज्याप्रमाणें चरांपासून चरखंडें काढितात, त्याप्रमाणें सायन राशींपासून उत्पन्न होणाऱ्या या तऱ्हेच्या संस्कारांपासून खंडें काढिलीं म्हणजे भावसाधनाकरितां सायन राशींच्या निरक्षोदयांस द्यावयाचा संस्कार येतो.

निरक्षोदयांस द्यावयाचा हा संस्कार क्षितिजापार्शी महत्तम असतो, व याम्योत्तरवृत्तावर शून्य असतो. पूर्वक्षितिजापार्शी तो ऋण असतो व पश्चिमक्षितिजापार्शी तो धन असतो. इतर भावांसंबंधानें हा संस्कार ते भाव पूर्वक्षितिजास किंवा पश्चिमक्षितिजास अधिक जवळ असतील त्याप्रमाणें अनुक्रमें ऋण व धन असतो.

लग्नसाधनार्थ ज्या इष्ट घटिका असतात त्यांत ९ घटिका मिळविल्या म्हणजे द्वितीयभावसाधनाच्या इष्ट घटिका येतात, व १० घटिका मिळविल्या म्हणजे तृतीयभावसाधनाच्या घटिका येतात. या इष्ट घटिका व उपरिनिर्दिष्ट संस्कृत निरक्षोदय यांच्या साह्याने सायन सूर्यापासून जें लग्न येईल तेंच अनुक्रमें द्वितीय किंवा तृतीय भाव दाखवील. लग्नसाधनाच्या इष्ट घटिकांत ५ व १० घटिका वजा केल्या म्हणजे अनुक्रमें द्वादश व एकादश भावांच्या साधनार्थ लागणाऱ्या घटिका येतात.

एकादश, द्वादश, द्वितीय व तृतीय या भावांत सहा राशी मिळविल्या म्हणजे अनुक्रमें पंचम, षष्ठम, अष्टम व नवम भाव तयार होतात.

भारतीय फलज्योतिषग्रंथांत जें भावसाधन केलें असतें, तें वरच्याप्रमाणें सूक्ष्म नसतें. कारण त्यांत लग्नापासून क्रांतिवृत्ताची जीं चार पदे पडतात त्यांतील कोणतेही पद घेतलें तरी त्या पदांतील प्रत्येक भावाचा संस्कार सारखाच मानिला आहे; पर्यायानें सांगावयाचें झाल्यास एका पदांत क्रांतिवृत्ताचा जेवढा भाग येतो तेवढा त्या पदांतील तीन भावांमध्ये सारखा विभागिला आहे.

दशम भावापासून लग्नापर्यंत व चतुर्थ भावापासून सप्तम भावापर्यंत प्रत्येक भाव एका राशीहून मोठा असतो, व उरलेल्यांपैकी प्रत्येक भाव एका राशीहून कमी असतो. याचें निराळें स्पष्टीकरण करण्याची जरूर नाही.

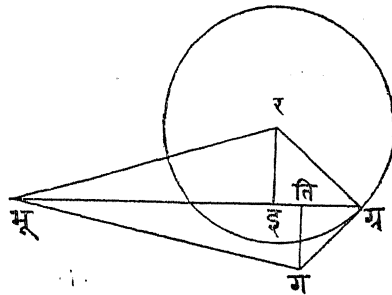
पारिशिष्ट ४ थें.

ग्रहांच्या स्पष्ट गति.

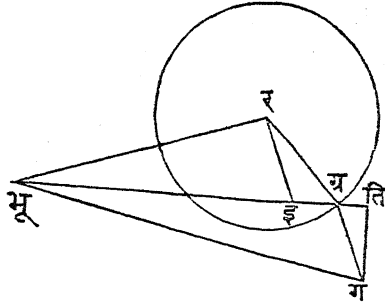
(केरोपंती ग्रहसाधनाच्या कोष्टकांतील.)

आधुनिक ज्योतिषाच्या दृष्टीने बुध, शुक्र, मंगळ, गुरु व शनि यांपैकीं प्रत्येक ग्रह सूर्याभोंवतीं फिरतो, व पृथ्वी सूर्याभोंवतीं फिरत असल्यामुळे आपणांस सूर्य त्या ग्रहांसह पृथ्वीभोंवतीं फिरतांना दिसतो. याप्रमाणें ग्रहाची स्पष्ट गति दोन गति मिळून झालेली असते. एक त्याची स्वतःची सूर्याभोंवतींची गति व दुसरी सूर्याच्या भासमान गतीमुळे ग्रहासही भासमान होणारी रविगतितुल्य गति. पूर्वोक्त दिनगति प्रत्येक ग्रहाची भिन्न असते. बुधादि ग्रहांच्या दिनगति अनुक्रमें ४ अंश ५ कला, १ अंश ३६ कला, ३१ कला, ५ कला व २ कला आहेत. उत्तरोक्त गति मात्र सर्व ग्रहांस साधारण असते. तिचें मान ५९-१ कला हें आहे. पूर्वोक्त गति सूर्याभोंवतीं असल्याकारणानें तिचा विचार करितांना ग्रहाच्या मंदकर्णास त्रिज्या मानिलें पाहिजे, व उत्तरोक्त गति पृथ्वीभोंवतीं असल्याकारणानें पृथ्वीचा मंदकर्ण म्हणजे तिचे सूर्यापासूनचें अंतर त्रिज्येदाखल समजलें पाहिजे. परंतु स्पष्ट गति काढावयास दोन्ही गतींचा योग किंवा अंतर काढणें आवश्यक असल्यामुळे त्रिज्या एकच घेतली पाहिजे. भूमंदकर्णास त्रिज्या मानिल्यास सूर्याच्या दिनगतींत काहीं फरक करावयास नको. परंतु ग्रहांच्या गतींस मात्र ग्रहमंदकर्णांनीं गुणून भूमंदकर्णांन

भागिलें पाहिजे; म्हणजे ते ग्रह पृथ्वीपासून सूर्याइतक्याच अंतरावर असल्यास त्या गतीचीं मानें केवढीं दिसतील तें कळतें. हें अंतर १ धरिल्यास ग्रहमंदकर्ण अनुक्रमें ३८७१, ७२३३, १५२३७, ९२०२७, ९५३८८ येतात; व ज्याअर्थीं ग्रह जितका दूर तितकी त्याची गति कमी दिसते, अर्थात् ग्रहमंदकर्णाचा व गतीचा व्यस्त संबंध असतो, त्याअर्थीं भूमंदकर्णाइतक्या अंतरावर गति केवढ्या दिसतील हें काढण्याकरितां वर लिहिल्याप्रमाणें गतींस ग्रहमंदकर्णांनीं गुणिलें पाहिजे. (भूमंदकर्ण १ मानिल्यामुळें भागाकार करण्याची जरूर नाही.) याप्रमाणें गुणाकार केला असतां भूस्थ द्रष्ट्यास दिसणाऱ्या कलात्मक गति अनुक्रमें ९५, ६९५, ४७९, २६ व १९ या येतात. सूर्याच्या भासमान गतीमुळें ग्रहास उत्पन्न होणारी गति ५९१ कलाच असते हें वर आलेंच आहे. पण या दोन प्रकारच्या गतींचा योग किंवा अंतर काढण्यापूर्वीं प्रत्येकीस एक एक संस्कार द्यावा लागतो. या संस्काराचें कारण खालील आकृतीवरून उघड होईल.



आकृति १ लीं.



आकृति २ री.

दोन्ही आकृतींत पृथ्वी, रवि व ग्रह यांचीं स्थाने अनुक्रमें भू, र व ग्र हीं आहेत. परंतु पहिल्या आकृतींत ग्र ग ही ग्रहगति र ग्र या ग्रहमंदकर्णाशीं काटकोण करणाऱ्या रेषेत असून ती सूर्यस्थ द्रष्ट्यास मात्र संपूर्ण दिसते. भूस्थ द्रष्ट्यास ती ग ति या रेषे-येवढीच दिसते. दोन्ही गतींचें परस्परप्रमाण ग्र ग ति या काट-कोन त्रिकोणांतील ग्र ग व ति ग या बाजूंच्या गुणोत्तराइतकें असतें. कारण ग्रहाची गति त्याच्या कक्षेतील ग्र या बिंदूपाशीं काढिलेल्या ग्र ग या स्पर्शरेषेच्या दिशेनें असते; परंतु भूस्थ द्रष्ट्यास ती भू ग्र या रेषेस लंबरूप असणाऱ्या ति ग या रेषे-येवढी दिसते; म्हणजे ग्र ग ति या कोणाच्या त्रिज्येचें कोटिज्येशीं जें गुणोत्तर असतें तेंच त्या गतिमानांमध्येंही असतें; व ग्र ग ति व र ग्र इ हे त्रिकोण तुल्यकोण व सरूप असल्यामुळें ग्र ग ति हा कोण र ग्र इ ह्या कोणाशीं म्हणजे शीघ्रफलाशीं तुल्य आहे. दुसऱ्या आकृतींत सूर्याची गति त्याच्या म्हणजे पृथ्वीच्याच मंद-कर्णाशीं काटकोन करणाऱ्या र इ या रेषेयेवढी आहे, व तिज-मुळें ग्रहास भिळणारी गति त्या रेषेशीं समांतर व तुल्य अशा ग्र ग या रेषेयेवढी आहे; पण ती भूस्थ द्रष्ट्यास भू ग्र या रेषेस

लंबरूप असणाऱ्या ग ति या रेषेयेवढी दिसते; ह्यणजे अ ग ति या कोणाच्या त्रिज्या व कोटिज्या यांमध्ये असणाऱ्या गुणोत्तराइतकें त्यांचें गुणोत्तर असतें. अ ग ति व र भू इ हे दोन त्रिकोण तुल्य-कोण व सरूप असल्यामुळें अ ग ति हा कोण र भू इ या कोणाशीं ह्यणजे इनांतराशीं तुल्य आहे.

म्हणून ग्रहदिनगतीस ग्रहमंदकर्णानें गुणून गुणाकारास शीघ्र-फलकोटिज्येनें गुणावें व त्रिज्येनें भागावें; व रविगतीस इनांतर-कोटिज्येनें गुणून त्रिज्येनें भागावें. दोन्ही भागाकारांच्या कोटि-ज्यांचीं चिन्हें सरूप किंवा विरूप असतील त्याप्रमाणें त्यांचा योग किंवा अंतर काढावें. उत्तर येईल तें ग्रहाचें पृथ्वीपासून भूमंदकर्णाइतकें अंतर असतां ग्रहस्पष्टगति दाखवील. परंतु ग्रहाचें पृथ्वीपासून अंतर शीघ्रकर्णतुल्य असतें; ह्यणून त्या उत्तरास भूमंदकर्णानें गुणून शीघ्रकर्णानें भागावें, ह्यणजे ग्रहाची शीघ्र-कर्णतुल्य अंतरावरून दिसणारी स्पष्ट गति येते. गति घन आल्यास ग्रह मार्गी, अन्यथा तो वक्री समजावा.

या साधनांत रवीच्या व ग्रहाच्या मांदगतिफलांचा विचार केलेला नाही. फक्त शीघ्रोच्चाच्या ह्यणजे रवीच्या व ग्रहाच्या मध्यम गतीचाच विचार केला आहे. म्हणून हें साधन किंचित् स्थूल आहे.

परिशिष्ट ५ वें.

राहु व केतु.

या निबंधाच्या तिसऱ्या भागांत ग्रहणविवेचनांत कलात्मक भूभाविवास राहु ह्मटलें आहे. परंतु राहु हा शब्द चंद्रकक्षेच्या

पातापैकी ज्यांतून चंद्र स्वकक्षेच्या उत्तरेस जातो त्यासही लावितात. उरलेल्या पातास ह्यणजे ज्यांतून चंद्र स्वकक्षेच्या दक्षिणेस जातो त्यास केतु ह्यणतात. ग्रहणें लागण्यास राहूप्रमाणें केतुही कारणीभूत असतो. परंतु ग्रहणकालीं केतूचा भुज राहूच्या भुजाइतकाच असल्यामुळें केवळ राहूवरूनही ग्रहणें काढितां येतात.

परिशिष्ट ६ वें.

(या निबंधांतील काहीं पारिभाषिक शब्दांचे इंग्रजी पर्याय.)

अग्रा Sine of amplitude of a rising or setting body.

अंकगणित Arithmetic.

अदर्शन Immersion.

अधिमास, अधिकमास Intercalary month.

अनंत कृत्ये Indeterminate equations.

अयनचलन Precession of the equinoxes.

अयनसूत्र Solstitial colure.

अयनसंधि Solstitial point.

अस्त Setting, heliacal setting.

अस्फुट क्रांति Mean declination.

अस्फुट शर Mean latitude.

अहोरात्रवृत्त Diurnal circle.

इनांतर Elongation.

उच्च Aphelion or the higher apsis of an orbit.

चंद्रोच्च Apogee or the higher apsis of the moon's orbit.

उत्तर North point of the horizon.

उत्तर ध्रुव North pole.

उत्तर, दक्षिण बिंदु Poles of a circle.

उदय Rising, heliacal rising.

(कालांशात्मक) उदयांतर + मंदफल Equation of time.

उन्नतांश Altitude.

उन्मूलक Six O'clock circle.

उपकरण Argument.

कक्षा Orbit.

कक्षाकेंद्रच्युति Eccentricity of an orbit.

कदंब Pole of the ecliptic.

कर्ण Hypoteneuse, Radius vector.

मंदकर्ण Radius vector.

शीघ्रकर्ण Distance of a planet from the earth.

कुट्टकगणित Indeterminate equation of the first degree.

केतु Descending node of the moon's orbit.

केंद्र } Mean anomaly.

मध्यम मंदकेंद्र

स्पष्ट मंदकेंद्र True anomaly.

कोटिज्या Cosine.

क्रांति Declination.

अस्फुट क्रांति Mean declination.

परम क्रांति Obliquity of the ecliptic.

स्फुट क्रांति True declination.

क्रांतिकोदि Polar distance.

क्रांतिपात Equinoctial point, node of the equator.

क्रांतिवृत्त Ecliptic.

क्रांतिमूत्र Declination Circle.

क्षितिज Horizon.

क्षेप Latitude.

क्षेपपात Node of an orbit.

खयासग्रहण Total eclipse.

खस्वस्तिक Zenith.

गोल Sphere.

गोलसंधि Node of an orbit.

गोलीय त्रिकोणमिति Spherical trigonometry.

ग्रह Planet.

मध्यम ग्रह Mean heliocentric position of a planet.

मंदस्पष्ट ग्रह True heliocentric position of a planet.

स्पष्ट ग्रह Geocentric position of a planet.

ग्रहण Eclipse.

खयासग्रहण Total eclipse.

चंद्रग्रहण Lunar eclipse.

- सूर्यग्रहण Solar eclipse.
 ग्रहणसंभव Eclipse limits.
 ग्रहयुति Conjunction of planets.
 ग्रास Immersion, obscuration.
 चंद्रग्रहण Lunar eclipse.
 चंद्रनीच Perigee.
 चंद्रोच्च Apogee.
 चाप Arc.
 चापीय मापन Circular measure.
 ज्या Chord.
 तारतम्य Differential coefficient.
 त्रिकोणमिति Trigonometry.
 गोलीय त्रिकोणमिति Spherical trigonometry.
 सरलरेखीय त्रिकोणमिति Plane trigonometry.
 त्रिज्यावृत्त Great circle of a sphere.
 त्रिभोन } Nonagesimal.
 त्रिभोन लय }
 दक्षिण South point of the horizon.
 दक्षिण ध्रुव South pole.
 दर्शन Emersion.
 दिगंश Amplitude.
 दिगंशकोटि Azimuth.
 दृक्मंडल Vertical circle.
 दृक्मंडलस्थ लंबन Parallax in zenith distance.
 अज्यावृत्त Small circle of the celestial sphere parallel to the
 celestial equator.
 ध्रुव Pole.
 उत्तर ध्रुव North pole.
 दक्षिण ध्रुव South pole.
 नतकालांश Hour angle.
 नतांश Zenith distance.
 नति Parallax in latitude.
 नीच Perihelion or the lower apsis of an orbit.
 चंद्रनीच Perigee or the lower apsis of the moon's orbit.
 नीचोच्चवृत्त Epicycle.

- पद Quadrant.
 परम क्रांति Obliquity of the ecliptic.
 परममंदफलज्या Eccentricity.
 परम लंबन Horizontal parallax.
 परंपरित Factorial.
 पश्चिम West point of the horizon.
 पात Node of an orbit.
 पूर्व East point of the horizon.
 प्रतिवृत्त Eccentric.
 प्रपंच Function.
 बिंब Disc.
 बीजगणित Algebra.
 भगण Revolution.
 भुजज्या Sine.
 भूमिति Geometry.
 गोलीय भूमिति Spherical geometry.
 सरलरेखीय भूमिति Plane geometry.
 भूव्यास Axis or diameter of the earth.
 भेदयुति Occultation.
 (सायन) भोग Celestial longitude.
 मध्यम ग्रह Mean heliocentric position of a planet.
 मध्यम मंदकेंद्र Mean anomaly.
 मध्यम शर Heliocentric latitude.
 मंदकर्ण Radius vector.
 मंदकेंद्र Anomaly.
 मध्यम मंदकेंद्र Mean anomaly.
 स्पष्ट मंदकेंद्र True anomaly.
 मंदफल Equation of the centre.
 मंदस्पष्ट ग्रह True heliocentric position of a planet.
 मोक्ष Emersion.
 याम्योत्तरलग्न Culminating point of the ecliptic.
 याम्योत्तरवृत्त Meridian circle.
 युति Conjunction.
 ग्रहयुति Conjunction of planets.

भेदयुति Occultation.

राशि Zodiacal sign, quantity, function.

राहु Ascending node of the moon's orbit.

लग्न Ascending point of the ecliptic.

लंबन Parallax.

दृग्मंडलस्थ लंबन Parallax in zenith distance.

परम लंबन Horizontal parallax.

स्पष्ट लंबन Parallax in longitude.

लोप Immersion.

वक्रगति Retrogression, retrograde motion.

वर्गप्रकृतिगणित Indeterminate equation of the second degree.

वसंतसंपात Ascending node of the equator, first point of Aries,
vernal equinox.

विविध } Nonagesimal.
विविध लग्न }

विपरीत राशि Inverse function.

विमंडल Orbit of a planet.

विषुवदृत्त Celestial equator, equinoctial.

विषुवांश Right ascension.

विस्तार Function.

शर } Celestial latitude.
अस्फुट शर, }

मध्यम शर Heliocentric latitude.

स्फुट शर Rectified latitude.

स्पष्ट शर Geocentric latitude.

शरद संपात Descending node of the equator, first point of
Libra, autumnal equinox.

शशिकर्ण Distance of a planet from the earth.

शशिकर्ण Difference between the heliocentric and geocentric
positions of a planet.

शून्यलब्धि Differential calculus.

शृंगोन्नति Elevation of a cusp or horn of the crescent moon.

समाबिंदु North point of the horizon.

समवृत्त Prime vertical.

स रलरेषीय त्रिकोणमिति Plane trigonometry.

संपात Node of the equator, equinoctial point.

वसंत संपात Ascending node of the equator, first point of
Aries, vernal equinox.

शारद संपात Descending node of the equator, first point of
Libra, autumnal equinox.

सावन Sidereal, solar.

नाक्षत्रसावन किंवा नाक्षत्र Sidereal.

मध्यमसावन Mean sidereal, mean solar.

सूर्यसावन Solar.

स्पष्टसावन True sidereal, true solar.

सूर्यग्रहण Solar eclipse.

स्पष्ट ग्रह Geocentric position of a planet.

स्पष्ट मंदकेंद्र True anomaly.

स्पष्ट लंबन Parallax in longitude

स्पष्ट शर Geocentric latitude.

स्फुट क्रांति True declination.

स्फुट शर Rectified latitude.

वर्णानुक्रमे सूचि.

(शब्दांपुढील अंक निबंधाचे पृष्ठांक होत.)

अक्षकर्ण ३३
 अक्षक्षेत्र ३१
 अक्षवलन ३६
 अक्षवलनक्षेत्र ४१
 अक्षवलय ४०
 अग्रा ३०
 अग्राग्रखंड ३४
 अग्रादिखंड ३४
 अंकगणित १६७, १६८, १६९
 अंगुल ६२
 अदर्शन १४७
 अधिमास, अधिक मास ८
 अधःशंकु १६६
 अनंत कृत्ये १८४
 अंत्य मर्दस्थितिखंड १३९
 अंत्या ५२
 इष्टांत्या ३४
 अब्दप ६९
 अयन १५८
 अयनकला २६
 अयनचलन ५
 अयनवलन २२
 अयनवलनक्षेत्र २५
 अयनसंधि १५६
 अयनसूत्र २३
 अवम ६८, ६९, ७०
 अवमदिन ६७
 अय ७४

अस्त १४७, १५३
 अस्तलग्न ४९
 अस्तसूर्य १५२
 अस्फुट क्रांति २२
 अस्फुटक्रांतिखंडे १५६, १५७
 अस्फुट भोग २६
 अस्फुट महापातकाल १५९
 अस्फुट विषुवांश २६
 अस्फुट शर २२
 अस्फुटशरखंडे १५७
 अहर्गण ६५
 महा अहर्गण ६५
 लघु अहर्गण ६५
 अहोरात्रवृत्त १३, ३४
 अंशात्मक पद्धति ६२
 आक्ष ट्कर्म ३९
 आय मर्दस्थितिखंड १३९.
 आयन ट्कर्म २७
 इच्छादिक्रछाया ५७
 इनांतर ८३
 इष्टयष्टि ३५
 इष्टहति ३४
 इष्टाक्षज्या ५७
 इष्टांत्या ३४
 उच्च ८१
 उत्क्रमज्या १९१
 उत्तर ३
 उत्तर गोल १५८

उत्तरध्रुव २
 उत्तरविन्दु १
 उदय १८, १४७, १५३
 उदयखंड २०
 उदयलग्न ४९
 उदयांतर १७, ७३, १०५
 कालांशात्मक उदयांतर १७
 उदयार्क १५१
 उन्नतकालांश २९
 उन्नतांश २८
 उन्मंडल ३
 उन्मंडलशंकु ३२, ३४
 उन्मीलन १३९
 उन्मीलनकाल १३९
 उपकरण ८०
 उपवृत्त ४१
 आजपद ९५
 कक्षा १३१
 योजनात्मक कक्षा १३७
 कक्षाकेंद्रच्युति ८१
 कक्षापारिणाति ८२
 कक्षावृत्त ८७
 कक्षावृत्तपद ८९
 कदंब ४
 कदंबसूत्रीय युति १२७
 कनिष्ठमूल १८४
 करण १२६
 करणगणित ६५
 कर्ण ८८
 अक्षकर्ण ३३
 कलाकर्ण १३१
 छायाकर्ण ३१

मंदकर्ण ८४
 योजनात्मक कर्ण १३१
 शीघ्रकर्ण ८४
 कला ३४
 कलाकर्ण १३१
 कलात्मक बिंब १२८, १३३
 कलात्मक भूमा १३३, १३५
 कलात्मक भूव्यास १३५
 कलियुग ६४
 कल्प ६४
 कालात्मक घटिका ६०
 कालांश १२
 उन्नतकालांश २९
 नतकालांश २९
 कालांशात्मक उदयांतर १७
 कुज्या ३४
 कुट्टक १६९
 चल कुट्टक १७८
 स्थिर कुट्टक १७८
 कृतयुग ६४
 कृतायनद्विकर्मक २७
 केतु २२१
 केंद्र ८१
 मध्यम केंद्र ८१
 मंदकेंद्र ८३
 शीघ्रकेंद्र ८१
 स्पष्ट केंद्र १०९
 केंद्रगति ११०
 मध्यमकेंद्रगति ११०
 स्पष्टकेंद्रगति ११०
 कोटि १९१
 स्पष्ट कोटि ८८

कोटिज्या १९१

कोटिफल ९३

कोण १८९

क्रमलघ्न १९

क्रांति ११

अस्फुट क्रांति २२

स्फुट क्रांति २२

क्रांतिपात ४

क्रांतिवृत्त ४

क्रांतिवृत्तीय स्थान २२

क्रांतिसूत्र २३

क्षयमास १०

िक्षितिज ४

क्षितिज्या ३४

क्षेत्रात्मक घटिका ६०

क्षेत्रांश २१

क्षेप ११३, १७०

क्षेपपात ११३

क्षेपवृत्त ११३

खकक्षा ६२

खगोल ४

खग्रासग्रहण १३९

खस्वस्तिक २

गतगम्य घटिका १५४

गतगम्य दिवस १२७, १२९, १५१,
१५२

गतिफल १०६

माद् गतिफल १०६

शैद्य गतिफल १०८, १११

गतिस्थिति ७६

क्रांतिवृत्तीय गतिस्थिति ७६

गोल १

उत्तर गोल १५८

दक्षिण गोल १५८

लघु गोल ५४

गोलसंधि १५६

गोलीय त्रिकोणमिति २०४

गोलीय भूमिति २०४

ग्रह ७६, ७७

मध्यम ग्रह ७६

मंदस्पष्ट ग्रह ८०

स्पष्ट ग्रह ८०

ग्रहगति १०६

ग्रहण १२९

खग्रासग्रहण १३९

चंद्रग्रहण १२९

सूर्यग्रहण १४१

ग्रहणमध्य १३७

ग्रहणसंभव १३६, १४२

ग्रहयुति १२७

ग्रास १३९

घटिका ७४

कालात्मक घटिका ६०

क्षेत्रात्मक घटिका ६०

गतगम्य घटिका १५४

चक्र १५९

चक्रवालपद्धति १८७

चक्रशुद्ध ११३

चंद्रकक्षापद १५९

चंद्रग्रहण १२९

चर ३४, ७२

चरखंड ३७

चरज्या ३४

चरण १०६

चरांश ३४, ७२

चल कुट्टक १७८
चांद्र ६५
चाप १८९
चापायमापनप्रकार १८९
चिन्हपद्धति १६८
चैत्र पक्ष ६
चैत्रादि मास ८
छाया ३०
छायाकर्ण ३१
ज्या १८९
ज्येष्ठमूल १८४
तात्कालिकीकरण १०५
तारतम्य २०५
तिथि १२६
तिथिशुद्धि ६७
त्रिकोणमिति १८९, २०४
गोलीय त्रिकोणमिति २०४
सरलरेषीय त्रिकोणमिति १८९
त्रिज्यावृत्त १
त्रिभोन, त्रिभोन लग्न १२१
त्रेतायुग ६४
दक्षिण ३
दक्षिणध्रुव २
दक्षिणबिंदु १
दर्शन १४७
सूक्ष्म दर्शन १५०
स्थूल दर्शन १४९
दर्शांत १४६
दर्शांतकाल १४६
सूक्ष्म दर्शांतकाल १४६
स्थूल दर्शांतकाल १४६
दिगंश २९
दिनमान ३७

दिनादि ६८
दिशा १४०
मोक्षदिशा १४०
स्पर्शदिशा १४०
दृक्कर्म २७
आक्ष दृक्कर्म ३९
आयन दृक्कर्म २७
दृक्क्षेप १२१
दृग्ग्रह ५०
पश्चिमदृग्ग्रह ५०
प्राग्दृग्ग्रह ५०
दृग्ज्या ५१
दृङ्मिति १२३
दृङ्मंडल २८
दृङ्मंडलस्थ लंबन १२०
दृढ रूप १७०
देशांतर ७२, २११
ध्रुज्या १३
ध्रुज्यावृत्त ३
द्वादशांगुल शंकु ३०
द्वापारयुग ६४
ध्रुव २
उत्तर ध्रुव २
दक्षिण ध्रुव २
ध्रुवसूत्र ४१
ध्रुवसूत्राय युति १२७
ध्रुवोचतांश २१५
नक्षत्र १०६
नक्षत्रचरण १०६
नक्षत्रसावन १२
नतकालांश २९
नतांश २९
समवृत्तीय नतांश २९

नति १२१
 नाक्षत्र १२
 नित्योदयास्त १२७
 निरक्ष देश १८
 निरयन ६
 नीच ८१
 नीचोच्चवृत्त ९२
 पद ८९
 ओजपद ९५
 कक्षावृत्तपद ८९
 चंद्रकक्षापद १५९
 प्रतिवृत्तपद ८९
 युगपद ९५
 परमक्रांतिक्षेत्र १३
 परंपरित २०२
 पर्वत १३७
 पलभा ३३
 पश्चिम ३
 पश्चिमदृग्ग्रह ५०
 पश्चिमबिंदु २
 पळ ७४
 पात ११३
 पातमध्यकाल १६१
 पातादिकाल १६१
 पातांतकाल १६१
 पूर्व ३
 पूर्वबिंदु २
 प्रकृति १८४
 प्रतिवृत्त ८७
 प्रतिवृत्तपद ८९
 प्रपंच २०५
 रात्रि ११३

प्राण ७४

बाहु ३४

बिंब १२८

कलात्मक बिंब १२८

मध्यम बिंब १२८

योजनात्मक बिंब १३२

स्पष्ट बिंब १२८

बिंबमध्यक्रांतिसाम्य १६२

बिंबाप्रक्रांतिसाम्य १६२

बीजगणित १६७, १६८, १६९

भगण ७७

भगोल ४

भग्रहयुति १२९

भाज्य १७०

भार्थ १५९

भाव २१३

भिन्नपरिकर्माष्टक १६९

भुज २९, १३९, १९१, १९२

भुजज्या १८९

भुजफल ९३

भुजांतर ७२, ७३, १०५

भूभा १३०

कलात्मक भूभा १३५

योजनात्मक भूभा १३३

भूमिति १८८

गोलीय भूमिति २०४

सरलरेषीय भूमिति १८८

भूव्यास १३२, १३५

कलात्मक भूव्यास १३५

योजनात्मक भूव्यास १३२

भेदयुति १२८

भेद ११

अस्फुट भोग २६
 स्फुट भोग ११
 मध्यम केंद्र ८१
 मध्यम ग्रह ७६
 मध्यम बिंब १२८
 मध्यम लंबन १२१
 मध्यम शर ११५
 मध्यम शीघ्रकेंद्र १०९
 मध्यम सावन १२
 मनु ६४
 मंदकर्ण ८४
 मंदकेंद्र ८१
 मंदफल ८०
 मंदस्पष्ट ग्रह ८०
 मंदस्पष्टग्रहगति १०६
 मर्दास्थितिखंड १३९
 अंश मर्दास्थितिखंड १३९
 आय मर्दास्थितिखंड १३९
 महा अहर्गण ६५
 महापात १५५
 महापातकाल १५९, १६१
 अस्फुट महापातकाल १५९
 स्फुट महापातकाल १६१
 महायुग ६४
 मानार्थ १३०
 मानैक्यार्थ १३८, १३९, १६१, १६२
 मांद गतिफल १०६
 मार्गी १११
 मोक्ष १३८
 मोक्षदिशा १४०
 यष्टि ३५
 चाम्योत्तरवृत्त १, ३
 युग ६४

कलियुग ६४
 कृतयुग ६४
 त्रेतायुग ६४
 द्वापारयुग ६४
 महायुग ६४
 युगमपद ९५
 युति १२७
 कदंबसूत्रीय युति १२७
 ग्रहयुति १२७
 ध्रुवसूत्रीय युति १२७
 भग्रहयुति १२९
 भेदयुति १२८
 योग ११२
 योगतारा ४
 योजनात्मक कक्षा १३१
 योजनात्मक कर्ण १३१
 योजनात्मक पद्धति ६२
 योजनात्मक बिंब १३२
 योजनात्मक भूभा १३३
 योजनात्मक भूव्यास १३२
 रात्रिमान ३७
 राहु १३५, २२१
 रेवतीयोगतारा ४
 रेवत पक्ष ६
 लग्न १९, ६०
 अस्तलग्न ४९
 उदयलग्न ४९
 क्रमलग्न १९
 त्रिभोन लग्न }
 वित्रिम लग्न } १२६
 विलोम लग्न २०
 लघु अहर्गण ६५
 लघु गोल ५४

लंका १८
 लंकोदय १८
 लब्धि १७१
 लंबन ११९
 दृढमंडलस्थ लंबन १२०
 मध्यम लंबन १२१
 स्पष्ट लंबन १२१
 लोप १४८
 सूक्ष्म लोप १५०
 स्थूल लोप १४९
 वक्रो १११
 वर्गप्रकृति १८४
 वलन २२, ३६, १३७
 वक्षवलन ३६
 अयनवलन २२
 विक्षेपवलन १३७
 वसंतसंपात ४
 विक्षेपवलन १३७
 विक्षेपवृत्त ११३
 वित्रिभ } १२१
 वित्रिभ लग्न }
 विपरीत राशि २०९
 विपात ११३
 विमंडल ११२
 विलोम लग्न २०
 विषुववृत्त ३
 विषुवांश ११
 अस्फुट विषुवांश २६
 स्फुट विषुवांश २६
 विस्तार २०५
 वैधृति १५८
 व्यातिपात १५८
 शंकु ३०, ५१

अद्यःशंकु १६६
 उन्मंडलशंकु ३२, ३४
 द्वादशांगुल शंकु ३०
 समशंकु ३४
 शंकुतल ३४
 शर ११, ५२
 अस्फुट शर २२
 मध्यम शर ११५
 स्पष्ट शर ११६
 स्फुट शर २२
 शरसूत्र ११
 शारद संपात ४
 शीघ्रकर्ण ८४
 शीघ्रकेंद्र ८३
 मध्यम शीघ्रकेंद्र १०९
 स्पष्ट शीघ्रकेंद्र १०९
 शीघ्रफल ८०
 शून्यलब्धि २०५
 शृंगोन्नति १६३
 शैष्ट्य गतिफल १०८, १११
 संक्रांत ७
 संधि ६४
 अयनसंधि १५६
 गोलसंधि १५६
 सपात ११३
 समबिंदु ३
 समवृत्त ३
 समवृत्तीय नतांश २९
 समशंकु ३४
 समसूत्र ४०
 संपात ४
 वसंतसंपात ४
 शारद संपात ४

संमीलन १३९
 संमीलनकाल १३९
 सरलरेषीय त्रिकोणमिति १८९
 सरलरेषीय भूमिति १८८
 साक्ष देश १८
 सायन ५
 सायनग्रहकोटिक्षेत्र २३
 सावन १२, ६५
 नक्षत्रसावन १२
 मध्यम सावन १२
 सूर्यसावन १२
 स्पष्ट सावन १२
 सिद्धांतगणित ६५
 सूक्ष्म दर्शन १५०
 सूक्ष्म दर्शांतकाल १४६
 सूक्ष्म लोप १५०
 सूत्र ३४
 सूर्यग्रहण १४१
 सूर्यसावन १२
 सौर ६५
 स्थितिखंड } १३८
 स्थित्यर्ध }
 स्थिर कुट्टक १७८
 स्थूल दर्शन १४९

स्थूल दर्शांतकाल १४६
 स्थूल लोप १४९
 स्पर्श १३८
 स्पर्शदिशा १४०
 स्पष्ट केंद्र १०९
 स्पष्ट केंद्रगति ११०
 स्पष्ट कोटि ८८
 स्पष्ट गति १११
 स्पष्ट ग्रह ८०
 स्पष्ट बिंब १२८
 स्पष्ट लंबन १२१
 स्पष्ट शर ११६
 स्पष्ट शीघ्रकेंद्र १०९
 स्पष्ट सावन १२
 स्फुट क्रांति २२
 स्फुट भोग ११
 स्फुट महापातकाल १६१
 स्फुट विषुवांश २६
 स्फुट शर २२
 स्वदेश १८
 स्वाहोरात्रनत २५
 हार १७०
 हति ३४
 हस्वमूल १८४

*

केसरी-मराठा ग्रंथशालेने
 केसरी-मराठा ग्रंथशालेने
 पुस्तक
 8 AUG 1955

अ.सं.	अशुद्ध.
१२	व्यतीपात
१२	आर्यभट
२०	सुमारास झाला. पौरुष येते. यानें
२३	दर वर्षास ?
७	परमक्रांतिकोटिज्या ^२
११	"
१३	सायनभोगशकोटिज्या ^२
३	अस्फुट भोग
१९	अस्फुट
१५	ममध्यापासून
८	शंकचे
१९	नतांश
७	ज्योतीचा
१७	प ल
२४	दग्ज्या
	अक्षज्या
	$\left(\frac{\text{अक्षज्या}^2 + \text{अक्षकोटिज्या}^2 \times \text{दिग्ज्या}^2}{\text{क्रांतिज्या}} \right)^2$
	$\left(\frac{\text{अक्षज्या}^2 + \text{अक्षकोटिज्या}^2 \times \text{दिग्ज्या}^2}{\text{क्रांतिज्या}} \right)^2$

शुद्ध.
व्यतीपात
ब्रम्हगुप्त
सुमारास झाला. यानें
दर वर्षास १
परमक्रांतिकोटिज्या ^२)
"
सायनभोगांशकोटिज्या ^२
अस्फुट सायन भोग
अस्फुट
भूमध्यापासून
शंकचे
नतकालांश
सूर्याचा
प अ
दग्ज्या
अक्षज्या ^२
$\text{अक्षज्या}^2 + \text{अक्षकोटिज्या}^2 \times \text{दिग्ज्या}^2$
क्रांतिज्या ^२
$\text{अक्षज्या}^2 + \text{अक्षकोटिज्या}^2 \times \text{दिग्ज्या}^2$
तिथींत या प्रमाणावरून निघणारी गत

तिथींत गत
घरम मंदफलांतही
उ मा
"
कव्यादि षट्क्रांत
१३ ^० / _३
परमफलज्यार्धचा प
अथवा
भोगांश
अ क च
$\sqrt{\text{त्रिज्या}^2 - - \text{त्रिज्या}^2}$
- या (३-१४१६ - या)
मंदफलसाधनार्थ भुजज्येस
४ भाजक कल्पून
मिलवावा

परम मंदफलांतही
क मा
"
द्वितीय व तृतीय पदांत (हों पदें प्रतिवृत्त
मानाचीं समजावीं.)
१३ ^० / _३
परमफलज्यार्धचाप
अन्यथा
क्षेत्रांश
अ च क
$\sqrt{\text{त्रिज्या}^2 - \frac{१}{३} \text{त्रिज्या}^2}$
+ या (३-१४१६ - या)
परममंदफलसाधनार्थ त्रिज्येस
५ भाजक भुजज्येस कल्पून
वजा करावा